流体の流れ方向の温度変化を考慮した熱解析法*

柳田 武彦^{*1}, 神原 孝次^{*2}, 朝吹 弘^{*2}Thermal Analysis by the Finite-Element Method Considering
the Temperature Change of a Fluid along a Path

Takehiko YANAGIDA, Takatsugu KANBARA and Hiroshi ASABUKI

As a convective boundary condition in thermal analysis by a finite-element method, heat transfer coefficients and circumferential fluid temperatures are generally specified. However, when fluid temperature varies greatly along a flow path, it is difficult to specify fluid temperature distribution in advance. In the case of a combined analysis of flow and heat transfer, a large-scale computer is needed. Furthermore, it takes much time to solve the flow equation. In designing machines, a simple method for predicting cooling performance is often more desirable than precise flow analysis. This paper shows a simple thermal analysis method considering the temperature change of a fluid along a path without flow analysis by specifying heat transfer coefficients. An example of the thermal analysis of a general-purpose inverter is shown.

Key Words: Convective Heat Transfer, Numerical Analysis, Finite-Element Method, Boundary Condition, Inverter

1. 結 言

各種の機器の冷却設計に有限要素法の熱伝導解析が用いられる。熱伝導解析では固体壁面の境界条件として一般に、(1)温度指定、(2)熱流束指定、(3)熱伝達率および周囲流体温度指定(熱伝達境界)が用いられる。しかし固体壁面に沿って流体が流れ、流れ方向に流体温度が大きく変化する場合には熱伝達境界における各伝熱面の周囲流体温度をあらかじめ指定することは困難である。

一方、流れと熱を連立させた熱流動解析では熱伝導解析に比べて大形の計算機が必要であり、またデータ作成時間や計算時間が長くなる。機器の冷却設計においては詳細な流れ解析よりもまず概略の構造で簡単に冷却性能を予測したい場合が多い。

そこで本報では、流れ解析を行わず、各部の流量および熱伝達率を与えることによって流体の流れ方向の温度変化を考慮する簡易熱解析法について提案する。また本計算法を用いてはん用インバータの熱解析を行った例について述べる。

* 原稿受付 平成元年11月1日。

^{*1} 正員、(株)日立製作所機械研究所 (〒300 土浦市神立町502)。^{*2} (株)日立製作所習志野工場 (〒275 習志野市東習志野7-1-1)。

2. 記 号

$B_1 \sim B_4$: 部分マトリックス
 C : 流体の比熱 J/(kg·°C)
 F : 伝熱面積 m²
 G : 流量 m³/s
 i, j, k : 物体の節点番号
 in : 流体要素入口節点番号
 $[K]$: 温度剛性マトリックス
 $[K_h]$: 熱伝達マトリックス
 m : 流体の節点数
 n : 物体の節点数
 out : 流体要素出口節点番号
 p, q : 物体節点番号 i, j, k を表す
 Q : 伝熱量 W
 Q_N : 発熱量 W
 r : 流体節点番号 in, out を表す
 t : 物体節点温度 °C
 t_f : 流体節点温度 °C
 t_{fi}, t_{fo} : 流路入口, 出口温度 °C
 α : 熱伝達率 W/(m²·°C)
 ρ : 流体の密度 kg/m³

添 字

l: 合流部の流入口番号

3. 流れ方向の温度変化を考慮した熱解析

有限要素法の熱伝導解析では、物体を有限個の要素に分割し、要素ごとに変分法に基づく要素マトリックス方程式を求め、これを重ね合わせて全体方程式を作る。要素(e)についての要素マトリックス方程式は

$$[K]^{(e)}[t]^{(e)} - [Q_N]^{(e)} + [K_h]^{(e)}[t - t_f]^{(e)} = 0 \quad \cdots (1)$$

ここに $[K]$ は温度剛性マトリックスで熱伝導項、 $[Q_N]$ は発熱項、 $[K_h]$ は表面の熱伝達項である。

一般の熱伝導解析では周囲流体温度は既知であり、式(1)は

$$[K + K_h]^{(e)}[t]^{(e)} - [Q_N]^{(e)} - [K_h]^{(e)}[t_f]^{(e)} = [K + K_h]^{(e)}[t]^{(e)} - [Q_N]^{(e)} = 0 \quad \cdots (2)$$

となる。この要素マトリックス方程式を重ね合わせ、全体方程式

$$[K + K_h][t] - [Q_N] = 0 \quad \cdots (3)$$

を解けば各節点の温度が求められる。ここで n は物体の節点数、 $n \times n$ などとはマトリックスの行数×列数を表す。

しかし周囲流体温度が未知の場合は物体温度 t と流体温度 t_f を共に未知数として、連立させて解くことが必要になる。式(1)は

$$[K + K_h]^{(e)}[t]^{(e)} - [Q_N]^{(e)} - [K_h]^{(e)}[t_f]^{(e)} = \begin{bmatrix} K + K_h & -K_h \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{(e)} \begin{bmatrix} t \\ t_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q_N \\ 0 \end{bmatrix}^{(e)} = 0 \quad \cdots (4)$$

と表すことができる。この要素マトリックス方程式を重ね合わせた全体方程式を

$$\begin{bmatrix} n & m \\ B_1 & B_2 \\ B_3 & B_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ t_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q_N \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad \cdots (5)$$

と表す。 B_1 は $[K + K_h]$ 、 B_2 は $[-K_h]$ に相当する。また B_3 、 B_4 は流体温度を求めるための係数である。式(4)では流体の熱バランスが考慮されていないので $B_3 = B_4 = [0]$ であり、このままでは流体温度を変数として解くことはできない。流路の伝熱面の熱伝達および流体の温度上昇の式から各マトリックス要素を修正する必要がある。

3.1 流路の分岐、合流がない場合

図1(a)のように物体を貫通する流路がある場合、流路を含めて多数の要素に分割する。物体については一般の汎用熱伝導解析と同様であり、三次元要素(六面体要素など)や二次元要素(四角形要素など)を用いて分割し、節点や要素のデータを作成する。

流路については流路方向についてのみ分割し、流路断面ごとに面を代表する節点を設ける。ただしこの流体の節点の番号は流路断面の番号といえるもので、節点としての座標値は有しない。流路断面内の温度は一樣とする。流体内の熱伝導は考慮しない。

図1(a)で流体内の1区間を考えると流体は入口節点 in から出口節点 out に流れ、周囲伝熱面からの熱伝達により温度は t_{fin} から t_{fout} に変化する。なお流路入口節点 t_{fi} では流体温度を指定するものとする。

この区間で流体が接する伝熱面は一つとは限らないが、最も簡単な三角形伝熱面1個の場合について計算法を述べる。伝熱面が多数ある場合は各伝熱面について重ね合わせを行えばよい。

図1(b)のように伝熱面要素(e)からの熱伝達により流体温度が変化する場合を考える。三角形伝熱面の各節点 i, j, k の温度を t_i, t_j, t_k とし、流体入口節点 in の温度 $\bar{t}_{fin}$ 、流体出口節点 out の温度 t_{fout} 、流体平均温度 $\bar{t}_f$ 、伝熱面要素(e)の面積 $F^{(e)}$ 、熱伝達率 $\alpha^{(e)}$ 、伝熱量 $Q^{(e)}$ とすると、

$$\bar{t}_f = (t_{fin} + t_{fout})/2 \quad \cdots (6)$$

$$Q^{(e)} = F^{(e)} \alpha^{(e)} \left(\frac{t_i + t_j + t_k}{3} - \bar{t}_f \right) = G \rho C (t_{fout} - t_{fin}) \quad \cdots (7)$$

となる。また有限要素法で伝熱面要素(e)からの熱伝達項は、

$$[K_h]^{(e)}[t - \bar{t}_f]^{(e)} = \frac{F^{(e)} \alpha^{(e)}}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_i - \bar{t}_f \\ t_j - \bar{t}_f \\ t_k - \bar{t}_f \end{bmatrix} = \frac{F^{(e)} \alpha^{(e)}}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_i \\ t_j \\ t_k \end{bmatrix} - \frac{F^{(e)} \alpha^{(e)}}{3} \cdot \frac{t_{fin} + t_{fout}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \cdots (8)$$

と表される。

すなわち、個々の熱伝達要素マトリックスを全体マトリックスに重ね合わせる場合、式(8)の右辺第1項

(a) 三次元の解析領域 (b) 三角形伝熱面要素

図1 流体温度上昇を考慮した熱解析

を全体マトリックス〔式(5)〕の B_1 に、また式(8)の右辺第2項を式(5)の B_2 に加えればよい。具体的には p, q が節点番号 i, j, k を、また r が流体節点 in, out を表すものとする、伝熱面要素(e)による式(5)の係数マトリックスの n_1 行、 n_2 列の増分 $B_i^{(e)}(n_1; n_2)$ は次のように表される。

$$\begin{cases} B_1^{(e)}(p; q) : \begin{cases} F^{(e)}\alpha^{(e)}/12 & (p \neq q \text{ の場合}) \\ F^{(e)}\alpha^{(e)}/6 & (p = q \text{ の場合}) \end{cases} \\ B_2^{(e)}(r; p) : -F^{(e)}\alpha^{(e)}/6 \end{cases}$$

全体マトリックスの B_3, B_4 は式(6), (7)から求まる。すなわち式(6), (7)から

$$\begin{aligned} & t_{f, out}(G\rho C + F^{(e)}\alpha^{(e)}/2) \\ & + t_{f, in}(-G\rho C + F^{(e)}\alpha^{(e)}/2) \\ & - F^{(e)}\alpha^{(e)}(t_i + t_j + t_k)/3 = 0 \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

となる。式(9)で流量に関する項は伝熱面要素には関係がないので、伝熱面要素による増分と別に各流体要素の入口、出口節点でマトリックス要素に次の値を加える。

(流体入口節点で) $B_4(in; out) : -G\rho C$

(流体出口節点で) $B_4(out; out) : G\rho C$

伝熱面要素(e)についての各マトリックス要素の増分は次のようになる。

$$\begin{cases} B_3^{(e)}(p; out) : -F^{(e)}\alpha^{(e)}/3 \\ B_4^{(e)}(in; out) : F^{(e)}\alpha^{(e)}/2 \\ B_4^{(e)}(out; out) : F^{(e)}\alpha^{(e)}/2 \end{cases}$$

先に述べたように伝熱面が多数ある場合には伝熱面要素についての項をすべて重ね合わせればよい。実際のプログラムでは伝熱面として三角形要素および四角形要素を用いて分割し、四角形要素についてはプログラム内で改良分割法⁽²⁾により三角形要素に分割した。

3.2 流路が分岐する場合 3.1節で述べたように流路の節点は物体内の節点と異なり、流路の区間の入口部または出口部の断面を示している。すなわち流路の節点は座標値を与える必要がなく、流路が図2(a)のように分岐する場合には、分岐部の各出口の節点番号を同じにすれば分岐のない場合と同じに考えてよい。ただし各流路の流量はそれぞれデータとして与える必要がある。流路が三つ以上に分岐する場合も同様である。

3.3 流路が合流する場合 図2(b)のように流路が合流する場合は、合流部の l 番めの入口節点の流量を G_l 、流体温度を $t_{f, in, l}$ 、出口流量を G_{out} とすると、合流部の入口平均温度 $t_{f, in}$ は、

$$t_{f, in} = \sum_l t_{f, in, l} \cdot \frac{G_l}{G_{out}} \dots\dots\dots(10)$$

となり式(8)は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{F^{(e)}\alpha^{(e)}}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_i - \bar{t}_f \\ t_j - \bar{t}_f \\ t_k - \bar{t}_f \end{bmatrix} \\ & = \frac{F^{(e)}\alpha^{(e)}}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_i \\ t_j \\ t_k \end{bmatrix} \\ & - \frac{F^{(e)}\alpha^{(e)}}{6} \left(\sum_l t_{f, in, l} \frac{G_l}{G_{out}} + t_{f, out} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

すなわち全体マトリックスの B_1 の増分は式(11)の右辺第1項で表され、合流のない場合と同じである。また B_2 の増分となる右辺第2項は、各流入節点については合流のない場合に対してそれぞれ流量比を乗じた値となる。

$$\begin{cases} B_2^{(e)}(in, l; p) : -F^{(e)}\alpha^{(e)}(G_l/G_{out})/6 \\ B_2^{(e)}(out; p) : -F^{(e)}\alpha^{(e)}/6 \end{cases}$$

ここに in, l は合流部の各流入節点番号を示す。また伝熱量の式(9)は次のようになる。

$$\begin{aligned} & (G_{out}\rho C + F^{(e)}\alpha^{(e)}/2) \cdot t_{f, out} + (-G_{out}\rho C \\ & + F^{(e)}\alpha^{(e)}/2) \sum_l t_{f, in, l} \cdot G_l/G_{out} \\ & - F^{(e)}\alpha^{(e)}(t_i + t_j + t_k)/3 = 0 \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

全体マトリックスの B_3 の増分は合流のない場合と同じであるが、 B_4 の増分は流入側では合流のない場合に対して伝熱面要素の項にそれぞれ流量比を乗じた値となる。すなわち

$$\begin{cases} B_4^{(e)}(in, l; out) : F^{(e)}\alpha^{(e)}(G_l/G_{out})/2 \\ B_4^{(e)}(out; out) : F^{(e)}\alpha^{(e)}/2 \end{cases}$$

また流量の項についての増分は次のようになる。

(各流体入口節点で)

$$B_4^{(e)}(in, l; out) : -G_l\rho C$$

(流体出口節点で)

$$B_4^{(e)}(out; out) : G_{out}\rho C$$

有限要素法のはん用熱伝導解析プログラムに上記のような項を追加することにより、流れ方向の流体温度変化を考慮した熱伝導解析を行うことができる。

本計算法は簡易計算法であり、流れ解析を行わない

(a) 流路が分岐する場合 (b) 流路が合流する場合

図2 分岐、合流のある場合

ので各伝熱面の熱伝達率をデータとして入力する必要がある。また分岐、合流がある場合には各流路の流量配分を与える必要がある。流れ解析を行っていないので、解析の精度は流量配分や熱伝達率をいかに精度良く見積もるかによっている。しかし節点数が流体節点数の分だけ増す以外は簡単な熱伝導解析とほぼ同じ計算であり、データ作成や計算時間が短くてすむ特徴がある。

一般に新しい機器を開発する場合には、まず概略の構造で冷却性能を予測し、見通しを立てることが大切であり、こうした簡易な熱解析法が有効であると考えられる。また詳細に流れ解析を行うことは困難であるが熱伝達率について実験式が求められている場合、例えばモータなどに見られる内筒が回転する環状流路を含む熱解析などの場合にも有効な計算法である。

4. はん用インバータの熱解析

4.1 計算モデル 3章の熱解析法をはん用インバータに適用した例⁽³⁾について述べる。はん用インバータの概略構造を図3に示す。主スイッチング素子(インバータモジュール)やダイオード(コンバータモジュール)など発熱量の大きい主回路部の素子はフィン付きのケーシングに取付けられ、ファンにより強制冷却される。しかし小形のファンを用いており、風量が少ないので空気温度上昇が大きく、空気温度上昇を無視して熱解析を行うことはできない。また伝熱面の大部分は放熱フィンであり、流路の各伝熱面の熱伝達率としてフィンの熱伝達率を適用することができると考えられる。なお図3の冷却構造では許容温度の低い制御部が主回路から熱的に影響を受けないように自然対流式の中間冷却流路が設けられている。

主回路の温度上昇を求める計算モデルを図4に示す。主要な発熱体(主スイッチング素子、ダイオード、回生抵抗)は三次元要素を用いて、またアルミニウムダイキャスト製の薄板構造であるケーシングは二次元要素を用いて分割した。

計算では各流路の風量配分と各伝熱面の熱伝達率が必要になるが、これらの値を実際に測定することは困難である。そこで次のように仮定した。

(1) 放熱フィンを冷却する全風量はインバータを風洞に取付けて測定した。そして各流路の最小自由流路断面積に比例するものとして各流路に配分した。

(2) 熱伝達率については全伝熱面に対してフィンの占める割合が大きいのので冷却流路に面した伝熱面ではフィン間平均風速におけるフィン面の熱伝達率(図5の●印⁽³⁾)を適用した。またケーシング外面について

は自然対流の熱伝達率と熱放射による等価熱伝達率の和を用いた。

(3) 回生抵抗はモータなどの減速時に多量の熱を発生する。しかし回生抵抗の許容温度上限は高いので、ケーシングへの熱の伝達を低減するためにケーシングから浮かせて取付けられている。取付部の接触熱抵抗として $4 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot ^\circ\text{C}/\text{W}$ を用いた。また主スイッチング素子およびダイオードについてはグリースを塗布して取付けており、接触熱抵抗を無視した。

4.2 実機温度測定値との比較 熱解析結果を検証するために実機のケーシングを用いて温度上昇を測定した。各発熱体は発熱量を明確にするためにヒータブロックを用い、直流定電圧電源により加熱した。各部の温度上昇は0.2 mm φの銅-コンスタンタン熱電対により測定した。各発熱体が個別に発熱する場合および全発熱体が同時に発熱する場合について測定を行い、計算値と比較した結果を表1に記す。粗い近似にもかかわらずほぼ近い結果が得られた。

5. 結 論

(1) 機器の冷却設計上、流体の流れ方向の温度変化を考慮した熱解析が必要になる場合が多い。有限要

図3 はん用インバータの構造

図4 インバータの分割図

表 1 温度上昇実測値と計算値の比較

Heat loss	Inverter module	101.7 W		0.0		0.0		105.6		
	Converter module	0.0 W		42.1		0.0		38.5		
	Regenerative braking device	0.0 W		0.00		40.0		40.0		
Air flow rate		0.366 m ³ /min		0.366		0.366		0.366		
Location		No.*	measured	predicted	measured	predicted	measured	predicted	measured	predicted
Fin	1	33.0°C	30.5	8.4	12.4	5.0	5.9	46.6	48.9	
	2	29.0	30.0	7.3	9.0	4.8	5.2	41.0	44.5	
	3	15.4	13.1	3.9	4.0	3.1	3.1	22.5	20.3	
Regenerative braking device	4	13.1	15.7	3.1	5.0	66.5	59.0	81.8	79.8	
	5	10.4	11.5	2.2	3.6	65.2	58.5	77.3	73.6	
Casing	6	14.2	13.9	3.7	4.1	3.6	4.5	21.1	22.7	
	7	12.7	12.1	3.5	3.8	2.5	2.4	18.5	18.4	
	8	23.5	27.5	13.3	16.6	4.3	5.1	41.2	48.8	
Exhaust air	9	17.0	17.8	4.6	4.4	26.5	29.3	46.6	53.3	
	10	13.8	12.3	3.9	4.6	3.1	2.3	19.7	19.3	
	11	13.8	9.9	6.9	5.2	2.6	1.8	22.8	16.8	
	12	6.1	6.6	3.7	4.2	1.4	1.2	10.8	12.0	

*: No. in Fig. 4

Fan	experiment
Pull type	—○—
Push type	—●—

----: prediction⁽⁴⁾

図 5 放熱フィンの熱伝達率

素法の熱伝導解析プログラムを拡張し、流量や各伝熱面の熱伝達率をデータとして与えることにより、流れ解析を行わずに流体温度変化を考慮した熱解析を行う簡易な方法を提案した。

(2) 流路が分岐または合流する場合には各流路の流量配分を与えることにより(1)と同様に流体温度変化を考慮した熱解析を行うことができる。

文 献

- (1) Heubner, K. H., *The Finite Element Method for Engineers.*, (1975), 242, John Wiley and Sons.
- (2) 藤野, 熱伝導と熱応力, (1972), 192, 培風館.
- (3) 柳田・ほか2名, 機構論, No. 890-27, (1989), 29.
- (4) 日本機械学会編, 伝熱工学資料, 第4版, (1986), 53.