乱流混合の Large Eddy Simulation*

(第4報, 乱流の組織的構造)

宮内 敏雄^{*1}, 川野 浩一郎^{*2}, 新郷 美紀^{*3}Large Eddy Simulation of Turbulent Mixing
(4th Report, Coherent Structure in the Turbulent Mixing Layer)

Toshio MIYAUCHI, Koichiro KAWANO and Miki SHINGOU

The aim of this study is to clarify the streamwise vortical structure (ribs) in the two-dimensional vortical core region of a turbulent mixing layer. To achieve this purpose, the velocity fields of temporally growing turbulent mixing layers with initial random fluctuations were calculated numerically by using large eddy simulation, and vortical fields were investigated by using 3-dimensional graphics. The rib structure was observed, and the structure of these vortex tubes in the core region was made clear. From these studies, the following conclusions were obtained. (1) Ribs are formed in the blade region. (2) Ribs are connected in the core region.

Key Words: Turbulence, Numerical Analysis, Large Eddy Simulation, Coherent Structure, Turbulent Mixing, Shear Layer

1. 緒 論

乱流の組織的構造は乱流拡散火炎などの乱流せん断層において、運動量、熱、物質などの輸送に重要な役割を果たしているため、その構造を解明することはきわめて重要である。乱流の組織的構造のうち、二次元大規模渦構造については、ある程度の知見が得られているが、三次元リブ構造とその果たす役割については不明な点が多く残されている。すなわち高レイノルズ数の平面混合層中にもスパン方向に軸を持つ二次元の大規模渦構造が存在することが Brown-Roshko⁽¹⁾によって明らかにされており、その成長と合体によってせん断層が発達していくことが明らかにされている⁽²⁾。

しかし、この二次元的な大規模渦構造のみでは、取り込まれた流体の分子レベルでの混合が界面の非常に薄い領域に限られることとなるため、十分な乱流混合は期待できない。

一方、平面混合層はスパン方向に軸を持つ大規模渦構造に加えて、流れ方向に軸を持つ渦構造も含んでいることが明らかとなってきた。スパン方向に周期性を持つ流れ方向のしま(ストリーク)が存在することは、低レイノルズ数の場合についてはすでに Brown-Roshko⁽¹⁾が明らかにしており、気体の混合層については Konrad⁽³⁾が、液体の混合層については Breidenthal⁽⁴⁾がその詳細な構造を明らかにしている。また、Bernal⁽⁵⁾⁽⁶⁾や Lasheras ら⁽⁷⁾は実験的研究によりストリークが流れ方向に軸を持つ互いに回転方向の逆な渦対であることを明らかにしており、これらはリブ構造と呼ばれている⁽⁸⁾。Lasheras ら⁽⁹⁾は、これらの構造の実験的な可視化を行い、リブ構造の起源と発達の様子について考察を行っている。さらに、近年の数値解析技術の進展に伴い、Metcalf ら⁽¹⁰⁾は擬スペクトル法を用いて比較的レイノルズ数が低い場合の混合層の三次元計算を行い、三次元リブ構造を明らかにしている。また、前報⁽¹¹⁾では、ランダムな初期じょう乱のみを加えた場合でも、これらの組織的構造が発達することを明らかにした。

以上、三次元リブ構造は乱流混合において重要な役割を果たしているにもかかわらず、スパン方向に軸を持つ二次元大規模渦構造の存在するコア領域における

* 平成元年6月2日 第26回日本伝熱シンポジウムにおいて講演、原稿受付 平成元年10月6日。

*¹ 正員、東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

*² 学生員、東京工業大学大学院。

*³ 東京工業大学工学部。

リブ構造など、三次元リブ構造についてはいまだに不明な点が多く残されている。そこで、本研究では、前報⁽¹⁾で計算された Large Eddy Simulation を用いた対向平行流中の乱流混合層の三次元非定常計算結果より得られた速度から、渦度を計算することにより渦度場の構造を抽出し、三次元的な可視化により、コア領域におけるリブ構造を明らかにすることを目的としている。

2. 記 号

C : 渦粘性係数中の定数
 H : 格子間隔
 I : 初期乱れの変動強度
 K : 渦粘性係数
 L : 代表長さ (=16H)
 L_{ij} : レナード項 [式(3)]
 N_c : クーラン数
 p : 圧力
 $\bar{P}$: 圧力と垂直応力の和 [式(6)]
 Re : レイノルズ数
 S_{ij} : 変形速度テンソル
 t : 無次元時間
 Δt : 無次元差分時間間隔
 u : x 方向の無次元速度
 $\bar{u}$: $\langle u \rangle$ からの変動 $= \bar{u} - \langle u \rangle$
 u_i : 無次元速度の各成分
 U : x 方向の速度
 v : y 方向の無次元速度
 w : z 方向の無次元速度
 x : 無次元空間座標
 x_i : 無次元空間座標の各成分
 y : 無次元空間座標
 z : 無次元空間座標
 α : 波数
 δ_{ij} : クロネッカのデルタ
 ζ : 無次元変数 $= z/H$
 η : 無次元変数 $= y/H$
 ξ : 無次元変数 $= x/H$
 σ : フィルタ幅
 σ_{ij} : クロス項とレイノルズ項の和 [式(5)]
 τ : 時間ステップ [式(10)]
 τ_{ij} : SGS 応力項 [式(4)]
 ω_i : 渦度の各成分

添 字
 0: 主流
 記 号

$\langle \rangle$: $y = \text{一定断面}(x-z \text{ 平面})$ における平均
 $-$: 空間平均
 $'$: 空間平均からの変動

3. 基礎方程式および計算方法

3.1 基礎方程式 以下に、計算に用いた基礎方程式、すなわちフィルタリング操作(ガウス分布形フィルタ関数、フィルタ幅 $\sigma = 2H$, H : 格子間隔)が施され、代表速度 V_0 と代表長さ $L (=16H)$ で無次元化されたナビエ・ストークス方程式と、質量保存を表す圧力に対するポアソン方程式を示す。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) - \frac{\partial}{\partial x_j} L_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{P} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial x_i \partial x_i} = -\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} L_{ij} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \tau_{ij} + \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

$$L_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = -\sigma_{ij} + \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = \bar{u}_i' \bar{u}_j' + \bar{u}_i' \bar{u}_j' + \bar{u}_i' \bar{u}_j' \quad (5)$$

$$\bar{P} = \bar{p} + \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (6)$$

ここで式(2)の右辺第4項は数値誤差に対する補正項であり Δt は無次元差分時間間隔を表している。また式(3)はレナード項であり、 $\bar{u}_i \bar{u}_j$ をテーラー展開して得られる次式を用いて求める。

$$L_{ij} = \frac{\sigma^2}{24} \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_k} (\bar{u}_i \bar{u}_j) \quad (7)$$

τ_{ij} は SGS 応力項であり、渦粘性仮説を用いて以下のように置くことができる。

$$\tau_{ij} = 2KS_{ij}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

ここで K は渦粘性係数であり、Smagorinsky モデルにより

$$K = (C\sigma)^2 (2S_{ij}S_{ij})^{1/2} \quad (9)$$

となり、モデル定数 C は $C=0.18$ を採用している。

なお本研究ではさらに無次元変数 ξ, η, ζ および τ を導入する。 ξ, η, ζ はそれぞれ格子間隔 H で無次元化された x, y, z 方向の距離に相当する。 τ は

$$\tau = t/\Delta t \quad (10)$$

である。ここで無次元差分時間間隔 Δt は、

$$\Delta t = N_c \frac{(H/L)}{(U_{\max}/U_0)} \quad (11)$$

で定義され、クーラン数 $N_c = .25$ としたため $\Delta t = 0.0103$ となる。ただし $V_{\max}$ は予備計算で得られた流

れ方向の速度の最大値である。

3.2 計算方法 式(1)の右辺第1項は四次精度の保存形を用いて差分化し、右辺第2項は二次精度の保存形を用いて差分化した。また、式(2)の x_i の微分項と、式(1)の第3項には擬スペクトル法を、その他の項については中心差分を用い、時間的にはAdams-Bashforth法を用いて数値計算を行った。計算対象を図1に示す。対向平行流の初期平均速度分布としては

$$\frac{U(y)}{U_0} = \tanh\left(\frac{2\pi y}{\alpha}\right) \dots\dots\dots (12)$$

で表される分布を考えた。ただし α は、Reyleigh方程式から得られた、初期平均速度分布に対し最大成長率を持つ基本波の波数である。ここで代表速度としては速度差の半分 $U_0=54$ cm/sとし、物性値としては0.1 MPa, 300 Kの空気の値を用いた。この場合初期運動量厚さと速度差に基づくレイノルズ数は190である。またランダムな初期じょう乱としては次のようなものを考える。まずWarhaft⁽¹²⁾らの一様等方性乱流の減衰実験結果に対してフィルタ操作を施したものに重みを掛け、Wynanski⁽¹³⁾らの平面混合層の実験結果に基づいた次式で表される乱流強度分布となるようにした。

$$I(y) = 0.08 \exp\left\{-0.486\left(\frac{2\pi y}{\alpha}\right)^2\right\} \dots\dots\dots (13)$$

この際、 $\eta=0$ における乱流強度は8%とした。ただし乱流強度は次のように定義されている。

$$I(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\langle \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2 \rangle}{3}} \dots\dots\dots (14)$$

ここで $\langle \rangle$ は x - z 断面での平均を表している。

計算領域としては $16 \text{ cm} \times 16 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$ ($H=0.5$ cm)の正六面体を対象とし、流れ方向を x 、垂直方向を y 、スパン方向を z とした。境界条件としては、 x, z 方向には周期的境界条件を、 y 方向には平均速度からの変動に対して周期的境界条件を用いている。また、

図1 計算対象

計算⁽¹¹⁾は、ランダムな初期条件を変えて17ケース行われた。

4. 計算結果および考察

4.1 コア領域およびリブ構造 計算された17ケースのうち、運動量厚さの時間発展の様子が、アンサンブル平均にほぼ一致する代表的な1ケース⁽¹¹⁾を選び考察する。大規模渦の巻込みや合体が終了し、リブ構造が十分発達していると思われる時間 $\tau=400$ における計算結果より得られた渦度の等値面を以下に示す。ただし図中の x - z 平面は $\eta=-16$ ($y=-1.0$)の面を表している。図2, 3に、 z 方向および x 方向の渦度の絶対値 $|\omega_z|, |\omega_x|$ の最大値の30%の値を有する等値面を示す(ω_z はこの座標系においてすべて負の値をとる)。図2より、計算領域の中心にスパン方向に軸を持つ大規模渦(コア領域)が形成されており、スパン方向の不安定性のために変形を受けていることがわかる。また図3よりコア領域間の中間位置に流れ方向に

図2 $|\omega_z|$ の等値面(最大値の30%)

図3 $|\omega_x|$ の等値面(最大値の30%)

軸を持つ渦度の集中(リブ構造)が観察される。ここでは4本のリブが観察されるが、隣り合うリブは互いに逆の回転方向を有している。

4.2 コア領域におけるリブ構造 コア領域におけるこれらのリブ構造を明らかにするために以下のような渦構造の抽出を行った。すなわち、隣り合うリブが1本の渦管としてつながっていれば、コア領域において渦管と二次元大規模渦の渦度の方向が一致した場合、 $|\omega_z|$ の値が大きくなるはずである。そこで、 $|\omega_z|$ の値の大きな場所を明らかにするために、図4に $|\omega_z|$ の最大値の80%の値を有する等値面を示す。この図4から $z1$ から $z5$ までの五つのピークが存在することがわかる。これらのうち $z2$ は、図3に示した4本のリブのうち、正の値を持つ $x1+$ と負の値を持つ $x1-$ の2本と関連があるため、図5、6にこれら2本のリブと $z2$ を重ねて示す。図5は計算領域を y 方向から見たものであるが、 $x1+$ と $x1-$ の間に $z2$ が存在していることがわかる。また、 $z2$ の y 方向の位置を確かめるために x 方向から見たものを図6に示す。図6からも $z2$ が $x1+$ と $x1-$ の間に存在することがわかる。これらの図より、 $x1+$ 、 $x1-$ 、 $z2$ がそのベクトルの方向性から1本の渦管としてつながっていることがわかる。さらに図7、8に、図3の残りの2本のリブ $x2+$ 、 $x2-$ と $z5$ を重ねて示す。図7は計算領域を y 方向から見たものであるが、 $z5$ が $x2+$ と $x2-$ の間に存在することがわかる。また図8は $z5$ の y 方向の位置を確かめるために x 方向から見たものであるが、図8からも $z5$ が $x2+$ と $x2-$ の間に存在することがわかる。これらの図から $z2$ の場合と同様にそのベクトルの方向性から、 $x2+$ 、 $x2-$ 、 $z5$ は1本の渦管としてつながっていること

が明らかである。以上の結果をまとめたものを図9、10に示す。ただし $z2$ 、 $z5$ の点線で描かれた部分は他の等値面の下に存在していることを示している。図9は y 方向から見たものであるが、図9から、 $x1+$ 、 $x1-$ のリブと $x2+$ 、 $x2-$ のリブは、コア領域において互いに他のリブの存在する方向に大きく張り出しており、そこで連結していることがわかる。また、図10は x 方向から見たものであるが、図10からもコア領域において互いに他のリブの方向に大きく張り出し、 $z2$ 、 $z5$ によってリブが連結していることがわかる。

5. 結 論

以上、対向平行流中のせん断層において、乱流の組織的構造を明らかにするために Large Eddy Simulation と三次元グラフィックスを用いた渦度の可視化

図5 y 方向から見た $z2$ を含む構造

図4 y 方向から見た $|\omega_z|$ 等値面

図6 x 方向から見た $z2$ を含む構造

図7 y 方向から見た $z5$ を含む構造 図9 y 方向から見た全体の構造 図8 x 方向から見た $z5$ を含む構造 図10 x 方向から見た全体の構造

を行い、以下の結論を得た。

(1) 乱流混合層中のブレイド領域に三次元リブ構造が形成される。

(2) コア領域においてリブ構造はつながっている。

本研究では、東京大学大型計算機センターの図形出力ライブラリー NCARG を使用した。また、本研究の一部は文部省科学研究費重点領域研究(1)「LESによる乱流解析技術の確立」(63613009)によっている。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) Brown, G. L. and Roshko, A., *J. Fluid Mech.*, **64**-4(1974), 775.
- (2) Winant, C. D. and Browand, F. K., *J. Fluid Mech.*, **63**-2(1974), 237.

- (3) Konrad, J. H., Ph. D. thesis, California Institute of Technology, (1977).
- (4) Breidenthal, R., *J. Fluid Mech.*, **109**(1981), 1.
- (5) Bernal, L. P., Ph. D. thesis, California Institute of Technology, (1981).
- (6) Bernal, L. P. and Roshko, A., *J. Fluid Mech.*, **170**(1986), 499.
- (7) Lasheras, J. C., Cho, J. S. and Maxworthy, T., *J. Fluid Mech.*, **172**(1986), 231.
- (8) Hussain, A. K. M. F., *J. Fluid Mech.*, **173**(1986), 303.
- (9) Lasheras, J. C. and Choi, H., *J. Fluid Mech.*, **189**(1988), 53.
- (10) Metcalfe, R. W., Orszag, S. A., Brachet, M. E., Menon, S. and Riley, J. J., *J. Fluid Mech.*, **184**(1987), 207.
- (11) 宮内・川野, 機論, **56**-522, B (1990), 336.
- (12) Warhaft, Z. and Lumley, J. L., *J. Fluid Mech.*, **88**-4(1978), 659.
- (13) Wygnanski, I. and Fiedler, H. E., *J. Fluid Mech.*, **41**-2(1970), 327.