非等方 k - ϵ 乱流モデルを用いた境界層流れの数値予測*明 賢 國^{*1}, 笠 木 伸 英^{*2}, 小 林 敏 雄^{*1}Numerical Prediction of Boundary Layer Flows
with the Anisotropic k - ϵ Turbulence Model

Hyon Kook MYONG, Nobuhide KASAGI and Toshio KOBAYASHI

The anisotropic k - ϵ turbulence model of Myong and Kasagi (1988), which is valid right up to the wall, is applied to the prediction of boundary layer flows with and without pressure gradients. Predictions are made first for flat-plate boundary layer flows with zero pressure gradient, and then for self-preserving sink flow boundary layers with constant acceleration parameters and a nonequilibrium boundary layer flow with a strong adverse pressure gradient. Extensive comparisons are made between the present numerical solutions including the distribution of each Reynolds stress component and the results of previous experiments and direct numerical simulations. It is shown that the model performance as a whole is very good.

Key Words: Turbulence, Numerical Analysis, Two-Equation Model, Anisotropic k - ϵ Model, Boundary Layer, Sink Flow, Adverse Pressure Gradient, Normal Reynolds Stress

1. 緒 言

種々の実用的な乱流モデルのうち、 k - ϵ モデルは比較的単純で計算負荷も小さく、またその有効性が最も広い流れ条件において吟味されている。さらに、壁面まで直接数値予測が可能なモデルとしての k - ϵ モデルの有用性は高い⁽¹⁾。しかし、 k - ϵ モデルに共通する問題点として、乱流強度の非等方性が正しく予測できない事実がある^{(1)~(3)}。このことは、 k - ϵ モデルの代わりにより高次の複雑なレイノルズ応力方程式モデルを開発する主たる動機の一つとなっている。

最近、明・笠木^{(3)~(5)}は、乱流諸量の壁面漸近挙動および乱流強度の強い非等方性を含めて、壁乱流の精度の高い予測が得られる新たな非等方低レイノルズ数型 k - ϵ 乱流モデルを独自の方法に基づいて提案した。すなわち、このモデルを円管およびチャネル内流に適用して、乱流強度の非等方性などを含め、主要な乱流諸量について従来の k - ϵ モデルよりも精度の高い予測結果を得ている^{(3)~(6)}。もちろん、広い適用性をもつモデルの確立のためには、より複雑な多種の流れに対し

て予測性能を評価しなければならない。

以上のような背景から、本研究では、零、順および逆圧力こう配下の乱流境界層流れに上記モデルを適用して得られる具体的な予測と既存の実験結果および理論結果との比較を通じて、本モデルの評価を行うものである。これらの流れは、壁面乱流として古くから調べられている流れでありながら、各乱流強度の非等方性や壁近傍での乱流諸量の予測など、研究すべき点がいまだに多く残されている。順圧力こう配下の境界層流れの中で、本報で扱うシンク流(流れ方向に狭まる2平板間の流れに形成される境界層流)は、十分下流において自己保存的になり⁽⁷⁾、したがって最も基本的な順圧力こう配境界層と言える。また、逆圧力こう配下の境界層流れの正しい予測は、2方程式モデルにとって依然として残された重要な課題である⁽¹⁾。

2. 非等方 k - ϵ 乱流モデル

本研究で用いる壁面まで適用できる非等方 k - ϵ 乱流モデルの基礎方程式は次のように与えられる⁽³⁾⁽⁵⁾。

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \nu_t / \sigma_k \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \epsilon$$

..... (1)

* 原稿受付 平成2年1月26日。

^{*1} 正員、東京大学生産技術研究所 (〒106 東京都港区六本木7-22-1)。^{*2} 正員、東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷7-3-1)。

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \nu_t / \sigma_\epsilon \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (2)$$

ここに,

$$\overline{u_i u_j} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{k}{\epsilon} \nu_t \sum_{\beta=1}^3 C_\beta \left(S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta aa} \delta_{ij} \right) + \frac{2}{3} \nu \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_n} \right)^2 W_{ij} \quad (3 \cdot a)$$

$$S_{1ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (3 \cdot b)$$

$$S_{2ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \quad (3 \cdot c)$$

$$S_{3ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (3 \cdot d)$$

$$\nu_t = C_\mu \sqrt{k} L = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

$$f_\mu = (1 + 3.45 / \sqrt{R_t}) [1 - \exp(-y^+ / 70)] \quad (5)$$

$$f_2 = \{1 - (2/9) \exp[-(R_t/6)^2]\} [1 - \exp(-y^+ / 5)]^2 \quad (6)$$

$$W_{ij} = -\delta_{ij} - \delta_{in} \delta_{jn} + 4 \delta_{im} \delta_{jm} \quad (7)$$

$$\sigma_k = 1.4, \sigma_\epsilon = 1.3, C_{\epsilon 1} = 1.4, C_{\epsilon 2} = 1.8, C_\mu = 0.09,$$

$$R_t = \frac{k^2}{\nu \epsilon} \quad (8)$$

ここで, δ_{ij} および ν_t はクロネッカーのデルタおよび渦動粘性係数である。また, 上式の中で, $\sigma_k, \sigma_\epsilon, C_\mu, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, C_1, C_2$ および C_3 はモデル定数であり, f_μ, f_2 は低レイノルズ数流れを解析するために導入された修正関数である。さらに, 指数 n および m は, おのおの壁から垂直方向および主流方向の座標を表す。

本モデルの詳細や既存の $k-\epsilon$ モデルとの比較は文献^{(2)~(5)}に譲り, ここでは本モデルの構築における主要な点について述べる。まず, 本モデルは乱れの散逸率を担う長さスケールとして, 壁から十分に離れた高乱流レイノルズ数域と壁面近傍の低乱流レイノルズ数域で成立するものをとおの理論的に考え, これらを乱流混合に与かる乱れの長さスケールと関係づけ, さらに乱れの漸近挙動と管内流での乱れの拡散効果を考慮してモデル化されている⁽²⁾⁽³⁾。その結果, 導入された壁近傍での修正関数が十分な物理的意味を有している。次に, 一般に $k-\epsilon$ モデルが等方渦動粘性係数に基づくために乱流強度の非等方性が再現できないことに着目して, 乱流エネルギー方程式中の各項の再分解という単純な操作により非等方渦動粘性係数表現を導き, 壁面乱流の乱流強度の非等方性を壁面まで妥当に再現できるようにモデルを拡張した^{(3)~(5)}。前出の式(3)の非等方渦動粘性係数モデルは, 既存の非等方モデル⁽⁸⁾⁽⁹⁾とは対照的に, 右辺第3項に渦動粘性係数を直接含み, また右

辺第4項には新たに乱流エネルギーの非等方拡散項を有している。これらによって, 本モデルは付加的な修正項を導入せずに, 壁まで直接適用できる。特に, 上述の非等方拡散項は, 従来の非等方 $k-\epsilon$ モデルにはないもので, この項によって各乱流強度の壁面漸近挙動が満たされる^{(3)~(5)}。

結果的に得られた上記のモデルは, 既存の等方 $k-\epsilon$ モデルと比べて, 式(3)中で右辺第3, 4項が付加的に加えられた形になっている。したがって, 本非等方 $k-\epsilon$ モデルでも, 元の等方 $k-\epsilon$ モデルの乱流エネルギーとその散逸率の輸送方程式(1), (2)がそのまま用いられる。このようにして, 等方 $k-\epsilon$ モデルの長所を維持しながら, モデルの適用範囲が広げられることがわかる。

3. 数値解法

本研究で扱う3種の境界層流れにおいて, 通常の境界層近似を用いると主流方向のこう配項は無視できるので, 各レイノルズ応力成分は式(3)の非等方モデルを用いて次のように表される。

$$\overline{u_i^2} (= \overline{u^2}) = \frac{2}{3} k + \frac{1}{3} (2C_1 - C_3) \nu_t \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + 2 \nu \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2 \quad (9)$$

$$\overline{u_i^2} (= \overline{v^2}) = \frac{2}{3} k - \frac{1}{3} (C_1 - 2C_3) \nu_t \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \frac{4}{3} \nu \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2 \quad (10)$$

$$\overline{u_i^2} (= \overline{w^2}) = \frac{2}{3} k - \frac{1}{3} (C_1 + C_3) \nu_t \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \nu \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2 \quad (11)$$

$$-\overline{u_1 u_2} (= -\overline{uv}) = \nu_t \frac{\partial U}{\partial y} \quad (12)$$

$$-\overline{u_1 u_3} (= -\overline{uw}) = -\overline{u_2 u_3} (= -\overline{vw}) = 0 \quad (13)$$

この場合, モデル定数 C_1 および C_3 のみが与えられる必要があるが, 本研究では前報⁽³⁾⁽⁴⁾のチャネル内流での数値最適化によって得られた値, 0.8 および -0.15, をそのまま使うことにする。

上記の式よりわかるように, 本報の流れの場合, 非等方レイノルズ応力テンソル中の二次の非線形項はレイノルズせん断応力に寄与せず, また各方向の乱流強度は代数的に表される。したがって, 平均速度, 乱流エネルギーおよびその散逸率の予測は乱流強度の非等方性の影響を受けず, 数値解法および乱流強度以外の諸量の予測結果は, 通常の等方 $k-\epsilon$ モデルの場合と同じである。

用いた数値解法は Patankar⁽¹⁰⁾の完全陰解法にその

基礎を置いている。これは二次元境界層型の流れを計算するための放物形コードである。詳細は文献⁽¹⁰⁾に譲り、ここでは特徴的なことだけを述べる。まず、 y 方向の計算領域の分割数は 90 であり、格子点は壁近傍において密になるように分布している。下流方向への進行の刻み Δx は、各位置で 0.25θ (θ は運動量厚さ) と $5\nu/u_\tau$ の小さいほうの値が取られた。計算の全過程において、壁からの第 1 番目の格子点は壁座標 $y^+=1$ を超えないようにした。境界条件は壁面 ($y=0$) で $U=k=0, \epsilon_w=\nu\left(\frac{\partial^2 k}{\partial y^2}\right)_w$ 、また、境界層外では $U=U_e, U_e \frac{dk}{dx} = -\epsilon, U_e \frac{d\epsilon}{dx} = -C_{\epsilon 2} f_2 \epsilon^2/k$ とした。

4. 結果および考察

4.1 平板乱流境界層流れ 図 1 には、摩擦係数 $C_f=2\tau_w/\rho U_e^2$ (τ_w は壁面せん断応力、 ρ は流体密度、 U_e は主流速度) の θ に基づくレイノルズ数 R_θ に関する変化を、図 2 には形状係数 $H=\delta^*/\theta$ (δ^* は排除厚さ) の変化を示した。 C_f に関する本モデルの予測結果は、 R_θ が 10^3 以下の場合には実験結果⁽¹¹⁾⁽¹²⁾および直接数値シミュレーション (DNS)⁽¹³⁾ よりやや小さいが、高い R_θ の場合は十分満足すべき一致が得られている。

図 1 平板境界層 ($dP/dx=0$) での摩擦係数

図 2 平板境界層での形状係数

る。 H に関しても同様に、予測結果は実験および DNS の結果^{(11)~(13)} とほぼ一致している。

図 3 に 4 種のレイノルズ数での平均速度分布の計算結果を示す。本モデルにより普遍速度分布がよく再現されており、伴流領域においても実験結果⁽¹⁴⁾ と比べて良好な予測結果が得られている。また、外層パラメータにより無次元化された y/δ に対する速度分布の予測結果も、実験結果⁽¹⁵⁾ と極めてよく一致している (図省略)。

レイノルズせん断応力と乱流エネルギーの予測結果を図 4、5 におの示す。両予測値とも、外層において測定値⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾ に比べて若干大きい、これはモデル中に乱れの間欠性などの影響が考慮されていないためであると考えられる。一方、内層領域では本モデルの予測結果は実験値とよく一致しており、全体として満足すべき予測結果と言える。また、壁面ごく近傍での乱流エネルギーおよびレイノルズせん断応力の予測結果についても、前報⁽⁵⁾⁽⁶⁾ の円管およびチャネル内流の場合と同様に、壁面漸近挙動を含め、実験結果⁽¹⁴⁾ および DNS の結果⁽¹³⁾⁽¹⁷⁾ と良い一致が得られている (図省略)。

図 6 には、乱流エネルギーに対するレイノルズ応力の比 (あるいは構造パラメータ) $-\overline{uv}/2k$ を実験結果⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾ と共に示した。本モデルの予測結果は、局所平

図 3 平板境界層での平均速度分布

図 4 平板境界層でのレイノルズせん断応力分布

平衡領域である $y/\delta \cong 0.1 \sim 0.7$ で、約 0.15 のほぼ一定の値をもつ傾向を示し、境界層流の場合の実験結果⁽¹⁹⁾とも全体的によく一致している。

図 7 には壁面近傍での 3 方向の乱流強度の分布を示した。比較のため等方渦粘性係数を用いるモデル(従来の $k-\epsilon$ モデル)の結果も併せて示した。まず、等方渦粘性係数を用いるモデルでは、おのおのの乱流強度を予測できないことが明らかである。一方、本モデルは各乱流強度の壁面漸近挙動を満たし、それらの最大値とその位置を含めて、各分布を定量的にも定性的にもよく予測していることがわかる。ただし、壁面に垂直方向の乱れ成分の予測は、壁ごく近傍で実験⁽¹⁴⁾および DNS 結果⁽¹³⁾よりやや大きく、逆に流れ方向成分は小さくなっている。 y/δ に対する各乱流強度の分布を実験結果^{(12)(14)~(16)}と共に図 8 に示した。本モデルは各乱流強度の非等方性を全体的によく再現している。以上の結果は、図 8 には示されていないが、より高次のレイノルズ応力方程式モデルの結果⁽²⁰⁾に比べても全般的に同程度、そして壁面漸近挙動に関してはより正しい予測結果を与えていると言える。

4.2 順圧力こう配境界層流れ 順圧力こう配境界層流れの中で、最も基本的なシンク流れは自己保存

的であるので、加速パラメータ $K(=\nu U_e^{-2} dU_e/dx)$ 、摩擦係数 C_f 、形状係数 H 、およびレイノルズ数 R_θ 、 R_θ は主流方向の座標によらない⁽⁷⁾。ここで、 ν は動粘度、 x は主流方向の座標である。したがって、この流れは通常加速パラメータの値によって特徴づけられる。

図 9 (a), (b) には、加速パラメータ K に対するレイノルズ数 R_θ と形状係数 H の予測結果が、実験⁽²¹⁾および Spalart(以下 SP)⁽⁷⁾ の DNS 結果と共に示してある [図 9 中、他の実験値は文献(7)より引用した]。また、比較のため、これらの層流の場合の値、 $R_\theta = 0.375/K^{1/2}$ および $H = 2.07$ も図 9 中に示した。本モデルによる結果は、実験データのばらつき内にあり、特に $K = 1.5 \times 10^{-6}$ での結果は比較的信頼性が高いと言われる Jones-Launder(JL)の実験⁽²¹⁾および SP の DNS の結果とよく一致している。参考として、この加速パラメータ値条件での既存の $k-\epsilon$ モデルの結果は、 $R_\theta = 570 \sim 730$ 、 $H = 1.38 \sim 1.48$ となっている⁽¹⁾。また、シンク流において摩擦係数(あるいは壁面せん断応力)は理論的に次のように表される⁽²¹⁾。

$$\frac{1}{2} C_f = K R_\theta (H + 1) \dots \dots \dots (14)$$

したがって、本モデルにより R_θ および H が精度よく予測されることにより、壁面せん断応力も同様に予測

図 5 平板境界層での乱流エネルギー分布

図 7 平板境界層壁近傍での乱流強度の分布

図 6 平板境界層でのレイノルズせん断応力と乱流エネルギーの比(あるいは構造パラメータ)

図 8 平板境界層内の乱流強度の分布

されることがわかる。

図 10 に、 $K=1.5 \times 10^{-6}$ での普通速度分布を示す。本モデルの予測結果は JL および SP の結果とよく一致していることがわかる。また、外層パラメータにより無次元化された速度分布の予測結果も、既存の結果とよく一致することが確認されている(図省略)。

図 11 には、本モデルより予測されたレイノルズせん断応力の結果を示す。本モデルの結果は、JL および SP の結果とよく一致を示していることがわかる。また、乱流エネルギーの予測結果も既存の結果と良好な

一致を示している(図省略)。

図 12 には各乱流強度の予測結果を示す。図 12 中 JL の実験結果と SP の数値解析の結果と比べると、内層ではほぼ一致した結果を示しているが、外層では JL の結果が SP の結果よりやや大きい。この差異は、Spalart⁽⁷⁾によれば実験誤差と認められる。本モデルの結果は全領域にわたって乱流強度の非等方性を十分に再現していると言えるが、既存の結果を比べると、図 7 と同じく壁近くで u' を小さく v' を大きく予測している。

図 13 には、乱流エネルギーに対するレイノルズせん断応力の比である構造パラメータおよび乱流変動成分 u' と v' の間の相関係数の予測結果を示した。まず、本モデルによる前者の値は約 0.32 で、通常の高レイノルズ数平板境界層 ($dP/dx=0$) での値(例として図 6 参照)とほぼ同じで、SP の結果ともよく一致している。しかし、JL の実験結果はこれらと比べて相当低い値を示しているが、これは上述の乱流強度に関する指摘と同様に実験誤差によるものと考えられる。相関係数に関しても、本モデルの予測結果は約 0.5 で通常の境界層流れの値とおおよそ、SP の結果とほぼ一致するが、一方 JL の実験結果は相当低い値を示している。

(a) 運動量レイノルズ数

(b) 形状係数

図 9 シンク流における運動量レイノルズ数および形状係数

図 11 シンク流におけるレイノルズせん断応力分布

図 10 シンク流での平均速度分布

図 12 シンク流での乱流強度の分布

4.3 逆圧力こう配境界層流れ 本研究では、逆圧力こう配流れのうち、種々の実用的な問題に現れる場合 ($dP/dx > 0, d^2P/dx^2 > 0$) の Samuel-Joubert (以下 SJ) の実験結果⁽²²⁾⁽²³⁾ との比較を行った。

図 14, 15 に摩擦係数 $C_{f0}(=2\tau_w/\rho U_{e0}^2, U_{e0}$ は基準主流速度) および排除厚さと運動量厚さの予測結果をおのおの示す。本モデルの排除厚さと運動量厚さ(および形状係数)の予測結果は、SJ の実験結果とよく一致していることがわかる。摩擦係数の予測値は、下流域において実験結果に比べてやや大きい、その差は従来のモデルの多くの計算結果⁽²²⁾⁽²⁴⁾ に比べてかなり小さく、また以下に述べる平均速度分布の予測結果と関連して考えると受け入れ難い程度ではない。

図 16 には、流れ方向の各位置での平均速度分布の予測結果を示す。本モデルより予測された平均速度は、流れ方向の各位置で内層から外層にわたって全体的によく実験結果を再現していると言える。

ここで、図 14, 16 の結果を照らし合せ、普遍速度分布について考察する。JS の実験結果⁽²³⁾ によれば、この流れ場においても普遍速度分布 [$U^+ = \text{func}(y^+)$] は通常対数法則によって表される。一方、本報による予測値はその領域で通常対数法則よりやや低い値を取

る(図省略)。これは、以下の定義

$$U^+ (\equiv U/u_\tau) = \frac{U}{U_{e0}} \frac{U_{e0}}{u_\tau} = \sqrt{(2/C_{f0})} \frac{U}{U_{e0}} \cdots (15)$$

から明らかのように、図 14 で摩擦係数が大きく予測されたためである。類似の傾向は、レイノルズ応力モデルの予測⁽²⁵⁾ にも現れており、また最近、逆圧力こう配境界層では対数法則の付加定数の値が小さくなる可能性があるとの指摘⁽²⁶⁾ もある。さらに、多くの実験が通常対数領域が存在することを前提として壁面せん断応力を定めていることもあり、現時点对対数法則に関する不一致についての明確な結論に至るのは難しい。

図 17 には、六つの位置におけるレイノルズせん断応力の予測結果を示す。予測値は下流域において実験値に比べてやや大きい、最大値の位置が下流に行くほど外層側に移動する傾向など、全体としての一致の

図 13 シンク流での相関係数および構造パラメータの分布

図 14 逆圧力こう配境界層での摩擦係数

図 15 逆圧力こう配境界層での排除厚さおよび運動量厚さ

図 16 逆圧力こう配境界層での平均速度分布

図 17 逆圧力こう配境界層でのレイノルズせん断応力分布

程度はほぼ満足すべきものと言える。

図 18(a)～(c)に各乱流強度分布の変化を示す。本予測結果は定量的には実験値と有意な差を示しているが、 u' の最大値の顕著な移動など定性的には妥当な一致が得られている。また、平板乱流境界層にある程度該当すると考えられる $x=1.44$ m での SJ の実験結果を、図 8 の他の実験結果と比較すると、実験値間の差も大きいことがわかる。したがって現在のところ、図 18 に関しても、 $k-\epsilon$ モデルのレベルとしては許容できる程度の差異であると判断される。

なお、SJ におけるレイノルズせん断応力、流れ方向以外の乱流強度は、I 形熱線プローブおよび単一の傾斜熱線プローブによる三つの独立の測定結果より計算されており、それらの不確かさはかなり大きいものと想像されることを指摘しておく。

5. 結 言

壁面まで適用できる非等方 $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いて、零、順および逆圧力こう配下の境界層流れの数値予測を試み、従来の等方 $k-\epsilon$ モデルの問題点になっている乱流強度の非等方性などについて検討を行った。この結果、既存の等方および非等方 $k-\epsilon$ モデルで正しく予測できなかった壁面近傍での乱れの強い非等方性は、本モデルによって十分に予測可能であること、すなわち予測結果は従来の実験および DNS の結果に全般的によく一致することを示した。また、3 種の境界層流れにおける壁面摩擦係数、平均速度分布、レイノルズせん断応力などについても、従来の結果とほぼ良

(a) 主流方向成分

(b) 垂直方向成分

(c) スパン方向成分

図 18 逆圧力こう配境界層での各乱流強度の分布

好な一致が得られた。

本モデルにかかわる主たる問題点は、逆圧力こう配流れの予測において、摩擦係数が実験に比べてやや大きく予測され、したがって対数法則分布が下方に移動することである。この点については、より精度の優れた実験データの蓄積とともに、モデルの改良が必要と考えられる。例えば、逆圧力こう配流れでは非回転びずみ成分からの ϵ の生成が重要となるとの報告⁽²⁷⁾⁽²⁸⁾もあり、本非等方 $k-\epsilon$ モデルにはそのような改良を加えることも可能であるので、今後の課題としたい。

文 献

- (1) Patel, V. C., ほか 2 名, *AIAA J.*, **23**-9(1985), 1308.
- (2) 明・笠木, 機論, **54**-507, B(1988), 3003.
- (3) Myong, H. K., Dr. Eng. Thesis, Univ. Tokyo, (1988).
- (4) 明・笠木, なかれ, 7-別冊(1988), 10.
- (5) 明・笠木, 機論, **56**-531, B (1990), 3298.
- (6) 明・笠木, 機論, **54**-508, B(1988), 3512.
- (7) Spalart, P. R., *J. Fluid Mech.*, **172**(1986), 307.
- (8) Nisizima, S. and Yoshizawa, A., *AIAA J.*, **25**(1987), 414.
- (9) Speziale, C. G., *J. Fluid Mech.*, **178**(1987), 459.
- (10) Patankar, S. V. (Minkowycz, W. J., ほか 3 名編), *Handbook of Numerical Heat Transfer*, (1988), Wiley-Interscience.
- (11) Coles, D. E., *Rand Rep.*, R-403-PR(1962).
- (12) Purtell, L. P., ほか 2 名, *Phys. Fluids*, **24**(1981), 802.
- (13) Spalart, P. R., *J. Fluid Mech.*, **187**(1988), 61.
- (14) Karlsson, R. I. and Johansson, T. G. (Adrian, R. J., ほか 4 名編), *Laser Anemometry in Fluid Mech.*, III, (1988), 273, LADOAN Inst. Superior Tecnico, Lisbon.
- (15) Klebanoff, P. S., *NACA Rep.*, No. 1247(1955).
- (16) Erm, L. P., ほか 2 名(Durst, F., ほか 4 名編), *Proc. 5th Symp. Turbulent Shear Flows.*, Cornell Univ., Ithaca, NY, (1985), 213.
- (17) Kim, J., ほか 2 名, *J. Fluid Mech.*, **177**(1987), 133.
- (18) Laufer, J., *NACA Rep.*, 1174(1954).
- (19) Schubauer, G. B., *J. Appl. Phys.*, **25**(1954), 188.
- (20) 島, 機論, **54**-505, B(1988), 2317.
- (21) Jones, W. P. and Launder, B. E., *J. Fluid Mech.*, **56**(1972), 337.
- (22) Kline, S. J., ほか 2 名編, *Proc. 1980-81 AFOSR-HTTM-Stanford Conf. Complex Turbulent Flows*, (1981).
- (23) Samuel, A. E. and Joubert, P. N., *J. Fluid Mech.*, **66**-3(1974), 481.
- (24) Nagano, Y. and Hishida, M., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **109**-2(1987), 156.
- (25) 島, 機論, **54**-505, B(1988), 2325.
- (26) Launder B. E., *Low-Reynolds-Number Turbulence near Walls*, Thermofluids Div., Dept. Mech. Eng., UMIST, (1986).
- (27) Hanjalic, K. and Launder, B. E., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **102**(1980), 34.
- (28) Rodi, W. and Scheuerer, G., *Phys. Fluids*, **26**-6(1983), 1422.