溶融金属の蒸発界面挙動の数値解析*

塩田 和則^{*1}, 橋立 良夫^{*1}, 野中 重夫^{*1}Numerical Analysis of Time-Dependent Molten Metal
Behavior Involving Free Evaporation Interface

Kazunori SHIODA, Yoshio HASHIDATE and Shigeo NONAKA

In this paper, analyses of the molten metal behavior with free evaporation interface are presented. The evaporation interface is depressed and deformed by the vapor pressure in addition to the surface tension of the molten metal itself. The analysis of the free evaporation interface behavior of the molten metal was performed as the time-dependent problem, where the validity of the free surface boundary conditions was confirmed by means of the calculated value of the phase-propagating velocity of the interfacial wave. And the characteristic time, derived from the vapor pressure, offers an effective way of calculating the time-independent shape of the free evaporation interface and the stationary secondary flow field induced below that.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Evaporation, Viscous Flow, Surface Tension, Secondary Flow, Wave, Sloshing

1. 緒 言

自由界面を有する流体挙動の研究は、蒸発・凝固などの相変化を伴う流れ、管路内や水路内の移動境界を伴う流れや界面波動、あるいは磁性流体の界面現象など多岐にわたる問題を取扱わなければならない。これらの移動境界流れの現象解明には、従来より MAC 法、VOF 法などの数値流体力学が有力な手段の一つとして知られている^{(1)~(5)}。

現在、レーザビームや荷電粒子ビームをエネルギードライバとして材料表面へ照射する、いわゆるトップヒーティングによる加熱技術が表面処理、材料加工、薄膜形成などの各分野に広く応用されている。特に真空中での金属の蒸発過程では、金属を高耐熱性容器に収納して金属表面の狭小領域のみを局部的に高温化させることが経済効率向上の点からも必要である。このように材料表面上の加熱領域を狭小領域に限定すると、表面張力と蒸気圧力による境界液面の局部変形が進展し、溶融界面である自由境界液面上にトップヒーティングに基づくさまざまなじょう乱が誘起される。

例えば界面波動としては重力波に加えて表面張力波がこれに重畳し、蒸気圧力は材料に対して穿孔効果を有するようになる⁽⁶⁾。

そこで本報では溶融界面上に誘起される表面波や界面変形の研究を目的とし、蒸発源である自由界面の動的挙動および界面近傍の過渡流れの数値シミュレーションを実施し、蒸発界面の変形解析手法の検討を行った。

主 な 記 号

c_0 : 位相速度
 e : 変形速度
 F : 状態関数
 f : 界面形状関数
 G : 時間関数
 g : 重力の加速度
 h : 波高
 K : 外力加速度
 k : ボルツマン定数
 L : 液体深さ
 M : 座標変換マトリックス
 m : 分子質量
 n : 分子数密度

* 原稿受付 平成2年1月29日。

^{*1} 正員、(株)東芝 (〒230 横浜市鶴見区末広2-4)。

P : 応力テンソル
 p : 静圧
 p_s : 表面張力による求心圧力
 p_v : 蒸気圧力
 R : 蒸発界面の凹み比
 r_1, r_2 : 主曲率半径
 T : 蒸発温度
 t : 時間
 u, v : 流速
 u_s : 旋回流速
 v_i : 分子速度
 w : 電子ビーム幅
 x, y : 座標
 β : 液面傾き角
 δ : クロネッカー・デルタ
 ϵ : 解析許容誤差
 ζ : 第2粘性率
 η : ϕ の緩和係数
 Θ : 膨張速度
 λ : 表面波の波長
 μ : 粘性率
 ν : 動粘性係数
 ξ : 再付着係数
 ρ : 密度
 σ : 法線応力
 σ_s : 表面張力
 τ : 接線応力
 τ_c : 特性時間
 τ_s : 旋回周期
 Φ : 分子フラックス
 ψ : スカラポテンシャル

添 字

上付き * : 液面局所座標への変換後の量

k : 収束過程

n : 時間ステップ

～逐次解

下付き i, j : 座標

0: 飽和状態

2. 数 値 解 析

2.1 基礎方程式 粘性流体の基礎方程式として式(1), (2), および式(3)にそれぞれ Navier-Stokes 方程式, 連続の式, 流体の応力テンソルを示す。流体内の静圧 p は流体界面上に作用する蒸気圧力や表面張力に加えて流体の自重による圧力により定まり, 流体の膨張と運動状態から決まる粘性応力がこれ

に付加して応力テンソル P が形成される。式(4), (5)はそれぞれ流体の膨張速度および変形速度を示すものである。ここで i, j は空間座標を示す添字である。

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_j u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \sum_j \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j} + K_i \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_j \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad \cdots \cdots (2)$$

$$P_{ij} = -(p - \zeta \Theta) \delta_{ij} + \mu e_{ij} \quad \cdots \cdots (3)$$

$$\Theta = \sum_j \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \sum_j e_{jj} \quad \cdots \cdots (4)$$

$$e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad \cdots \cdots (5)$$

ここで解析モデルを二次元デカルト座標にて設定することにし, 流速 $u_i = (u, v)$, 座標 $x_i = (x, y)$, 外力加速度 $K_i = (0, -g)$ とすると応力テンソル P は流体の法線応力, 接線応力をそれぞれ σ, τ とすると次のとおりとなる。

$$P = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (6)$$

さらに流体は液体金属であり, 非圧縮性流体と考えて式(4)の膨張速度 Θ を零とすることができる。膨張速度 Θ は数値解析の途次に計算誤差として残るため Θ の逐次解を零に収束させる手続きが必要となる。

2.2 境界条件

2.2.1 自由液面境界条件 自由液面は, 図1および図2に示すとおり液体金属と真空との境界面を形成している。表面張力による自由液面上の接線応力は液面形状にかかわらず前後左右で互いに相殺し合っているが, 自由液面が曲率を有する場合は式(7)に示す法線方向に作用する求心圧力 p_s が発生する。このため自由液面上の法線応力は蒸気圧力と求心圧力とに均衡しなければならない。ここで r_1, r_2 は自由液面の主曲率半径である。

$$p_s = \sigma_s \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad \cdots \cdots (7)$$

図1はるつぼ(坩堝)に溶融金属が収納されている図であり, 自由液面の加熱部からは蒸気が図1中上向き方向に発生し, これによる反作用として図1中下向き方向に自由液面上に蒸気圧力が印加される。図2は図1の自由液面付近の拡大図である。自由液面境界条件は, 図2に示すとおり x^* 軸が液面接線方向を向いている局所座標 (x^*, y^*) にて設定する。 x^* 軸は x 軸に対して β° 傾斜しているとする, 局所座標 (x^*, y^*) で定義された応力 P^* は式(8)のとおり表される。

$$P^* = M' \cdot P \cdot M = \begin{bmatrix} \sigma_x^* & \tau_{xy}^* \\ \tau_{yx}^* & \sigma_y^* \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (9)$$

応力テンソル P^* の非対角成分を零とし、対角成分すなわち液面法線応力 σ_y^* が蒸気圧力 p_v と表面張力による求心圧力 p_s の和に等しいとすることにより、自由液面上の接線および法線応力条件として式(10)、(11)を得る。

$$\tau_{xy}^* = \tau_{yx}^* = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\sigma_y^* = -p_v - \sigma_s \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

式(10)、(11)は式(12)、(13)のとおりに変形される。

$$\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \sin 2\beta - \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \times (\sin^2 \beta - \cos^2 \beta) = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$p = p_v + \sigma_s \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \sin^2 \beta + \frac{\partial v}{\partial y} \cos^2 \beta \right) - \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \sin 2\beta \quad \dots\dots (13)$$

2.2.2 蒸気圧力モデル 蒸発界面である自由液面に作用する蒸気圧力 p_v は式(14)のように与えられる。図3は自由液面付近の蒸発および圧力印加のモデルを示すもので、式(14)右辺第1項は蒸気分子が真空中に蒸発するときに獲得する上向き運動量に対応して自由液面に下向きに作用する力積項であり、第2項は蒸発後の分子間衝突により蒸発界面に再突入する分子が液面に伝達する力積項である。

図1 るつば内材料の蒸発

図2 自由液面上の局所座標

蒸発温度 T_0 の液面からの蒸発フラックス Φ_i は、液面まわりに温度 T_0 の飽和蒸気を想定したときの蒸気分子の空間フラックス Φ_0 と熱平衡状態にあり、両者は互いに逆向きに打ち消しあう。すなわち蒸発温度 T_0 の液面からは雰囲気に関係なく、 $\Phi_i = \Phi_0 (= n_0 v_i / 4)$ の蒸発フラックスが発生している。よって式(14)に示す p_i, p_b は式(15)、(16)のとおりとなる。ここで v_i は分子速度、式(17)は v_i の二乗平均速度、 ξ は蒸発フラックス Φ_i と液面への蒸気分子の再付着フラックス Φ_b との比 (再付着係数 $\xi = \Phi_b / \Phi_0$)、上付き添字一は統計平均を示す。

$$p_v = p_i + p_b \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$p_i = \overline{\Phi_0 m v_i} = \frac{1}{6} n_0 m \overline{v_i^2} = \frac{1}{2} n_0 k T_0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$p_b = \overline{\Phi_b m v_i} = \frac{1}{6} \xi n_0 m \overline{v_i^2} = \frac{1}{2} \xi n_0 k T_0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\sqrt{\overline{v_i^2}} = \sqrt{\frac{3kT_0}{m}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

さらに、状態方程式(18)によると式(14)は式(19)のように表せる。

$$p_0 = n_0 k T_0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$p_v = \frac{1+\xi}{2} n_0 k T_0 = \frac{1+\xi}{2} p_0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

再付着係数 ξ については蒸発界面付近の蒸気挙動に対する希薄気体流れ数値解析 (ボルツマン・モンテカルロ解法) により

$$\xi = 0.15 \sim 0.20 \quad \dots\dots\dots (20)$$

という解析結果が報告されている⁽⁷⁾。

2.3 解析手法 解析要素として図4のようなスタaggered食違い長方形格子を用い、圧力 p 、膨張速度 θ 、および以下に述べるポテンシャル関数 ϕ は要素中心で、また流速 u, v は要素エッジで定義する。また基礎方程式の差分化では、FTCS法 (Front Time Center Space) を採用し、時間項に対して陽解法前進差分、空間項に対して中心差分を用いた。

初期流速、および初期圧力から式(1)を積分して得

図3 蒸気圧力の分子論的モデル

られる各時間ステップごとの流速 u_{ij} , v_{ij} は、連続の式(2)を満足しないので、流速、および膨張速度の逐次解として $\tilde{u}_{ij}$, $\tilde{v}_{ij}$, $\tilde{\Theta}_{ij}$ を次のとおり設定する。

$$\tilde{u}_{ij}^n = u_{ij}^n + \frac{\psi_{i+1,j}^n - \psi_{ij}^n}{\Delta x} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\tilde{v}_{ij}^n = v_{ij}^n + \frac{\psi_{ij+1}^n - \psi_{ij}^n}{\Delta y} \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Theta}_{ij}^n &= \frac{u_{ij}^n - u_{i-1,j}^n}{\Delta x} + \frac{v_{ij}^n - v_{i,j-1}^n}{\Delta y} \\ &= \Theta_{ij}^n + \frac{\psi_{i+1,j}^n - 2\psi_{ij}^n + \psi_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{\psi_{ij+1}^n - 2\psi_{ij}^n + \psi_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \\ &\quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ここで u_{ij}^n , v_{ij}^n , Θ_{ij} は各時間ステップごとの収束解、 n は時間ステップを示す添字である。 $\Theta_{ij}=0$ を満足するため、式(23)右辺第1項を逐次零とおくことにより ψ_{ij} の逐次解、補正解を式(24)、(25)のように得る。

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_{ij}^{nk} &= -\frac{\Delta x^2 \Delta y^2}{2(\Delta x^2 + \Delta y^2)} \left(\tilde{\Theta}_{ij}^{nk} - \frac{\psi_{i+1,j}^{nk} + \psi_{i-1,j}^{nk}}{\Delta x^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\psi_{ij+1}^{nk} + \psi_{i,j-1}^{nk}}{\Delta y^2} \right) \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

$$\psi_{ij}^{nk+1} = (1 + \eta) \tilde{\psi}_{ij}^{nk} - \eta \psi_{ij}^{nk} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\left| \frac{\psi_{ij}^{nk+1} - \psi_{ij}^{nk}}{\psi_{ij}^{nk+1} + \psi_{ij}^{nk}} \right| < \varepsilon \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここで k は収束過程を示す添字であり、最終的に求められた収束解 ψ_{ij} により各時間ステップごとに改めて u_{ij} , v_{ij} , p_{ij} などの流体変数を算出する。本解析では緩和係数 $\eta=0.5 \sim 0.7$ の値を選定し、許容誤差 $\varepsilon=1 \times 10^{-3} \sim 2 \times 10^{-3}$ ですべての解析要素で式(26)を満足するまで ψ_{ij} の収束手続きを行う。

2.4 界面状態 移動境界流れの解析においては界面形状に対してさまざまな計算手法があるが、本解析は、SMAC 法により各時間ステップごとに得られた収束流速解に基づきマーカー粒子を Lagrange 的に追跡することにより計算している。非圧縮性流体の場合、各要素の状態関数 F_{ij} は式(27)のとおりとなる。

$$F_{ij} = \begin{cases} 1 \cdots \text{流体要素 (密度一定)} \\ 0 \cdots \text{真空要素, または空孔要素} \\ -1 \cdots \text{境界要素} \end{cases} \quad (27)$$

図4 スタッガード食違い長方形格子

初期条件としては流体要素と空孔要素を流体初期形状に合せて設定するとともに、逐次に流体変形とともに各要素の状態関数 F_{ij} を更新する。流体要素に対しては各時間ステップごとの ψ_{ij} の収束解により各流れパラメータ (u_{ij} , v_{ij} , p_{ij}) が算出されるが、境界要素では ψ は定義されない。境界要素の流速 (界面流速) は、周辺の流体要素の流速により連続の式を満足するように算出される。また、法線応力条件として境界要素には蒸気圧力 p_v に加え表面張力に起因する界面変形による求心圧力 p_s が作用する。このうち界面変形による求心圧力 p_s は自由液面の曲率半径 r_c により次のように与えられる。

$$p_s = -\sigma_s \frac{d^2 f}{dx^2} / r_c \left| \frac{d^2 f}{dx^2} \right| \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここで、曲率半径 r_c はマーカー粒子の y 座標群をフイッティングして得た界面形状関数 f (図5) により次のとおり得られる。

$$r_c = \left\{ 1 + \left(\frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} \right)^2 \right\}^{3/2} / \left| \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} \right| \quad \dots\dots\dots (29)$$

例えば図4の実線要素が境界要素であり、その上側要素が空孔要素である場合、式(13)で $\beta=0^\circ$ として実線要素中心○においての実線要素エッジ上の流速により式(30)を設定する。ここで v_{ij} は連続の式(2)により式(31)のように表せる。

$$p_{ij} = p_v + p_s + \frac{2\mu}{\Delta y} (v_{ij} - v_{i,j-1}) \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$v_{ij} = v_{i,j-1} - \frac{\Delta y}{\Delta x} (u_{ij} - u_{i-1,j}) \quad \dots\dots\dots (31)$$

接線応力条件は、式(8)に示す応力テンソルの非対角成分を零とすることにより図4の破線要素エッジ上の流速により式(32)を与える。

$$u_{ij+1} = u_{ij} - \frac{\Delta y}{\Delta x} (v_{i+1,j} - v_{ij}) \quad \dots\dots\dots (32)$$

図5 界面形状関数 f

3. 解析結果

3・1 界面波動の挙動 液体の自由表面上には表面張力および重力による界面波動が誘起される。図6の液体金属は銀（密度 $\rho = 8.92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 粘性率 $\mu = 2.18 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 表面張力 $\sigma_s = 0.828 \text{ N/m}$ ）とし⁽⁸⁾, $P_0 = 493 \text{ Pa}$, $\xi = 0.2$ とした。ここでは自由液面境界条件の妥当性を検討するために、まず $t = 0$ 以後にステップ状に蒸気圧力を印加して表面上に意図的にじょう乱を起こさせ、これによる正弦波状の波動の解析位相速度 c_0 を評価した。図6では $t = 20 \text{ ms}$ ごとの液面形状および液面近傍の過渡的流速分布を示し、図6中↓印は表面波の波頭位置を示している。 w_0 は初期圧力印加による盛り上がりであり、次いで w_1 , w_2 に分裂して左右に伝ばする。両者はそれぞれ壁面に衝突の後、再び反射されて戻ってくる。

3・2 表面波の位相速度 一般には波動の位相速度 c_0 は波長 λ に依存するので任意形状の波動は分散性を有する。これに対して図7のような単一波長の正弦波には波動分散性がなく、粘性緩和により流速が抑制されていくのを除けば波形は保存され、伝ば速度 c_0 と同じ速度座標から観察すると進行波は停止して見える。この進行波座標から見て f は界面形状関数、 h は山頂 a の高さまたは谷底 b の深さで、 u_s は旋回流速、 τ_s は旋回周期である。正弦波近似においては位相速度 c_0 は式(36)のように得られる。

図8は表面波の位相速度 c_0 と波長 λ との関係を示

すもので、本解析結果は図8中●印で示すとおり表面張力を考慮した正弦波位相速度 c_0 の理論特性式(36)と良く合致している。

$$f = h \cdot \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\tau_s} \right) \dots\dots\dots (33)$$

$$u_s = \frac{2\pi h}{\tau_s} \dots\dots\dots (34)$$

$$\lambda = c_0 \tau_s \dots\dots\dots (35)$$

$$c_0 = \left(\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh \frac{2\pi L}{\lambda} + \frac{2\pi\sigma_s}{\lambda\rho} \right)^{0.5} \\ \simeq \left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma_s}{\lambda\rho} \right)^{0.5} \dots\dots\dots (36)$$

3・3 蒸発界面の変形解析 溶融界面は気液境界面を成し、特に高温蒸発の場合は大きな蒸気圧力によりくさび状の液面陥没を呈する。さらに蒸発圧力が増加すれば界面変形が時間進展性（せん孔効果、液面振動など）を有するようになる。図9は溶融金属（銀）の表面に線状電子ビームを照射し、式(37)の蒸気圧力分布を界面に印加したときの界面変形解析結果である。

図7 表面波の伝ばモデル

図8 位相伝ば速度

図6 自由液面の動的挙動解析 ($p_0 = 493 \text{ Pa}$, $\xi = 0.2$, $w = 10 \text{ mm}$)

図 9 定常液面形状と二次流れ
($p_0 = 2\,328\text{ Pa}$, $\xi = 0.2$, $w = 10\text{ mm}$, $t = 500\text{ ms}$)

図 10 時間関数

$$p(x, t) = p_v G(t) \exp\left\{-\left(\frac{2x}{w}\right)^2\right\} \quad (37)$$

$$G(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_c}\right) \quad (38)$$

$$\tau_c = \frac{1}{g} \left(\frac{2p_v}{\rho}\right)^{0.5} \quad (39)$$

ここで p_v は蒸発温度 T に対応する飽和蒸気圧力、 w は電子ビームの有効幅、 $G(t)$ は蒸気圧力印加の時間関数であり、本解析では定常的な凹形状を得るために時間依存の基礎方程式に対して時間関数を加味した非定常問題として解いた。圧力印加の初期段階では自由液面上に既述の表面波などのじょう乱を発生させながら界面が移動する。これらの表面波や液面振動が粘性緩和して少なくとも蒸発界面がおおむねの静止形状を呈するまでシミュレーションを行ううえの特性時間が式(39)であり、図10に示すとおりおおむね界面移動に要する時間でもある。

界面形状を凹み比 R により評価すると飽和蒸気圧力 p_0 との関係は図11のとおりである。

4. 結 論

真空中への蒸発を伴う溶融金属の蒸発界面挙動の数値解析を行い、以下の結論を得た。

(1) 移動境界流れの数値解析では、自由液面境界条件としての表面張力の取扱いが問題となるが、本解

図 11 くぼみ比と飽和蒸気圧力

析では界面形状のフィッティング関数の一次および二次導関数から求めた表面張力による求心圧力を模擬した。これにより表面波の位相速度は、理論特性とほぼ合致する結果を得た。

(2) 蒸発界面の変形解析においては、蒸発界面上に局部的に高温蒸発源が存在するとき、自らの蒸気圧力により蒸発界面はくさび状の陥没を呈し、その界面下には蒸気圧力の増加につれ二次流れが形成される。

また、定常的な界面形状や二次流れは界面上に作用する蒸気圧力分布にのみ依存し、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f = 1$$

を満たす時間関数 f において特性時間 τ_c を導入することにより、蒸発界面変形の静的解析を実施した。

ただし、図6や図9に示したような表面流動が生じている場合は蒸発温度 $T_0 = \text{const.}$ という仮定は許容されなくなるので、厳密には流体方程式(1)、(2)にさらにエネルギー方程式を付加して表面温度分布の評価が必要となる。

文 献

- (1) Harlow, F. H. and Welch, J. E., *Phys. Fluids*, 8, (1965), 2182.
- (2) Harlow, F. H. and Welch, J. E., *Phys. Fluids*, 9, (1965), 842.
- (3) Welch, J. E., ほか3名, *Los Alamos Sci. Labo. Rcp.*, LA-3425(1975).
- (4) Hirt, C. W., *J. Comput. Phys.*, 2, (1968), 339.
- (5) Hirt, C. W. and Nichols, B. D., *J. Comput. Phys.*, 39 (1981), 201.
- (6) 渡部・吉田・志茂, レーザ研究, 15(1988), 1073.
- (7) Shioda, K. ほか2名, *Proc. Fluid Meas. Instrum. Forum, The 3rd Joint ASCE/ASME Mech. Conf., FED. 77*(1989), 41.
- (8) 日本金属学会編, 金属データブック, 改訂第2版, (1984), 丸善.