タービン動翼に加わる流体励振力に関する研究*
(第2報, 実験に基づく励振力評価法)石原国彦^{*1}, 田中道雄^{*1}, 山崎洋文^{*1}Study on Aerodynamic Exciting Forces on Turbine Rotor Blades
(2nd Report, Evaluation Method of Exciting Force
based on Experimental Data)

Kunihiko ISHIHARA, Michio TANAKA and Hirohumi YAMASAKI

Unsteady aerodynamic forces on a turbine cascade blade due to a sinusoidal gust have been studied experimentally. Turbine blades having large camber, large thickness and large turning angle, it is difficult to obtain unsteady forces theoretically. In spite of many theoretical investigations having been carried out, there are few results giving adequate accuracy. Thus, in this study, systematic experiments have been carried out in order to obtain unsteady forces acting on gas turbine cascade blades, and an evaluation method for blade-exciting forces has been deduced by using experimental data. In the 2nd report, experimental data are discussed in detail and the evaluation method is described so that the exciting forces can be obtained by using the reduced frequency and cascade conditions.

Key Words: Unsteady Aerodynamic Force, Turbine Cascade, Pressure Fluctuation, Gust, Rotating Cascade, Experimental Equipment

1. ま え が き

タービン動翼に作用する流体励振力を評価することは翼の安全設計にとって不可欠であるが翼の反り, 轉向角, 肉厚などが大きいために従来の平板翼理論を適用するには問題がある。また, タービン動翼を対象とした理論的研究も盛んになされている^{(1)~(3)}ものの解析がかなり複雑であること, 予測精度が十分でないなどのために, まだ設計に供試得るまでには至っていない。

そこで本研究では, ガスタービン動翼を対象として実機の通常起こりうる条件を網羅した系統的な変動流体力把握実験を行い, それらのデータを整理して設計に役立つ励振力算出法を確立することを試みた。

前報においては, 実験装置, 実験方法について, 詳細に述べるとともに定常流特性, 変動力などの実験結果を示し, 励振力(変動揚力)が主に無次元振動数に支配されることを示した。本報ではこれらの実験結果についてさらに詳細な検討を行い, 翼列条件と無次元振動数が与えられれば, 励振力が評価できる手法につい

て述べる。

2. 実験方法の概略

実験装置および方法については第1報で詳述しているのでここではその概略を述べる。

本実験では, 静翼その他による不均一流中を通過する実機ガスタービン動翼に発生する励振力を評価するために, 動翼は静止させておき, 動翼列前方に置いた回転円柱列で周期変動流れを発生させ, 速度三角形は実機と同一の関係を保つようにして, このときの供試翼面上の変動圧力分布を計測した。実験装置の概念図を図1に示す。計測は, ヨーメータで動翼列の上流側, 下流側の定常流 W_i, β_i ($i=1$: 上流, $i=2$: 下流) 熱線流速計で $\bar{W}_c, \alpha$, 微小圧力変換器で供試翼面上の変動圧力をそれぞれ測定した。これらのデータのうち, 変動流速と変動圧力については, 300回平均化処理したのちフーリエ解析を行い, 基本周波数成分の振幅, 位相を求めた。これらの変動流速と変動圧力の値と, 翼列前後のヨーメータから求めた入口, 出口の平均流速および角度などから変動揚力係数, 変動モーメント係数などを算出した。

* 原稿受付 平成元年9月11日。

^{*1} 正員, 川崎重工(株)技術研究所 (〒673 明石市川崎町1-1)。

図1 実験装置概念図

3. 実験結果と考察

3.1 変動揚力の特徴 翼面各点の変動圧力を翼面に沿って積分すれば、変動揚力 $\tilde{L}$ が求められる。 $\tilde{L}$ の x 方向成分を $\tilde{L}_x$, y 方向成分を $\tilde{L}_y$ とすると

$$\tilde{L}_x = \oint \tilde{p} dy = \oint |\tilde{p}| \cdot e^{j(\omega t + \phi_p)} dy \quad (1)$$

$$\tilde{L}_y = \oint \tilde{p} dx = \oint |\tilde{p}| \cdot e^{j(\omega t + \phi_p)} dx \quad (2)$$

各点の $\tilde{p}$ に位相差があるから $\tilde{L}_x$, $\tilde{L}_y$ は同位相とはならず位相差を持つ。 $\tilde{L}_y$ を縦軸, $\tilde{L}_x$ を横軸にとって $\tilde{L}$ のリサージュを描くと図2および図3のようになる。ただし図2 (No. 1翼) は第1報の図11と図3 (No. 2翼) は第1報の図12と同一条件である。これらの図を見ると $\tilde{L}$ に明らかな一つの特徴が見られる。すなわち $\tilde{L}$ はほぼ一定の方向 (リサージュの長軸方向) に単振動しているとみなせるということである。もう少し厳密に表現すると, $\tilde{L}$ はリサージュの長軸方向の成分とこれに直交して位相差が 90° の短軸方向の成分とからなり、後者の大きさ ($|\tilde{L}_{\min}|$) は前者の大きさ ($|\tilde{L}_{\max}|$) に比べて非常に小さい。

図4は $|\tilde{L}_{\max}|$ と $|\tilde{L}_{\min}|$ の比較を全測定について行ったものである。ただし以下のごとく無次元化してある。

$$|\tilde{C}_{L\max}| = |\tilde{L}_{\max}| / 0.5 \rho W_\infty^2 \frac{|\tilde{W}_G|}{W_\infty} C \quad (3)$$

$$|\tilde{C}_{L\min}| = |\tilde{L}_{\min}| / 0.5 \rho W_\infty^2 \frac{|\tilde{W}_G|}{W_\infty} C \quad (4)$$

図4から $|\tilde{L}_{\min}|$ は $|\tilde{L}_{\max}|$ の10~15%以下とみなせる。次に $|\tilde{L}_{\max}|$ の作用方向についてまとめたものが図5である。 $|\tilde{L}_{\max}|$ の作用方向 (前出リサージュの長手方向) と y 軸の成す角度を $\beta_{L\max}$ として定常流の翼列入

図2 変動揚力のリサージュ (No. 1翼)

図3 変動揚力のリサージュ (No. 2翼)

図4 $|C_{L\max}|$ と $|C_{L\min}|$ の比較

口流入角との関係として表した。図5中の β_L は定常揚力の方向で

$$\beta_\infty = \cot^{-1}[(\cot \beta_1 + \cot \beta_2)/2] = 90^\circ - \beta_L \quad \cdots (5)$$

である。一つの翼列では β_2 は一定と考えてよいから β_L は β_1 のみの関数になる。 $\pm 10^\circ$ 程度のばらつきはあるが $\beta_{L\max}$ の β_1 に対する傾向はほぼ β_L と同じ傾向($\beta_{L\max} = \beta_L - 17^\circ$)にあると言える。

$\tilde{L}_{\max}$ は大体翼弦に直角方向であり、 $\tilde{L}_{\max}$ と直交する $\tilde{L}_{\min}$ はほぼ翼弦に平行である。以上をまとめると $\tilde{L}$ は $\tilde{L}_{\max}$ と $\tilde{L}_{\min}$ の2成分からなり、 $\tilde{L}_{\min}$ は $\tilde{L}_{\max}$ に比較してその大きさは10%程度でかつ作用方向は翼弦方向である。したがって、翼の曲げ振動に対する励振力としての作用は $\tilde{L}_{\max}$ のみを考えれば十分である。

3.2 $\tilde{L}_{\max}$ について $\tilde{L}_{\max}$ の作用方向は図5から $\beta_{L\max} = \beta_L - 17^\circ$ であることがわかったが、その大きさはどうか。図6は $|\tilde{C}_{L\max}|$ を実験した全測定点について無次元振動数 k を横軸にとってプロットしたものである。変動揚力を決定するパラメータは k の他にも種々のものがあることは第1報で述べたとおりであるが、図6をみるとあるばらつきの範囲では、 k が支配的であると言える。

3.3 $\tilde{C}_{L\max}$ について 第1報で翼面変動圧力の振幅($|\tilde{C}_p|$)が k の増加とともに小さくなることを指摘したが、それに応じて $|\tilde{C}_{L\max}|$ も k が大きくなると急激に減少し、 k が5以上では非常に小さい値になっている。実験範囲の k の小さいところでは $|\tilde{C}_{L\max}|$ の値は大きい。例えば $k=1$ 付近では $|\tilde{C}_{L\max}|=3\sim 4$ の値をとっている。ちなみに定常揚力係数 $C_L(=L/0.5\rho W_\infty^2 C)$ は $\beta_1=90^\circ$ のときNo.1翼で1.55, No.2翼で1.66である。

さて、 $k=0$ は流れが準定常的に変動する状態を表すがこのときの変動揚力 $\tilde{L}_{k=0}$ は簡単に計算することができる。

$$|\tilde{C}_L|_{k=0} = \tilde{L}_{k=0}/0.5\rho W_\infty^2 \frac{|\tilde{W}_C|}{W_\infty} C \quad \cdots (6)$$

と無次元化すると

図5 $L_{\max}$ の作用方向

$$|\tilde{C}_L|_{k=0} = C_L F(\beta_1, \beta_2, \beta_C) \quad \cdots (7)$$

$$\text{ただし } C_L = 2(t_r/C) \sin \beta_1 (\cot \beta_2 - \cot \beta_1)$$

$$F(\beta_1, \beta_2, \beta_C)$$

$$= 2 \sin \beta_C / \sin \beta_1 + \{\sin(\beta_1 + \beta_C) / \sin^2 \beta_1\} \\ \times [(\cot \beta_1 + \cot \beta_2) / \{4 + (\cot \beta_1 + \cot \beta_2)^2 \\ + 1/(\cot \beta_2 - \cot \beta_1)\}] \quad \cdots (8)$$

式(7), (8)の導出は付録を参照のこと。

$|\tilde{C}_L|_{k=0}$ は $t_r/C, \beta_2, \beta_1, \beta_C$ の関数となり、 $k=0$ なら $\varphi=0$ であるから翼列の主要諸元と変動揚力を決定するパラメータをすべて含んだ形となる。

図7は実験した各条件に付き $|\tilde{C}_L|_{k=0}$ を計算し、 $|\tilde{C}_{L\max}|/|\tilde{C}_L|_{k=0}$ の比をとって図6と同様に k を横軸に全測定点をプロットしたものである。

$|\tilde{C}_{L\max}|/|\tilde{C}_L|_{k=0}$ は本実験結果を見る限り実用的には翼形や他のパラメータの違いはそれほど大きな影響はなく、ほぼ k のみの関数として表され则认为られる。図8は図7の実線といくつかの理論解とを比較したものである。曲線(a)は単独無揚力($C_L=0$)の平板翼に対する理論解⁽⁴⁾、曲線(b)は平板翼列に対する解である⁽⁵⁾。両解とも定性的には本実験結果と同じ傾向を示しているが、その値はかなり異なる。

3.4 変動モーメント 翼面変動圧力 $\tilde{p}$ は揚力変動のみでなく変動モーメントも生ずる。この変動モー

図6 $|C_{L\max}|$ と $k(=\omega C/2W_\infty)$ との関係

図7 $|C_{L\max}|/|C_L|_{k=0}$ と $k(=\omega C/2W_\infty)$ との関係

メントは翼のねじり振動の励振力となる。前縁回りの変動モーメント $\tilde{M}_0$ は

$$\tilde{M}_0 = \oint \tilde{p}(x dx + y dy) \dots\dots\dots (9)$$

である。これを次式で無次元化する。

$$\tilde{C}_{M0} = \tilde{M}_0 / 0.5 \rho W_\infty^2 \frac{|\tilde{W}_c|}{W_\infty} C^2 \dots\dots\dots (10)$$

3.3 節の $\tilde{L}_{\max}$ の議論から $\tilde{M}_0$ も $\tilde{L}_{\max}$ と同じように主として k によって支配されるであろうことは容易に察しがつく。実験した全測定点の $|\tilde{C}_{M0}|$ を横軸 k でプロットしたものが図9である。 $|\tilde{C}_{L\max}|$ と同様の傾向を示している。図9中の計算値(斜線部)は前縁から $\tilde{L}_{\max}$ 作用点迄の腕の長さが $0.35C$ であるとして

$$|\tilde{C}_{M0}| = 0.35 \times |\tilde{C}_{L\max}| \dots\dots\dots (11)$$

として求めた値である。ただし $\tilde{L}_{\max}$ は

$$|\tilde{C}_{L\max}| = \frac{|\tilde{C}_{L\max}|}{|\tilde{C}_L|_{k=0}} |\tilde{C}_L|_{k=0} \dots\dots\dots (12)$$

に図7の実線の値、 $|\tilde{C}_L|_{k=0}$ は式(7)による計算値を代入して求めたものである。このような簡単な推定式でもほぼ実測値とあう。計算値に斜線部のごとく幅があるのは測定ごとに β_2 , t/C , β_1 , β_C が異なり $|\tilde{C}_L|_{k=0}$ の値が違うからである。前縁以外の任意の点回りの変動モーメントは

$$\tilde{M} = \tilde{M}_0 - r \tilde{L}_{\max} \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 r はその点から $\tilde{L}_{\max}$ 作用点迄の腕の長さである。以上の議論からわかるように $\tilde{L}_{\max}$ と $\tilde{M}_0$ は同相である。

4. 本実験に基づくタービン動翼の励振力計算法

3章の実験結果は動翼の作動条件、不均一流の特性を広範囲に変えて得たものであり、供試翼形もガスタービンのタービン動翼として代表的なものを選んでい

図8 本実験値と理論解との比較

で得られた励振力は基本的に通用しうものと考えられる。本章では、3章の結果に基づいて励振力の計算法をまとめておく。

4.1 翼高さ方向の励振力分布の計算

タービンの流れは翼高さ方向に分布を持っていることは周知であるが、励振力も同じように翼高さ方向に分布を考える必要がある。その計算法はタービン性能計算の際行われるように、翼高さ方向で適当に選んだいくつかの断面で別々に励振力を算定し、これをおおのこの断面位置での励振力として翼高さ方向に分布させればよい。いわゆる STRIP THEORY に基づく計算法である。

4.2 各断面での励振力計算法

動翼に流入する $|\tilde{W}_c|$ および変動周波数は与えられているものとする。定常流の翼列入口、出口の速度三角形、ガスの状態量はあらかじめ計算により求めておく。

(1) 変動風のパラメータ (k , β_C , φ) を計算する。

ただし $\beta_C = \alpha_1$ とおく。

(2) 式(7)より $|\tilde{C}_L|_{k=0}$ を計算する。

(3) 図7の実線から $|\tilde{C}_{L\max}|/|\tilde{C}_L|_{k=0}$ を求める。

これと $|\tilde{C}_L|_{k=0}$ より $|\tilde{C}_{L\max}|$ の値を計算する。

(4) 定常揚力の方向 β_L を式(5)より求め、 $\beta_{L\max} = \beta_L - 17^\circ$ より $\tilde{L}_{\max}$ の作用方向を計算する。

(5) 式(11)より $|\tilde{C}_{M0}|$ を計算する。

(6) $|\tilde{C}_{L\max}|$, $|\tilde{C}_{M0}|$ から式(3), (10)を用いて有次元量 $|\tilde{L}_{\max}|$, $|\tilde{M}_0|$ を求める。ねじり中心に対するモーメントは式(13)で計算する。

以上で各断面の励振力が計算できる。これをフローとして図10に示す。

5. 結 論

タービン動翼を対象とした系統的实验を行い、以下のような励振力の基本的な特性を明らかにした。

(1) 変動揚力は $\tilde{L}_{\max}$ と $\tilde{L}_{\min}$ の2成分に分けられ

図9 変動モーメント係数と $k(=\omega C/2W_\infty)$ との関係

るが、 $\tilde{L}_{\min}$ の大きさは $\tilde{L}_{\max}$ に比べ充分小さく、作用方向も翼弦方向である。したがって励振力としては $\tilde{L}_{\min}$ は無視できて $\tilde{L}_{\max}$ のみを考えればよい。

(2) $\tilde{L}_{\max}$ の作用方向は定常揚力と一定の関係がある。また $\tilde{L}_{\max}$ の大きさは無次元振動数 k によってほとんど決まり、翼形やその他のパラメータの影響は小さい。

(3) 変動モーメントも $\tilde{L}_{\max}$ と同様に k によってほとんど定まり、 $\tilde{M}_0 = 0.35C \times \tilde{L}_{\max}$ の簡単な関係が成り立つ。

これらの関係を簡単な実験式として表しタービン動翼の励振力計算法をまとめた。

付録 変動揚力の準定常解

定常揚力 L は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} L &= \rho W_{\infty} \Gamma \\ &= \rho W_{\infty} (W_{2u} - W_{1u}) \cdot t_r \\ &= \rho W_{\infty}^2 t_r \cdot 2 \sin \beta_{\infty} (\cot \beta_{\infty} - \cot \beta_1) \cdots \cdots (14) \end{aligned}$$

いま、変動風 $(|\tilde{W}_c|, \beta_c)$ により翼列入口の速度 $\vec{W}_1$ が $\vec{W}_1 + \vec{W}_c$ に変化したとすると、これに応じて L が変化する。この L の変化は二つの成分に分解できる。すなわち、

(a) β_1 が $\Delta\beta_{1+} \sim \Delta\beta_{1-}$ の間で変動することにより生ずる L の変化分

(b) W_1 が $\Delta W_{1+} \sim \Delta W_{1-}$ の間で変動することにより生ずる L の変化分

この二つの成分は式(14)から

$$\Delta L/L = 2 \cdot \Delta W_{\infty}/W_{\infty} + f'(\beta_1) \Delta\beta_1/f(\beta_1) \cdots \cdots (15)$$

ただし、 $f(\beta_1) = 2 \cdot \sin \beta_{\infty} (\cot \beta_{\infty} - \cot \beta_1)$

式(15)の右辺第2項が(a)に、第1項が(b)に対応する。

(1) (a)の成分について

図12を参照して

$$\begin{aligned} |\tilde{W}_c| \sin(180^\circ - \beta_1 - \beta_c) \\ = \{W_1 + |\tilde{W}_c| \cos(180^\circ - \beta_1 - \beta_c)\} \tan \Delta\beta_{1+} \end{aligned}$$

ゆえに

$$\tan \Delta\beta_{1+} = \frac{(|\tilde{W}_c|/W_1) \sin(\beta_1 + \beta_c)}{1 - (|\tilde{W}_c|/W_1) \cos(\beta_1 + \beta_c)}$$

同様に

$$\tan \Delta\beta_{1-} = \frac{(|\tilde{W}_c|/W_1) \sin(\beta_1 + \beta_c)}{1 + (|\tilde{W}_c|/W_1) \cos(\beta_1 + \beta_c)}$$

$|\tilde{W}_c|/W_1 \ll 1$ とすると、

$$\begin{aligned} \Delta\beta = \Delta\beta_{1+} = \Delta\beta_{1-} = \tan \Delta\beta \\ = (|\tilde{W}_c|/W_1) \sin(\beta_1 + \beta_c) \cdots \cdots (16) \end{aligned}$$

$$f'(\beta_1) = 2 \cdot \cos \beta_{\infty} (\cot \beta_{\infty} - \cot \beta_1) d\beta_{\infty}/d\beta_1$$

図10 励振力計算フロー

図11 翼列と記号

図 12 翼列流入速度の変化

$$\begin{aligned}
 & + 2 \cdot \sin \beta_\infty \left(\frac{-1}{\sin^2 \beta_\infty} \cdot \frac{d\beta_\infty}{d\beta_1} + \frac{1}{\sin^2 \beta_1} \right) \\
 f'(\beta_1)/f(\beta_1) &= \cot \beta_\infty d\beta_\infty/d\beta_1 \\
 & - \{1/(\cot \beta_\infty - \cot \beta_1)\} \\
 & \times \{(1/\sin^2 \beta_\infty) d\beta_\infty/d\beta_1 - 1/\sin^2 \beta_1\} \\
 & = (1/\sin^2 \beta_1) \{(\cot \beta_1 + \cot \beta_2) \\
 & / \{4 + (\cot \beta_1 + \cot \beta_2)^2\} \\
 & + 1/(\cot \beta_2 - \cot \beta_1)\} \dots\dots\dots (17)
 \end{aligned}$$

式(16)および式(17)より

$$\begin{aligned}
 f'(\beta_1) \cdot \Delta \beta_1 / f(\beta_1) &= \{\sin(\beta_1 + \beta_c) / \sin^2 \beta_1\} \{(\cot \beta_1 + \cot \beta_2) \\
 & / \{4 + (\cot \beta_1 + \cot \beta_2)^2\} + 1/(\cot \beta_2 - \cot \beta_1)\} \\
 & \times (|\tilde{W}_c|/W_1) \dots\dots\dots (18)
 \end{aligned}$$

(2) (b)の成分について

$$\Delta W_\infty / W_\infty = \Delta W_m / W_m = (|\tilde{W}_c|/W_1) \sin \beta_c / \sin \beta_1 \dots\dots\dots (19)$$

式(18)および式(19)を式(15)に代入して

$$\begin{aligned}
 \Delta L / L &= [2 \sin \beta_c / \sin \beta_1 + \{\sin(\beta_1 + \sin \beta_c) / \sin^2 \beta_1\} \\
 & \times \{(\cot \beta_1 + \cot \beta_2) / \{4 + (\cot \beta_1 + \cot \beta_2)^2\} \\
 & + 1/(\cot \beta_2 - \cot \beta_1)\}] (|\tilde{W}_c|/W_1) \\
 F(\beta_1, \beta_2, \beta_c) &= 2 \sin \beta_c / \sin \beta_1 + \{\sin(\beta_1 + \beta_c) / \sin^2 \beta_1\} \\
 & \times \{(\cot \beta_1 + \cot \beta_2) / \{4 + (\cot \beta_1 + \cot \beta_2)^2\} \\
 & + 1/(\cot \beta_2 - \cot \beta_1)\}
 \end{aligned}$$

とおくと

$$\begin{aligned}
 \Delta L &= F(\beta_1, \beta_2, \beta_c) (|\tilde{W}_c|/W) L \\
 |\tilde{C}_l|_{k=0} &= \Delta L / 0.5 \rho W_\infty^2 \cdot (|W_c|/W_\infty) \cdot C, \\
 C_L &= L / 0.5 \rho W_\infty^2 \cdot C \text{ とすると} \\
 |\tilde{C}_l|_{k=0} &= C_L F(\beta_1, \beta_2, \beta_c) \dots\dots\dots (20) \\
 C_L &= 2t_r / C \sin \beta_1 (\cot \beta_2 - \cot \beta_1) \dots\dots\dots (21)
 \end{aligned}$$

文 献

- (1) 西山・矢野目, 機論, 45-394(1979), 763.
- (2) 西山・堀崎, 機論, 50-454, B (1984), 1476.
- (3) 西山・堀崎, 機論, 55-510, B (1989), 306.
- (4) Fung, Y. C., *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*, 1968, 411, Dover Publications.
- (5) Schorr, B. and Reddy, K. C., *AIAA J.*, 9-10(1971), 2043.