液体中で接近し離反する平行2円板間の 圧力に関する研究*

長谷川 富 市^{*1}, 反 町 和 則^{*2}

A Study of The Pressure Between Two Flat Disks Vertically Approaching and Separating in The Liquid

Tomiichi HASEGAWA and Kazunori SORIMACHI

This paper deals with the pressure generated between two flat disks in the fluid, one lower disk fixed and another upper disk moved perpendicular to the fixed lower one. Results obtained from the experiment are as follows :

When the upper disk approaches the lower one, viscoelasticity of the fluid decreases the pressure below the pressure of corresponding Newtonian fluids, whereas in the case of separating the upper disk from the lower one, the pressure takes minus values of about $-3.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ and the magnitude is increased by the viscoelasticity of the fluid used. This minus pressure is raised to a vacuum pressure by the cavitation inception inferred, the vacuum pressure holds constant for a duration and finally the pressure abruptly increases by the cavity extinction which accompanies pressure vibrations of high frequencies. These experimental results are qualitatively explained using the assumption of squeezing flow and the constitutive equation of the second order fluid.

Key Words: Viscoelastic Fluid, Cavitation, Unsteady Flow, Squeezing Flow, Reverse Squeezing Flow, Dilute Polymer Solution.

1. 結 言

2面が液体をはさんだ状態で接近・離反する例は、内燃機関などの吸排気弁、平行平面スラスト軸受、生体関節などでみられ、これに近い状態は歯車の歯のかみあい、塗料のコーティングなどに見いだされる。

このような、2面が互いに垂直運動をする場合の潤滑の問題は、流体の慣性力が無視できる場合について、1874年にStefan⁽¹⁾によって理論的に取り扱われ、その後1940年に2面が接近する場合の実験がNeedsにより行われた⁽²⁾。通常、2面が接近する場合をスクィーズ流れ、2面が離反する場合を逆スクィーズ流れという。近年になってスクィーズ流れの慣性力の影響が議論され⁽³⁾、また接近・離反を繰返す振動流の実験も行われた⁽⁴⁾。以上は潤滑液としてニュートン流体を用いた場合であるが、非ニュートン流体を用いたスクィーズ流れが慣性力を無視できる程度の遅い流れの範囲で実験的^{(5)~(8)}、理論的^{(8)~(10)(11)(12)}に研究された。非ニュートン流体を用いるねらいは、流体の有する非ニュートン性(主に弾性)によって潤滑荷重 F の増大を図る

うとするものである。しかし、実験的には使用する液体種類の違い、理論的には使用する構成方程式の違いにより、 F が増大するケースと減少するケースがあり明確な理解は得られていない。また、粘弾性流体を用いた逆スクィーズ流れの実験的研究も行われたが⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾、この場合には弾性の効果は引張力の増加として生ずる。

本研究では、固定された下部円板に上部円板が十分な位置から接近する場合、ならびに2円板が密着した状態から引き離される場合を取り上げ、従来測定例の少ない平行円板上の動的圧力の測定を行った。使用液体は水と高分子溶液であり、従来の研究に比べ高い速度域を選んだ。また、測定された圧力挙動について粘弾性の構成方程式に基づいた考察を行った。その結果、新たな知見が得られたので報告する。

2. 実験装置および実験方法

実験装置全体の構成を図1に、圧力検出部を図2に示す。供試液体を入れた水槽①は縦370 mm、横350 mm、高さ300 mmの亚克力製で、底面は厚さ9 mmの鉄板と厚さ2 mmの塩化ビニルでできている。水槽の底面には下部円板⑤(直径120 mm厚さ20 mmの真ちゅう製)があり、中心部に半導体圧力変換器が

* 原稿受付 平成元年12月1日。

*¹ 正員、新潟大学工学部 (〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

*² 正員、新潟大学大学院。

取付けられている。上方には油圧装置により駆動される上部円板④(直径 100 mm, 厚さ 6 mm の真ちゅう製)がある。上部円板はピストンロッドにより油圧シリンダ②と連結されている。また、位置確認用の接点により、上部円板と下部円板の接触や分離の確認が可能となっている。上部円板の移動速度は、下降時に約 145 mm/s, 上昇時に約 175 mm/s である。

実験においては、まず、水槽下部の水平調整ねじを用いて2円板を平行にセットする。次に上部円板を油圧シリンダにより上昇させ、その後下降させて、下部円板と接触させる。このときの2円板間に発生する圧力を、下部円板にあけた直径 1 mm の圧力測定孔を通

して受圧部直径 5 mm の半導体圧力変換器によって動的に検出し、動ひずみ計、トランジェントタイムコンバータを介してペンレコーダで記録する。円板の下降終了から、約 30 min 経過後に切換弁を上昇に操作し、上部円板を上昇させ、この際の圧力変化も下降の場合と同様に記録する。また、水槽を水平方向に R [mm] だけ動かした位置(図 2)で上述の方法により測定を行い、そのときの測定値をもって上部円板中心から R の位置における圧力とする。

供試液体は、水道水のほかにポリエチレンオキサイド 18 N(製鉄化学社製、以下 PEO と略す)の 100, 500, 5 000 ppm 水溶液である。

3. 実験結果と考察

図 3, 4 は、圧力変化の例を示す。縦軸は圧力、横軸は時間を示し、現象は図中右から左へ進行している。矢印は位置確認用の接点による信号発生点を示す。 R は測定孔から上部円板の中心までの距離を示す(図 2 参照)。図 3 は、上部円板が下降する場合であるが、上部円板が下部円板に接触する 50 ms ほど前から圧力が上昇し始め、接点が2円板の接触を示すときにほぼ最高圧力に達し、その後は緩やかに減少して大気圧になる。ここでは、最高圧力 $P_{\max}$ 、最高圧力到達時間 T_{d1} 、圧力継続時間 T_{d2} を測定した。一方、図 4 は上部円板が下部円板から離反する場合である。圧力は、接点が離れる 4 ms ほど前から低下し始め、その低下速度は最初緩やかに後に急激になり、最低圧力 $P_{\min}$ に達する。ここで、キャビテーションが原因と思われる圧

図 1 実験装置

図 2 圧力検出部と半径方向位置 R

図 3 上部円板下降時の圧力変化

図 4 上部円板上昇時の圧力変化

力の上昇が起き、次にほぼ -10^5 Pa を中心とした振動が生じ、この負圧値 (-10^5 Pa) がしばらくの間 (T_{u2}) 続いた後、キャビティの消滅に伴うと思われる急激な圧力上昇とそれに続く振動が発生し、減衰して大気圧となる。ここでは、最低圧力 $P_{\min}$, $P_{\min}$ となるまでの時間 T_{u1} , キャビテーションによると思われる圧力 (-10^5 Pa) の継続時間 T_{u2} , キャビティ消滅に伴うと思われる圧力振動の立上り時間 T_c , 圧力振動の最高値 P_c を測定した (図 3, 4)。

以下に上記各量の溶液濃度による違いをみる。図 5 は $P_{\max}$ を溶液濃度と半径方向位置 R に対して示したものである。この図 5 から円板周辺部では、 $P_{\max}$ の溶液濃度による差はほとんどないが、円板中心部付近では高分子溶液のほうが水より $1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ 程度低い値をとることがわかる。この違いは高分子溶液の弾性によるものと考えられ、これに関する考察は 4 章で行う。

図 6(a), (b) は T_{d1} と T_{d2} を示す。 T_{d1} については、ばらつきが大きいためはっきりしたことはいえないが、水と比較すると 100 ppm でいったん減少し、500, 5000 ppm で再び増加しているようである。また T_{d2} は濃度とともに増加している。これらについても溶液の粘弾性が関与していると思われるが、その検討は今後の研究にまきたい。次に図 7 に上部円板離反時の $P_{\min}$ を、溶液濃度別に R に関して示す。この図 7 から、高分子溶液では、濃度 500 ppm の一部を除いて、概略、濃度が大きくなると発生する負圧の絶対値が大きくなっていることがわかる。これについては 4 章で構成方程式を用いて検討を行う。それにしても発生する負圧は蒸気圧をはるかに超え、水道水でほぼ $-3.5 \times 10^5 \text{ Pa}$, PEO 水溶液で $-5 \sim -9 \times 10^5 \text{ Pa}$ という大きな値を示している。これに関連して本実験と異なる流動様式であるが、油を用いた実験により -10^5 Pa より

(a) 最高圧力到達時間 T_{d1} (b) 圧力継続時間 T_{d2}

図 6

図 5 最高圧力 $P_{\max}$ 図 7 最低圧力 $P_{\min}$

低い圧力が測定された⁽⁴⁾⁽¹⁵⁾。しかしながら、油に比較し粘度はるかに小さい水についても従来の測定値より大きな負圧が生ずることは興味深い。また、高分子溶液の $P_{\min}$ の絶対値が水の $P_{\min}$ の絶対値より大きいことは、高分子溶液が水よりキャビテーションが生じにくいとする報告⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾と一致する。図8(a)は T_{u1} を示すが、これによれば T_{u1} は溶液の種類とは無関係にほぼ一定値(約10 ms)となっていることがわかる。この原因は現在のところ不明である。

また図8(b)には T_{u2} が水と高分子溶液について与えられている。この図8(b)から、 T_{u2} は濃度とともに増加していることがわかる。さらに図9に T_c と P_c の関係を示す。これによれば、高分子溶液は水に比べキャビティがつぶれる際の立上り時間 T_c が短く、かつそのとき発生する衝撃圧 P_c も大きくなっていることがわかる。この傾向は溶液濃度が高いほど著しい。以上のような、キャビティ消滅に伴う衝撃圧の発生とそれに続く振動は、著者の知る限り、従来のスキーズ流れや逆スキーズ流れで見いだされていない。逆スキーズ流れで生ずるこのような振動は、壁面の疲労破壊につながる可能性が大きく注意が必要であると考えられる。またスキーズ時の潤滑荷重を増大させる目的で、従来検討されてきた高分子溶液は円板を引き

離す際に大きな負圧や水より高い圧力振動を発生させることから、必ずしも良好な潤滑液ではないことがわかる。

4. 粘弾性流体の構成方程式を用いた圧力の検討

2円板が互いに垂直に接近・離反する問題を、連続の式・運動方程式・構成方程式を連立させて解くにはかなりの労力を要する数値計算が必要であると考えられる。ここでは問題を近似的に解く立場から、速度場としてニュートン流体のスキーズ流れの速度場を採り、粘弾性流体の構成方程式を用いて応力と圧力を求め実験値との比較を行う。図10のように記号を定める。すなわち、原点を下部円板の中心とした円柱座標系 (r, θ, z) をとる。さらに、 h : 2円板間の距離、 $\dot{h}$: 円板速度($\dot{h} > 0$ は離反、 $\dot{h} < 0$ は接近を示す)、 R_a : 上部円板半径とおく。流れは軸対象であると考えられるので、 r, z 方向の速度 v_r, v_z のみ存在する。 $h \ll R_a$ の状態を考え、次のようにおく。

(a) 最低圧力到達時間 T_{u1}

(b) キャビテーション継続時間 T_{u2}

図 8

図 9 圧力振動の立上り時間 T_c と圧力振動の最大値 P_c

図 10 平行2円板間のスキーズ流れ

$$\begin{aligned} V_r &= V_r(r, z) \\ v_z &= v_z(z) \quad \dots\dots\dots (1) \\ P &= P(r) \end{aligned}$$

ただし、 P は圧力である。このとき連続の式、慣性項を無視した Navier-Stokes の方程式を次の境界条件のもとで解くと、

$$\begin{aligned} V_r(r, 0) &= 0, \quad V_r(r, h) = 0 \\ v_z(0) &= 0, \quad v_z(h) = \dot{h} \quad \dots\dots\dots (2) \\ P(R_a) &= P_a (\text{大気圧}) \end{aligned}$$

次の速度場を得る⁽¹⁸⁾⁻⁽²⁰⁾。

$$V_r = 3(-\dot{h}/h)r(x-x^2) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$v_z = \dot{h}(3x^2 - 2x^3) \quad \dots\dots\dots (4)$$

(ただし、 $x = z/h$)

ここで粘弾性流体の構成方程式としてよく用いられるセカンドオーダー流体をとる。すなわち、

$$\tau = \eta \dot{\gamma}_{(1)} + b_2 \dot{\gamma}_{(2)} + b_{11} \{ \dot{\gamma}_{(1)} \cdot \dot{\gamma}_{(1)} \} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 τ は応力テンソル、 η は粘度、 $\dot{\gamma}_{(1)}$ はひずみ速度テンソル、 b_2 , b_{11} は流体の粘弾性の特性から決まる定数である。また、 $\dot{\gamma}_{(2)}$ は v を速度ベクトルとして次式で与えられる。

$$\dot{\gamma}_{(2)} = \frac{D\dot{\gamma}_{(1)}}{Dt} - \{ (\nabla v)^t \cdot \dot{\gamma}_{(1)} + \dot{\gamma}_{(1)} \cdot (\nabla v) \} \quad \dots\dots (6)$$

式(3), (4)から $\dot{\gamma}_{(1)}$ を計算すると、

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_{(1)} &= \nabla v + (\nabla v)^t \\ &= \begin{bmatrix} 6(-\dot{h}/h)(x-x^2) & 0 & 3(-\dot{h}/h)(r/h)(1-2x) \\ 0 & 6(-\dot{h}/h)(x-x^2) & 0 \\ 3(-\dot{h}/h)(r/h)(1-2x) & 0 & 12(\dot{h}/h)(x-x^2) \end{bmatrix} \\ &\quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

また、式(6), (7)から

$$\begin{aligned} \{ \dot{\gamma}_{(2)} \}_{rr} &= (\dot{h}/h)^2 [12x - 72x^2 + 120x^3 - 60x^4 \\ &\quad - 18(r/h)^2(1-2x)^2] \\ \{ \dot{\gamma}_{(2)} \}_{\theta\theta} &= 12(\dot{h}/h)^2(x - 6x^2 + 10x^3 - 5x^4) \\ \{ \dot{\gamma}_{(2)} \}_{zz} &= 24(\dot{h}/h)^2(-x - 3x^2 + 8x^3 - 4x^4) \\ \{ \dot{\gamma}_{(2)} \}_{rz} &= \{ \dot{\gamma}_{(2)} \}_{zr} = 6(\dot{h}/h)^2(r/h)(1 + 6x - 24x^2 \\ &\quad + 16x^3) \\ \{ \dot{\gamma}_{(2)} \}_{r\theta} &= \{ \dot{\gamma}_{(2)} \}_{\theta r} = \{ \dot{\gamma}_{(2)} \}_{\theta z} = \{ \dot{\gamma}_{(2)} \}_{z\theta} = 0 \\ &\quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

式(7)から

$$\begin{aligned} \{ \dot{\gamma}_{(1)} \cdot \dot{\gamma}_{(1)} \}_{rr} &= 36(\dot{h}/h)^2(x-x^2)^2 \\ &\quad + 9(\dot{h}/h)^2(r/h)^2(1-2x)^2 \\ \{ \dot{\gamma}_{(1)} \cdot \dot{\gamma}_{(1)} \}_{\theta\theta} &= 36(\dot{h}/h)^2(x-x^2)^2 \\ \{ \dot{\gamma}_{(1)} \cdot \dot{\gamma}_{(1)} \}_{zz} &= 144(\dot{h}/h)^2(x-x^2)^2 \\ &\quad + 9(\dot{h}/h)^2(r/h)^2(1-2x)^2 \\ \{ \dot{\gamma}_{(1)} \cdot \dot{\gamma}_{(1)} \}_{rz} &= \{ \dot{\gamma}_{(1)} \cdot \dot{\gamma}_{(1)} \}_{zr} \\ &= -18(\dot{h}/h)^2(r/h)(x - 3x^2 + 2x^3) \\ \{ \dot{\gamma}_{(1)} \cdot \dot{\gamma}_{(1)} \}_{r\theta} &= \{ \dot{\gamma}_{(1)} \cdot \dot{\gamma}_{(1)} \}_{\theta r} \end{aligned}$$

$$= \{ \dot{\gamma}_{(1)} \cdot \dot{\gamma}_{(1)} \}_{\theta z} = \{ \dot{\gamma}_{(1)} \cdot \dot{\gamma}_{(1)} \}_{z\theta} = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(7)~(9)を式(5)に代入すれば

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{rr} & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{\theta r} & \tau_{\theta\theta} & \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} & \tau_{z\theta} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (10)$$

が求まる。

次に慣性項を無視した運動方程式は r 方向について、次式のように与えられる。

$$r \text{ 方向: } -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

したがって、 $[P]_{r=R_a, z=0}^{r=0}$ は式(11)を積分することによって、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} [P]_{r=R_a, z=0}^{r=0} &= \left\{ [\tau_{rr}]_{r=R_a}^{r=0} + \int_{R_a}^0 \left(\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} \right) dr \right\}_{z=0} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここで、 $r=0$ (円板中心)と $r=R_a$ (円板外縁)における測定圧力差 ΔP は

$$\Delta P = (P - \tau_{zz})_{z=0}^{r=0} - (P - \tau_{zz})_{z=0}^{r=R_a} \quad \dots\dots\dots (13)$$

で与えられるから、式(13)に式(12)を代入し、さらに τ_{rr} , τ_{zz} , $\tau_{\theta\theta}$, τ_{rz} に式(10)を代入して積分を行うと次式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta P &= \left\{ +3\eta \left(\frac{-\dot{h}}{h} \right) + 9b_2 \left(\frac{\dot{h}}{h} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{9}{2} b_{11} \left(\frac{\dot{h}}{h} \right)^2 \right\} \left(\frac{R_a}{h} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

一方、単純せん断流($v_x = \dot{\gamma}y$, $v_y = v_z = 0$)について式(5)を解くと、 b_2 , b_{11} は第1法線応力関数 $\Psi_1[=(\tau_{11} - \tau_{22})/\dot{\gamma}^2]$ 、第2法線応力関数 $\Psi_2[=(\tau_{22} - \tau_{33})/\dot{\gamma}^2]$ とそれぞれ次のような関係にあることがわかる。

$$\begin{aligned} b_2 &= -\Psi_1/2 \\ b_{11} &= \Psi_2 \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ゆえに、

$$\Delta P = \left\{ +3\eta \left(\frac{-\dot{h}}{h} \right) + \frac{9}{2} (-\Psi_1 + \Psi_2) \left(\frac{\dot{h}}{h} \right)^2 \right\} \left(\frac{R_a}{h} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (16)$$

を得る。ここで、高分子溶液では $\Psi_1 > 0$ でありかつ Ψ_2 は Ψ_1 の0.1程度であるといわれているので、 Ψ_2 を Ψ_1 に比較して無視すれば、

$$\Delta P = \left\{ +3\eta \left(\frac{-\dot{h}}{h} \right) - \Psi_1 \frac{9}{2} \left(\frac{\dot{h}}{h} \right)^2 \right\} \left(\frac{R_a}{h} \right)^2 \quad \dots\dots (17)$$

となる。

式(17)の右辺のかっこ内の第1項目は粘性による寄与を示し、 $\dot{h} < 0$ (接近)のときには正、 $\dot{h} > 0$ (離反)のときには負の値をとる。これに対し第2項目は $\dot{h}$ の正

負にかかわらず負の値をとる。このことは、セカンドオーダー流体では、 ΔP は粘性項のみの場合よりも常に低い値を示すことになる。実験的には図5と図7からわかるように、PEO溶液の中心における圧力は水のそれより低くなっており、式(17)の示すところと一致している。式(17)と実験値とのこれ以上の比較は、 h または $\dot{h}$ が現時点で不明であるのでできないけれども、セカンドオーダー流体は少なくとも定性的に本実験値を説明できると思われる。

5. 結 論

液体中で平行な2円板を互いに垂直に接近あるいは離反させ、円板上の圧力を測定する実験を行った。液体として水と高分子溶液を使用し、次の結論を得た。

(1) 2円板が接近する場合、円板中心で測定される圧力は時間的にピークを示し、そのピーク値は水より高分子溶液のほうが低い値をとる。

(2) 2円板が離反する場合、圧力は時間的に次に示すように変化する。

(i) 円板中心で測定される圧力は、引き離しの当初真空圧(-10^5Pa)より低い負圧を示し、その最低値は水の場合ほぼ $-3.5 \times 10^5\text{Pa}$ 、高分子溶液の場合 $-5 \sim -9 \times 10^5\text{Pa}$ となる。

(ii) 上記最低圧力を示した後、キャビテーションが原因と思われる圧力上昇があり、圧力は真空圧に近い -10^5Pa 程度となるが、その際に高周波の振動が生ずる。

(iii) 圧力がほぼ -10^5Pa の状態がある時間続いた後、キャビティ消滅によると思われる急激な圧力上昇が生じる。このピーク値は水で $5 \sim 6 \times 10^5\text{Pa}$ 、高分子溶液で $11 \times 10^5\text{Pa}$ 程度となる。また圧力上昇に要する時間は高分子溶液のほうが水より小さい。さらにこ

の圧力上昇は高周波の圧力振動を伴い、この高周波圧力振動は時間的に徐々に減衰し最終的に大気圧となる。

さらに、理論的考察結果と実験値との比較により次の結論も得た。すなわち、セカンドオーダー流体の構成方程式は、2円板が接近・離反する場合の圧力に対する高分子溶液の影響を少なくとも定性的に説明し得る。

終わりに、本実験にご助言をいただいた鳴海敬倫助手、卒業研究としてご助力いただいた西田尚弘氏ならびに当時の学生諸氏に感謝の意を表す。

文 献

- (1) Stefan, J., *Sitzungsber. d. k. Akad. Wissen-Schaften (Math. u. Natur. W. Cia.) Wien*, **69**, abt 2(1874), 713.
- (2) Needs, S. J., *Trans. ASME*, **62**(1940), 331.
- (3) Tichy, J. A. and Winter, W. O., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, (1970), 588.
- (4) 黒田・堀, 潤滑, **23-6**(1978), 436.
- (5) Leider, P. J., *Ind. Eng. Chem., Fundam.*, **13-4**(1974), 342.
- (6) Grimm, R. J., *AIChE J.*, **24-3**(1978), 427.
- (7) 鳴海・長谷川, 機論, **52-475**, B(1986), 1207.
- (8) Tichy, J. A. and Winer, W. O., *Trans. ASME, J. Lubr. Technol.*, **100**(1978), 56.
- (9) Leider, P. J. and Bird, R. B., *Ind. Eng. Chem., Fundam.*, **13-4**(1974), 336.
- (10) Mochimaru, Y., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **9**(1981), 157.
- (11) 橋本・和田, 機論, **51-465**, C(1985), 1125.
- (12) Phan-Thien, N., Sugeng, F. and Tanner, R. I., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **24**(1987), 97.
- (13) Avila, F. and Binding, D. M., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **11**(1982), 111.
- (14) 鳴海・細川・長谷川, 機論, **55-512**, B(1989), 1039.
- (15) 中井・沖野, 機論, **40-333**(1974), 1465.
- (16) Hoyt, J. W., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, (1976), 106.
- (17) 大場・浦西・伊藤, 機論, **45-395**(1979), 967.