非定常噴霧流における 支配パラメータの導出とその検討*

高城 敏美^{*1}, 范 秦 寅^{*1}, 岡本 達幸^{*1}

Derivation of the Nondimensional Parameters Governing Transient Sprays and Discussions of the Validity

Toshimi TAKAGI, Ching-Ying FANG, and Tatsuyuki OKAMOTO

The nondimensional parameters that govern transient sprays were derived on the basis of the fundamental equations, boundary and initial conditions which describe transient sprays. The number of parameters was minimized by adopting appropriate reference quantities. It is shown that nondimensional dependent variables are function of the nondimensional independent variables and parameters. The penetration distance, droplet dispersion and gas velocity for the sprays of different conditions are illustrated in terms of the nondimensional variables to verify the validity of the analysis.

Key Words: Transient Spray, Nondimensional Analysis, Penetration Distance, Droplet Dispersion, Gas Velocity, Numerical Simulation, Similarity Analysis

1. ま え が き

非定常噴霧の流動特性は多くのパラメータ（噴射速度、噴射ノズル口径、液滴径、雰囲気圧力、液体と気体のそれぞれの物性値など）によって影響される。これらの影響は非定常噴霧流を規定する基礎方程式を境界条件および初期条件のもとに数値計算すればかなり良く予測できることが確かめられている⁽¹⁾。しかし、個々のパラメータの数は多いので、それらの組合せを系統的に変えて個々のパラメータの影響を調べることが困難である。そこで、それらのパラメータを組合せた無次元変数や無次元パラメータを導入することによって影響因子の数を少なくし、非定常噴霧流に関する影響因子を系統的に調べることが有用と考えられる。

本報では、非定常噴霧流を規定する基礎方程式、境界条件ならびに初期条件を無次元化することによって無次元変数および無次元パラメータを導出する。非定常噴霧流についてこのような方法で支配因子を導出した例は従来見られないと思われる。ここでは、さらに、適当な代表量を採用し、パラメータの個数をできるだ

け少なくする。これらの結果を用いて、広く条件の異なる噴霧流の特性を整理し、その有効性を示す。

2. 支配方程式の無次元化と 支配パラメータの導出

非定常噴霧流を記述する基礎方程式、初期条件ならびに境界条件の中に現象を支配する因子が含まれているので、それらの方程式および境界条件を無次元化することにより現象を支配する無次元パラメータを導出しようとする。

基礎方程式、初期条件ならびに境界条件の無次元化のために次の代表量を用い、代表量には下付きの o を付す。すなわち、長さ L_o 、速度 U_o 、密度 ρ_o を基本的な代表量とし、他の代表量すなわち、時間 $t_o (= L_o/U_o)$ 、圧力 $P_o (= \rho_o U_o^2)$ 、動粘性係数 $D_o (= U_o L_o)$ 、乱れの運動エネルギー $K_o (= U_o^2)$ 、乱れの運動エネルギーの消散率 $\epsilon_o (= U_o^3/L_o)$ などは上記のように基本的な代表量の組合せで構成される。すべての物理量はそれぞれ上の代表量で割ると無次元化される。無次元量には“*”を付し、以下のように定義する。

従属変数は、 $\underline{U}^* = \underline{U}/U_o$, $\underline{p}^* = \underline{p}/P_o$

$\underline{K}^* = \underline{K}/K_o$, $\underline{\epsilon}^* = \underline{\epsilon}/\epsilon_o$

$\underline{X}_p^* = \underline{X}_p/L_o$, $\underline{V}^* = \underline{V}/U_o$

* 原稿受付 平成元年8月28日。

*¹ 正員、大阪大学工学部 (〒565 吹田市山田丘2-1)。

独立変数は, $t^* = t/t_0$, $x^* = x/L_0$

パラメータは $r_d^* = r_d/L_0$, $\rho_g^* = \rho_g/\rho_0$

$\rho_l^* = \rho_l/\rho_0$, $\nu_g^* = \nu_g/D_0$

ここで, $\underline{U}$ = 気体の流速 (下線はベクトルを表す), p = 圧力, K = 乱れの運動エネルギー, ε = 乱れの運動エネルギーの消散率, X_p = 液滴の位置座標, V = 液滴の速度, t = 時間, x = 座標, r_d = 液滴の半径, ρ_g = 気体の密度, ρ_l = 液体の密度, ν_g = 気体の動粘性係数, である。

これらの無次元量を用いて無次元の基礎方程式を書くのと次のとおりである。ただし, 気体に対する方程式では液体の占める体積率は小さいと仮定している。

(1) 気体の質量保存式:

$$\frac{\partial \rho_g^*}{\partial t^*} + \nabla^* \cdot (\rho_g^* \underline{U}^*) = 0 \quad (1)$$

ここで $\nabla^* = \frac{\partial}{\partial x^*}$ である。

(2) 気体の運動量保存式:

$$\frac{\partial \rho_g^* \underline{U}^*}{\partial t^*} + (\nabla^* \cdot \rho_g^* \underline{U}^* \underline{U}^*) + \nabla^* P^* = \nabla^* \cdot \underline{\tau}_t^* - F_p^* \quad (2)$$

乱流せん断応力 $\underline{\tau}_t^*$ は以下の式で計算する。

$$\underline{\tau}_t^* = \rho_g^* D_t^* \left(\nabla^* \underline{U}^* + \nabla^* \underline{U}^{*T} - \frac{2}{3} \nabla^* \cdot \underline{U}^* \underline{I} \right) \quad (3)$$

ここで, $\nabla^* \underline{U}^{*T}$ は $\nabla^* \underline{U}^*$ の転置行列, $\underline{I}$ は単位テンソルを表す。また, D_t^* は乱流有効粘性係数 D_t の無次元量で K - ε 二方程式モデルを適用するものとし, 以下の式で求める。

$$D_t^* = D_t/L_0 U_0 = (C_4 K^2/\varepsilon)/L_0 U_0 = C_4 K^{*2}/\varepsilon^* \quad (4)$$

K^* と ε^* は後述の方程式からそれぞれ求めるものとし, C_4 は定数とする。

F_p^* は気体から液滴に対する抗力の無次元の形で, 次式となる。

$$F_p^* = \left[\sum \frac{1}{2} \pi r_d^{*2} \rho_g^* C_d |\underline{U}^* + \underline{U}^{*'} - \underline{V}^*| \times (\underline{U}^* + \underline{U}^{*'} - \underline{V}^*) \right] \quad (5)$$

ここで, $\sum$ は単位体積中のすべての液滴に対する総和を表す。また, $\underline{U}^{*'}$ は気体の乱れによる瞬間の変動成分 $\underline{U}'$ を U_0 で除した無次元量である。

C_d は液滴の抵抗係数で次式で表す。

$$C_d = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{Re^{2/3}}{6} \right) \quad (6)$$

ここで, Re は次式で表す。

$$Re = 2r_d^* |\underline{U}^* + \underline{U}^{*'} - \underline{V}^*|/\nu_g^* \quad (7)$$

(3) 乱流運動エネルギーの方程式:

$$\frac{\partial \rho_g^* K^*}{\partial t^*} + \nabla^* \cdot (\rho_g^* \underline{U}^* K^*) = \nabla^* \cdot \left(\frac{\rho_g^* D_t^*}{\sigma_K} \nabla^* K^* \right) + G^* - \rho_d^* \varepsilon^* \quad (8)$$

ここで, $G^* = \underline{\tau}_t^* : \nabla^* \underline{U}^*$, $\sigma_K = K$ に対する乱流シュミット数で一定とする。

(4) 乱流運動エネルギーの消散率の方程式:

$$\frac{\partial \rho_g^* \varepsilon^*}{\partial t^*} + \nabla^* \cdot (\rho_g^* \underline{U}^* \varepsilon^*) = \nabla^* \cdot \left(\frac{\rho_g^* D_t^*}{\sigma_\varepsilon} \nabla^* \varepsilon^* \right) + \frac{\varepsilon^*}{K^*} (C_1 G^* - C_2 \rho_g^* \varepsilon^*) + C_3 \rho_g^* \varepsilon^* \nabla^* \cdot \underline{U}^* \quad (9)$$

σ_ε は ε に対する乱流シュミット数で一定とし, また, C_1, C_2, C_3 も定数とする。

(5) 液滴の位置を決める方程式は次式である。

$$\frac{dX_p^*}{dt^*} = \underline{V}^* \quad (10)$$

(6) 液滴の速度を決める式は次式である。

$$\frac{dV^*}{dt^*} = \frac{3}{8} C_d \frac{\rho_g^*}{\rho_l^* r_d^*} |\underline{U}^* + \underline{U}^{*'} - \underline{V}^*| \times (\underline{U}^* + \underline{U}^{*'} - \underline{V}^*) \quad (11)$$

次に, 初期条件を考える。

液滴の噴射を始める時刻を時間 $t=0$ とする。そのときの計算領域内の雰囲気の状態を表す条件が初期条件となる。

初期条件として, 雰囲気は静止しており, K と ε は零であり, 温度および圧力が均一である場合を考える。このような場合の問題では, 温度と圧力からきまる気体の密度 ρ_g ひいてはこれを無次元化した ρ_g^* ($=\rho_g/\rho_0$) が影響因子となる。

次に, 境界条件を考える。

噴霧流が広い空間に形成される場合を考える。すなわち, 計算範囲の境界は噴霧流の存在範囲より広く, 噴霧流に対して周囲境界の影響がない場合を考える。このような場合では, 重要な境界条件は以下の液滴の噴射の条件である。すなわち, (1) 噴射速度: V_{inj} , (2) 噴射流量: $\dot{m}$, (3) 液滴半径: r_d , (4) 噴射角度: C_{ang} である。これらのパラメータは代表値で除し, 次のように無次元化する。

$$V_{inj}^* = V_{inj}/U_0 \quad (12)$$

$$\dot{m}^* = \dot{m}/(\pi/4)L_0^2 \rho_0 U_0 \quad (13)$$

$$r_d^* = r_d/L_0 \quad (14)$$

C_{ang} については, ラジアンを用い, もともと無次元であると考え。

以上のことより, 無次元の基礎方程式(1)~(11)ならびに初期条件および境界条件から無次元の従属変数 $\underline{U}^*, P^*, K^*, \varepsilon^*, X_p^*, \underline{V}^*$ が無次元の独立変数 t^* およ

び $\underline{x}^*$ の関数として決まることになる。ただし、このとき、基礎方程式、初期条件ならびに境界条件のなかに現れるパラメータすなわち ρ_g^* , ρ_l^* , r_d^* , ν_g^* , V_{inj}^* および C_{ang} も影響因子となる。

代表値 ρ_o , U_o , L_o および t_o は任意に選択することができるが、ここでは、以下のように選択することにより、パラメータの数を減らすことができる。

$$\begin{aligned}\rho_o &= \rho_g \\ U_o &= V_{inj} \\ L_o &= \left(\frac{4\dot{m}}{\pi V_{inj} \rho_l} \right)^{0.5} \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.5} = d_N \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0.5} \\ t_o &= L_o / U_o \dots\dots\dots (15)\end{aligned}$$

ここで、 $d_N = (4\dot{m} / \pi V_{inj} \rho_l)^{0.5}$ でノズル口径に相当する長さである。

上式のように代表値を選択すると、以下の三つの無次元パラメータが一定となり、影響因子から消える。

$$\rho_g^* = 1, V_{inj}^* = 1, \dot{m}^* = 1 \dots\dots\dots (16)$$

最終的には、以下のように無次元従属変数 $\underline{U}^*$, P^* , K^* , ε^* , $\underline{X}_p^*$ および $\underline{V}^*$ は、それぞれ二つの独立変数 t^* , $\underline{x}^*$ ならびに四つのパラメータ ρ_l^* , r_d^* , ν_g^* , C_{ang} によって支配されることがわかる。

$$\begin{aligned}\underline{U}^*, P^*, K^*, \varepsilon^*, \underline{X}_p^*, \underline{V}^* = \\ f(t^*, \underline{x}^*, \rho_l^*, r_d^*, \nu_g^*, C_{ang}) \dots\dots\dots (17)\end{aligned}$$

すなわち、噴霧流に影響する主要なパラメータは以下の量である。

$$\begin{aligned}\rho_l^* &= \rho_l / \rho_g \\ r_d^* &= r_d / d_N (\rho_l / \rho_g)^{0.5} \\ \nu_g^* &= \nu_g / V_{inj} d_N (\rho_l / \rho_g)^{0.5} \\ C_{ang} &\end{aligned}$$

ρ_l^* , r_d^* および ν_g^* の影響は気体と液滴との間の抗力を介した相互の運動量交換の項からのみ生じる。このため、気体と液滴が平衡に近い状態にある（相対速度が小さい）とき、その影響が小さくなる。このとき、各従属変数は t^* と $\underline{x}^*$ と C_{ang} だけの関数となることになる。すなわち、

$$\underline{U}^*, P^*, K^*, \varepsilon^*, \underline{X}_p^*, \underline{V}^* =$$

$$f(t^*, \underline{x}^*, C_{ang}) \dots\dots\dots (18)$$

3. 無次元量を用いた計算と 実験結果のまとめと検討

2章の結果によると、非定常噴霧流（定常噴霧流を含む）における主要な無次元従属変数は二つの無次元独立変数と四つの無次元パラメータによって一般に整理できるはずである。本節では、神本⁽²⁾、広安⁽³⁾らの実験ならびに著者らの計算結果⁽¹⁾を適用して、その妥当性を検討する。

表1に計算⁽¹⁾および実験⁽²⁾⁽³⁾の主要な条件を示す。いずれも、単孔ノズルからの高圧噴射による非定常噴霧流のものである。雰囲気温度 T_{amb} は室温 (300 K) であるが、雰囲気圧力 P_{amb} , 燃料噴射速度 V_{inj} および燃料噴射ノズル口径 d_N は比較的広い範囲をとっている。ただし、実験における燃料噴射速度は噴射差圧から予測したものである。

表1における計算とは前報⁽¹⁾におけるような、気体における質量、運動量およびエネルギーの保存式ならびに液滴の運動の式に基づく数値計算結果を意味し、計算条件 K3 および K4 の結果とそれに対応する神本らの実験⁽²⁾ (表1のケース J5, J6) との直接の比較は前報⁽¹⁾に記している。

まず、噴霧の無次元先端到達距離 $\underline{X}_p^*$ について検討する。この先端到達距離も従属変数の一つであるから、式(17)の右辺に含まれる無次元独立変数ならびに無次元パラメータによって表せるはずである。しかし、この先端到達距離は $\underline{x}^*$ の関数ではないから次式で表されることになる。

$$\underline{X}_p^* = f(t^*, \rho_l^*, r_d^*, \nu_g^*, C_{ang}) \dots\dots\dots (19)$$

また、パラメータ ρ_l^* , r_d^* , および ν_g^* は気体と液滴の相互の運動量交換の過程で現れるので、液滴と気体が平衡に近い状態ではこれらの影響が小さいと考えられる。また、単孔ノズルから軸方向への噴霧では噴霧角 C_{ang} の変化は小さくその影響も大きくないと考えられるので、このとき次式の関係が得られる。

表 1 計算および実験の主要な条件⁽²⁾⁽³⁾

	case	fuel	P amb	T amb	V inj	d _N	Reference
cal.	k1	Kerosine	0.9 Mpa	300 K	100 m/s	0.30 mm	this paper
	k2	Kerosine	0.1 Mpa	300 K	100 m/s	0.30 mm	
	k3	Tridecane	1.5 Mpa	300 K	185 m/s	0.16 mm	
	k4	Tridecane	1.5 Mpa	300 K	364 m/s	0.16 mm	
exp.	J1	Dieselfuel	0.1 Mpa	300 K	107 m/s	0.30 mm	(3)
	J2	Dieselfuel	1.1 Mpa	300 K	101 m/s	0.30 mm	
	J3	Dieselfuel	2.1 Mpa	300 K	95 m/s	0.16 mm	
	J4	Dieselfuel	5.0 Mpa	300 K	76 m/s	0.16 mm	
	J5	Tridecane	1.5 Mpa	300 K	185 m/s	0.16 mm	(2)
	J6	Tridecane	1.5 Mpa	300 K	364 m/s	0.16 mm	

$$X_p^* = f(t^*) \quad \dots\dots\dots (20)$$

図1には表1の実験および計算で得られた噴霧の先端到達距離の無次元値 X_p^* を無次元時間 t^* に対して表している。計算では噴霧の全質量の10%が通過した軸方向断面の x 座標を噴霧の到達距離と定義している。各プロットおよび各線はそれぞれ表1における実験および計算に対応する結果である。原論文では実験点はさらに多いが、ここでは代表的な実験点のみを引用している。表1のように雰囲気圧力(気体密度)、燃料噴射速度、ノズル口径などが比較的広い範囲に変わるが、噴霧の先端到達距離 X_p^* が t^* の関数でほぼ与えられ、式(20)が妥当であることがわかる。図1の無次元表示において、計算点や実験点が一つの線上に完全には一致しないのは気体と液滴の速度差が生じている(平衡に達していない)ことが主な原因と考えられる。

次に噴霧の分散について考える。

図2(a), (b)にケースK3とケースK4の場合の噴霧液滴の分散状況を示す。図2中のプロットは液滴の存在位置を示す。ケースK3の液滴の噴射速度(185 m/s)はケースK4の場合の噴射速度(364 m/s)のほとんど1/2倍であり、その他の条件は同一であるから、このK3とK4のケースでは代表長さ L_0 は同じで、代表時間は前者が後者の2倍となる。すなわち、同じ空間尺度をとればK3における液滴位置 X_p はK4における1/2の時間における液滴位置に対応することが

予想される。K3のケースの1.0, 2.0, 3.0, 4.0 msの時刻の噴霧液滴の位置図2(a)はK4のケースの0.5, 1.0, 1.5, 2.0 msの時刻の噴霧液滴の位置図2(b)と類似していることがわかる。このことは、式(18)の無次元量の関係を支持している。

次に、噴霧流中の気体の流速分布について考える。

図3(a), (b)はそれぞれケースK3およびK4の条件において、無次元の軸方向流速 U^* を無次元半径方向距離 Y^* にたいして示している。それぞれの場合において、ノズルからの無次元軸方向距離 x^* および噴射開始からの無次元時間 t^* を対応させている。流速 U , 半径方向距離 Y , 軸方向距離 x および時間 t の無次元化については、2章のようにそれぞれの次元の代表量 U_0, L_0 および $t_0 (=L_0/U_0)$ で割ることによって図3から、対応する無次元時間、無次元位置では無次元流速分布はほぼ同じになることがわかる。このことは式(18)を支持している。ケースK3とK4では噴射速度が異なるので噴霧液滴の粒径も異なるが⁽¹⁾、その影響はこれらのケースではあまり大きくなく、式(17)における r_d^*, v_d^* および ρ_l^* の影響が大きいとは言える。

4. ま と め

(1) 非定常噴霧流を規定する基礎方程式、境界条件および初期条件を無次元化することによって支配パラメータの導出を行った。とくに、無次元化のための

The case number indicates the condition in the Table 1.

図1 噴霧の無次元到達距離と無次元時間の関係

図 2 噴霧液滴の分散状況

図 3 無次元流速分布

代表長さとして $d_N(\rho_l/\rho_g)^{0.5}$, 代表速度として V_{inj} を選ぶことが噴射条件から生じる無次元パラメータを消去するのに有効であることを示した。

(2) 気体と液滴が平衡に近い(相対速度が小さい)とき, 主要な無次元従属変数である気体の流速, 噴霧液滴の位置(噴霧の分散)などが, 主として無次元時間と無次元座標の関数で表され, 噴霧角以外のパラメータの影響が小さいことが予測された。

(3) (1), (2)の結果に基づくと, 噴霧の到達距離を雰囲気圧力, 噴射速度およびノズル口径の異なる

条件でも統一的に整理できることを示した。また, 噴霧の分散や気体の流速についても(1), (2)の無次元整理が有効であることを示した。

文 献

- (1) 范・高城・岡本, 日本第26回燃焼シンポジウム講論集, (1988), 404, (機論投稿中)。
- (2) 横田・神本・小林, 機論, 54-449, B(1988), 741。
- (3) Hiroyasu, H. and Kadota, T., SAE paper No. 740715(1974)。