ターボ機械の体積効率および機械効率の簡易算定式*

黒 川 淳 一^{*1}Simple Formulae for Volumetric Efficiency and
Mechanical Efficiency of Turbomachinery

Junichi Kurokawa

In the course of the work of newly established JSME Standard S-008 'Performance Conversion Method for Hydraulic Turbines and Pumps', an accurate and relatively simple method of calculating leakage flow and disk friction power has been developed, and the simple formulae for volumetric efficiency and mechanical efficiency at the best efficiency point have been determined. This paper presents the above method and formulae, and shows their validity comparing with the measured data and the numerical analysis.

Key Words: Volumetric Efficiency, Mechanical Efficiency, Pump, Water Turbine, Blower, Leakage, Disk Friction, Simple Formula, Turbo Machinery

1. は じ め に

ターボ機械の体積効率および機械効率は、おもに羽根車シュラウド裏側のすきま流れにより引き起こされ、漏れおよび壁面摩擦に基づく全体効率の低下割合を表す。

これらの効率を見積もるには、従来から良く知られた Pfreiderer⁽¹⁾, Stepanoff⁽²⁾, Kovats⁽³⁾らの公式を用いるか、あるいはシュラウド背面すきま流れに対する運動方程式を数値的に解く方法^{(4)~(6)}が用いられる。前者は容易に計算できるが、実験係数を多く用いるのでその適用範囲が狭く、表面粗さや漏れ量の増加とともに計算精度が低下する⁽⁴⁾⁽¹⁰⁾。一方、後者はどのような条件にも対応できるが、計算が面倒で実用的でない。

著者らは、日本機械学会基準 JSME-S008「水車及びポンプの性能換算法」(井田委員長)の作成過程において、従来の諸公式を見直し、計算精度の高い実用公式を導くべく、検討を重ねてきた。本報告は、これらの実用公式について提案するものである。なお、ここのいう機械効率は、ベアリングその他動力伝達系における

損失動力は含まれておらず、また非圧縮性流体を対象としている。

2. 漏れ流量および円板摩擦動力の簡易計算法

ターボ機械の体積効率 η_v 、および機械効率 η_m は、羽根車シュラウド裏側の漏れ流量を ΔQ 、円板摩擦動力を P_f とすると次式で定義される。

$$\begin{aligned} \text{ポンプ, 送風機: } \eta_v &= Q/(Q + \Delta Q) \\ \eta_m &= (P - P_f)/P \\ \text{水車: } \eta_v &= (Q - \Delta Q)/Q \\ \eta_m &= P/(P + P_f) \quad \cdots \cdots (1) \end{aligned}$$

ここに Q , P はそれぞれポンプ吐出し量/水車流量およびポンプ入力/水車出力である。

ΔQ および P_f はインペラ/ランナの背面すきまの形状や運転状況により著しく異なる。その代表的な形状を図1に示し、漏れを矢印で示している。

一般に、背面のすきまは2種類のすきま—シュラウド円板とケーシングの間の半径すきま(円板すきま)およびシール部のような軸すきま(環状すきま)—から構成される。なお、図1の側板/バンド側のような傾斜すきまは、力学的関係が円板すきまと同等であるので円板すきまとして取扱うことができる。

したがって、円板摩擦動力 P_f は、円板部分と円筒部

* 原稿受付 平成2年2月8日。

*¹ 横浜国立大学工学部 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)。

分の和として、以下のように書ける。

$$P_f = (P_f)_{\text{disk}} + (P_f)_{\text{cylinder}} \dots\dots\dots (2)$$

一方、漏れ流量 ΔQ は、背面すきま流れの圧力分布から定まり、インペラ/ランナの背面における圧力ヘッドの降下量 ΔH_p も、円板部分と同筒部分の和として以下のように書ける。

$$\Delta H_p = (\Delta H_p)_{\text{disk}} + (\Delta H_p)_{\text{cylinder}} \dots\dots\dots (3)$$

図1のような釣合い孔のある主板/クラウン側および側板/バンド側では、背面すきまの圧力降下量 ΔH_p は主流の羽根作用による圧力差 H_p に等しくなり、図1のような場合には D_0 から D_s までの圧力ヘッドの増大を考慮して、近似的に以下のように表される。

$$\Delta H_p = H_p + (X_s u_s)^2 \{1 - (D_0/D_s)^2\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $X_s u_s$ はインペラ出口/ランナ入口の流体の旋回速度、 $u_s = D_s \omega / 2$ である。なお、主板/クラウン側と側板/バンド側でインペラ/ランナの入口と出口の圧力ヘッドの差が全ヘッドの10%以上も異なるような場合には、 H_p にはそれぞれ主板/クラウンおよび側板/バンド内面に沿う圧力差を用いねばならない。

釣合い孔がある場合の主板/クラウン側および側板/バンド側では、全円板すきまの圧力降下量の和を $(\Delta H_p)_{\text{disk}} = C_{p_u} u_s^2 / 2g$ 、全円筒すきまの圧力降下量の和をあらためて ΔH_w と書けば、 ΔH_w は式(3)および式(4)より、

$$\Delta H_w = H_p + X_s^2 \{1 - (D_0/D_s)^2\} u_s^2 / 2g - C_{p_u} u_s^2 / 2g \dots\dots\dots (5)$$

ただし、釣合い孔による損失ヘッドも ΔH_w の中に含まれるものとする。

釣合い孔がない場合は漏れ流量 $\Delta Q = 0$ とすればよいが、多段ポンプの主板背面すきまのように、次段の高圧水が軸すきまからインペラ背面に流入して外向き漏れを形成するような場合には、戻り流路の圧力ヘッドの回復量を ΔH_p とすれば、 ΔH_w は、次式で計算される。

$$\Delta H_w = \Delta H_p - C_{p_u} u_s^2 / 2g \dots\dots\dots (6)$$

円板摩擦損失 P_f および漏れ流量 ΔQ は、すきま形

状や流動状況などに強く影響される。とくに大きな影響因子を取り上げると、以下のような無次元パラメータにまとめられる⁽⁴⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾。

$$\text{漏れ量パラメータ} : C_q = 2\Delta Q R e_s^{0.2} / \pi D_s^2 u_s$$

$$\text{漏れの予旋回数} : X_s = U / u_s$$

$$\text{レイノルズ数} : Re_s = D_s^2 \omega / 4\nu$$

$$\text{円板部すきま内径比} : R_i = D_i / D_s$$

$$\text{円板部すきま比} : S = s / (D_s / 2)$$

$$\text{円筒部すきま比} : B = b_w / (D_s / 2)$$

$$\text{相対粗さ} : K_s = 4e_w / (D_s / 2)$$

$$\text{円板傾斜角} : \theta$$

ここに、 D_i は半径すきまの内側直径、 e_w は表面粗さ(中心線平均粗さ R_a)、 s および b_w はそれぞれ円板部および円筒部のすきま幅、そして U は漏れがすきまに流入するときの予旋回速度である。なお、漏れ流量は、図1のような内向きの場合に $\Delta Q > 0$ 、釣合い孔のない多段ポンプインペラの主板側の場合のような外向き漏れに対しては $\Delta Q < 0$ とする。

従来用いられてきた簡易計算法^{(1)~(2)}では、背面すきま流れを角速度 $\omega/2$ の強制渦と仮定して P_f 、 ΔQ を計算しており、上記の諸パラメータの影響は無視されてきた。本報告では、上記パラメータの影響を考慮した簡易式を以下に導く。

2・1 漏れ流量 ΔQ の計算方法 図2に示するような環状シール部の漏れ流量 ΔQ は、環状流路断面積を A_w 、シール両端のヘッド差を ΔH_w 、シールの流量係数を C_w とすれば、次式で計算される。

$$\Delta Q = C_w A_w (2g \Delta H_w)^{0.5} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、

$$A_w = 2\pi r_w b_w,$$

$$C_w = (\lambda_w l_w / 2b_w + 1 + \zeta_w)^{-0.5} \dots\dots\dots (8)$$

また、 λ_w および ζ_w は環状すきまの管摩擦係数および入口損失係数で、通常 $\zeta_w = 0.5$ としてよい。 λ_w は後述の式(25)で与えられる。

式(8)の C_w は、単一のシールに対する流量係数を与え、図1のような複数の環状シールや釣合い孔がある場合には、形状に応じた式を用いねばならない。そ

図1 インペラ/ランナの形状

図2 環状すきま流れと寸法

ここで、通常用いられる代表的な形状に対して、式(7)の $C_w A_w$ を以下に与える。

(1) シール部が1箇所の場合 式(7)および式(8)で ΔQ を計算すればよい。

(2) シール部が2個以上の場合 各シールすきまのヘッド差の総和を ΔH_w とし、式(7)の $C_w A_w$ を、 k 番めのシール断面積 A_{wk} と流量係数 C_{wk} [式(8)で与えられる] を用いて、

$$C_w A_w = \left\{ \sum_k (1/C_{wk} A_{wk})^2 \right\}^{-0.5} \dots\dots\dots (9)$$

(3) 釣合い孔がある場合 釣合い孔および各シールすきまのヘッド差の総和を ΔH_w として、

$$C_w A_w = \left\{ \sum_k (1/C_{wk} A_{wk})^2 + (1/C_B A_B)^2 \right\}^{-0.5} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 C_B および A_B は釣合い孔の流量係数および総面積であり、その直径 d_B および個数 z_B を用いて、

$$C_B = 0.00155 Re_B^{0.568}, Re_B = 4\Delta Q / \pi d_B z_B \nu$$

$$A_B = \pi d_B^2 z_B / 4 \dots\dots\dots (11)$$

上式は文献(9)の実験結果に著者の高レイノルズ数に対する結果を加えて、図3のように求めた適合式であり、 $Re_B > 90,000$ では $C_B = 1.0$ とする。

以上の諸式により漏れ流量 ΔQ が定まり、式(7)中の ΔH_w は式(5)あるいは式(6)で計算されるが、式(5)、(6)中に含まれる H_p および C_{pw} は通常は未知のことが多い。圧力ヘッド H_p は、インペラ/ランナの内部流れの解析から定まるものであり、比速度 N_s および運転状態(流量係数 ϕ)とともに変化する。また圧力降下係数 C_{pw} は背面すきまの状態(C_q, X_s, R_i)により大きく変化する⁽⁴⁾。そこで、以下に C_{pw} および H_p の見積り法を示す。

2・1・1 半径方向すきまの圧力降下の簡易見積り法

円板部のすきま流れの圧力分布は、(C_q, X_s, R_i)とともに著しく変化する。圧力降下係数 C_{pw} は、例えば図4のように変化する⁽⁴⁾。 (C_q, X_s, R_i) が既知なら図4から C_{pw} が定まる。漏れの予旋回数 X_s およびすきま内径比 R_i は既知であっても、漏れ量係数 C_q は未知であるので、まず ΔQ を仮定して C_q を計算し、図4から C_{pw} を定め、式(7)より ΔQ の高次近似を求めるという trial and error 法が必要である。

そこで計算に便なるように、 C_{pw} の適合式を導くと、以下のように表される。

$$C_{pw} = 0.087(0.13 + 0.67 R_i)^m$$

$$m = -45 \{ X_s C_q + 0.004(1 - X_s) \}^{0.65} \dots\dots\dots (12)$$

ただし、 $C_q < 0$ (外向き漏れ)の場合で、第2式の右辺

{ } が負になるときは $m=0$ とする。図4中には近似式(12)の結果を点線で示してあり、厳密解とほぼ一致している。図1の側板/バンド側では、上式は $R_i = D/D_s$ を代入すれば D_s から D までの全半径方向すきまの圧力降下の総和が、また主板/クラウン側で $R_i = D_B/D_s$ とすれば D_s から D_B までのシールすきま以外の圧力降下の総和が計算される。

なお、漏れ量パラメータ C_q と体積効率 η_v の関係は次式のようなになる。

ポンプ・送風量:

$$C_q = 2(1/\eta_v - 1) Q Re_s^{0.2} / \pi D_s^2 u_s$$

水車: $C_q = 2(1 - \eta_v) Q Re_s^{0.2} / \pi D_s^2 u_s$

.....(13)

式(12)は水力学的滑面に対する式であるが、円板すきまの両側壁の表面粗さが等しければ完全粗面の場合にも適用できる⁽¹⁰⁾。ケーシング壁面の粗さのほうが粗い場合には C_{pw} は上式の結果より小さくなり、逆に回転壁の粗さのほうが大の場合には C_{pw} は大きくなる。

2・1・2 圧力ヘッド H_p の見積り法

(1) ポンプ・送風機の場合 H_p は理論揚程 H_{th} からインペラ内の全水力損失 $\theta_i u_s^2 / 2g$ およびインペラ出口の速度ヘッドを差し引いたものであり、インペラ入口に予旋回がなければ、流量係数 ϕ 、インペラ出

図3 バランスホールの流量係数

図4 円板流れの圧力降下係数 C_{pw}

口流体の旋回度 X_s を用いて、ほぼ以下のように書ける。

$$H_p = H_{th} - (\theta_i + X_s^2 + \phi^2) u_o^2 / 2g \\ = \{X_s(2 - X_s) - \theta_i - \phi^2\} u_o^2 / 2g \quad \dots\dots\dots (14)$$

体積効率がとくに問題となるのは、おもに遠心羽根車の場合であるから、以下に標準的な遠心羽根車の出口圧力ヘッド H_p の見積り法を示す。通常用いられる出口角 $\beta_0 = 20 \sim 30^\circ$ の遠心羽根車の最高効率点付近では、Stepanoff⁽¹¹⁾ の速度定数 $K_{uo} = u_o / \sqrt{2gH}$ および $K_{mo} = v_{m0} / \sqrt{2gH}$ は、比速度 $N_s [\text{rpm}, \text{m}^3/\text{min}, \text{m}]$ の関数として次式のように近似できる。

$$K_{uo} = 0.40(N_s + 70)^{0.170} \\ K_{mo} = 0.0021(N_s + 70)^{0.713} \quad \dots\dots\dots (15)$$

これを用いれば、最高効率点における ϕ および X_s は以下のように表せる。

$$\phi_{opt} = K_{mo} / K_{uo} = 0.0052(N_s + 70)^{0.543} \\ X_{s,opt} = 1 - \sigma - \phi_{opt} \cot \beta_0 \\ = 0.85 - 0.0125(N_s + 70)^{0.543} \quad \dots\dots\dots (16)$$

上式において、すべり係数 σ および羽根出口角 β_0 には、平均的な値を用いている。さらに、羽根車流路の水力損失係数を $\theta_{i,opt} = 0.06$ 程度見込めば、式(14)は

$$H_{p,opt} = \{0.94 - (1 - X_{s,opt})^2 - \phi_{opt}^2\} u_o^2 / 2g \quad \dots\dots\dots (17)$$

最高効率点から外れた運転点 ϕ においては、 θ_i は ϕ とともに変化するが、体積効率に及ぼす影響は必ずしも大きくないから、 H_p および X_s は近似的に、

$$H_p = \{1 - \theta_i - (\sigma + \phi \cot \beta_0)^2 - \phi^2\} u_o^2 / 2g \\ = \{0.94 - (1 - X_s)^2 - \phi^2\} u_o^2 / 2g \\ X_s = X_{s,opt} - 2.4(\phi - \phi_{opt}) \quad \dots\dots\dots (18)$$

で計算してよい。式(16)および式(17)の結果を図5に、また式(19)の結果を実験結果⁽¹²⁾と比較して図6に示す。羽根出口角が一定なら、圧力ヘッドは N_s によらず1本の曲線になり、実測値と比較的によく一致している。

なお、斜流羽根車では、 H_p には羽根出口ボス部の圧力ヘッドを用いなければならない。

(2) 水車の場合 ランナの入口の圧力ヘッド H_p および漏れの予旋回度 X_s は、それぞれ次式で計算される。

$$H_p = \eta_h H - (Q / \pi D_0 B)^2 / 2g - x_s^2 u_o^2 / 2g \\ X_s = g \eta_h H / u_o^2 \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 D_0 、 B 、 u_o はそれぞれランナ入口における直

径、流路高さおよび周速、 H 、 Q はそれぞれ有効落差および流量である。水力効率 η_h の見積りには $\eta_h = \eta$ と近似し、内径比 R_i にはバンド側では D/D_s (D は代表直径)を、クラウン側では D_B/D_s (D_B はバランスホール位置の直径)を用いればよい。

2.2 円板摩擦損失の計算法 インペラシュラウド背面/ランナ外壁面の摩擦トルクによって消費される動力 P_f (片面あたり)は、摩擦トルク係数 C_M を用いて次式で計算される。

$$P_f = C_M \cdot \rho D_{s2} u_s^3 / 8 \quad \dots\dots\dots (20)$$

インペラ/ランナの外壁面形状は種々のものがあり、これを前述のように、円板部分と円筒部分(外周面やシール面など)に分け、それぞれの摩擦トルク係数を C_{MD} および C_{MC} とすれば、機械全体の全摩擦トルク係数 C_M は以下ようになる。

$$C_M = C_{MD} + \sum C_{MC} \quad \dots\dots\dots (21)$$

C_M の各成分の求め方を、以下に示す。

2.2.1 円板摩擦トルク係数 C_{MD} C_{MD} は、(C_q , Re_s , K_s , S , R_i , X_s , θ) とともに大きく変化し、図7～9のようになる⁽⁷⁾⁽¹⁰⁾。これら影響因子の効果を考慮して、円板摩擦トルク係数 C_{MD} の適合式を求めると、以下のように表される。

$$C_{MD} = 0.051 S^{0.25} / Re_s^{0.2} F \quad (e_w \leq e_{adm})$$

図5 最高効率点における圧力ヘッド、旋回度および流量係数(遠心羽根車の場合)

図6 遠心羽根車出口の圧力ヘッド-流量の関係

$$C_{MD} = 0.035 S^{0.15} / (\log_{10} K_s + 0.63 S^{0.25})^2 F \quad (e_w > e_{adm}) \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 e_{adm} は許容粗さであり $e_{adm} = (25\nu/u_s)$ で与えられる。また F は、漏れの予旋回数 X_s およびシュラウドの傾斜角 θ の影響を考慮した修正項で、

$$F = (S^{0.15} + 92.6 X_s C_q) \sin \theta / (1 - R_i^{4.6}) \quad \dots\dots\dots (23)$$

式(22)は、漏れがなく ($C_q = 0$) しかも $R_i = 0$, $\theta = 90^\circ$ の場合には、Daily, Nece らの式⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾ に一致し、また粗面の場合の漏れの影響度合は滑面の場合と同様として取扱っている⁽¹⁵⁾。なお、粗面に対する式は円板面とケーシング面の表面粗さがともに等しい場合に対して導かれたものであり、ケーシング粗さのほうが大きい場合には C_{MD} は式(22)よりも大きくなり、逆にケーシング粗さのほうが小さい場合には C_{MD} は小さくなる。

式(22)を図7～9中に細い点線で併記したが、厳密解⁽⁷⁾⁽¹⁰⁾および実測結果⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾とほぼ一致することから、式(22)は各因子の影響を良好に見積もり得ることがわかる。

2・2・2 円筒部分の摩擦トルク係数 C_{MC} 環状すきま流れに関しては、旋回度が一定の場合の抵抗係数 λ_w が簡単な解析式で導かれているが⁽¹⁶⁾、任意の旋回数に対しては抵抗係数や摩擦トルクの計算法は明らかでない。そこで、本項ではこれらを理論的に導く。

図2に示す環状シールの入口から出口までの流れ場に対する運動量、角運動量および連続の式は、入口と出口の圧力差を Δp 、角運動量差を ΔAM とすれば、以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \pi \{ (r_w + b_w)^2 - r_w^2 \} \Delta p \\ = 2\pi l_w \{ r_w \tau_{Rz} + (r_w + b_w) \tau_{Sz} \} \\ \Delta AM = 2\pi l_w \{ r_w^2 \tau_{R\theta} - (r_w + b_w)^2 \tau_{S\theta} \} \\ 2\pi \int_{r_u}^{r_u + b_u} r v_z dr = \Delta Q \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 τ_R , τ_S は回転壁および静止壁のせん断応力、添字 θ , z は周方向および軸方向成分を表す。壁面は滑面であるとして、速度分布 v_z , v_θ を図2に示すような $1/7$ 乗則で仮定し、Blasius 形のせん断応力を用いれば、上記の第1式より環状流路の等価管摩擦係数 λ_w が以下のように求まる。

$$\begin{aligned} \lambda_w = 0.135 Re_a^{-0.25} \{ [1 + (1 - X)^2 Y^2]^{0.375} \\ + (1 + b_w/r_w)(1 + X^2 Y^2)^{0.375} \} / (1 + b_w/2r_w) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (25)$$

ただし $Y = (7/8)(Re_w/Re_a)$, $Re_w = r_w b_w \omega / \nu$, $Re_a = \Delta Q / 2\pi r_w \nu$ である。この式は、 $r_w \gg b_w$ かつ $X = 0.5$ の

ときには、山田の結果⁽¹⁰⁾と一致する。なお、山田によれば $0.135 \rightarrow 0.130$, $Re_a^{-0.25} Re_a^{0.24}$ と置き換えれば実測値とさらによく一致するという。

次に、検査面に流入する流れの予旋回速度を $X_i r_w \omega$ とすれば、検査面入口出口の角運動量差 ΔAM は、

$$\begin{aligned} \Delta AM / \rho \Delta Q r_w^2 \omega = \{ 1 + 16X(1 + b_w/r_w) \} \\ / 18(1 + b_w/2r_w) - (r_i/r_w)^2 (1 + 16X_i) / 18 \end{aligned}$$

で与えられるので、式(24)の第2式より環状すきま内の旋回速度比 X は、近似計算により以下のように求められる。

$$X \approx \{ 0.5 + 33\alpha X_i (R_i/R)^2 \} / (1 + 33\alpha) \quad \dots\dots\dots (26)$$

ただし $\alpha = C_q B^{0.25} / R^{1.75} L$, $R = 2r_w / D_s$, $L = 2l_w / D_s$, $B = 2b_w / D_s$ である。上式は、すきまに流入する流れの予旋回速度比 X_i とすきま内の旋回速度比 X との関係を与えるものであり、例えば漏れがインペラ出口/

図7 円板摩擦係数 C_{MD} の Re 数に対する変化および漏れ量パラメータ C_q の影響

図8 円板摩擦係数 C_{MD} の漏れ量パラメータ C_q に対する変化とすきま比 S の影響

図9 円板摩擦係数 C_{MD} の相対粗さ K_s に対する変化

ランナ入口からすぐにシュラウド背面シールに流入する図1のような場合には、 $R_i=R=1$, $X_i=X_s$ とすればよい。

円筒面摩擦係数 C_{MC} は、上記の旋回速度比 X を用いて、以下のように求まる。

$$C_{MC} = 16\pi r_w^2 l_w \tau_{RB} / D_s^2 u_s^3 \\ = 0.337 L R^{3.75} (1-X)^{1.75} / (Re_s B)^{0.25} \\ (e_w \leq e_{adm}) \quad \dots\dots\dots (27)$$

環状すきまの壁面が粗面の場合には、粗面回転円板と同様の取扱い⁽¹⁰⁾をすれば

$$C_{MC} = 0.379 L R^4 (1-X)^2 / \{\log(K_s/B) - 1.18\}^2 \\ (e_w > e_{adm}) \quad \dots\dots\dots (28)$$

次に、インペラ/ランナの外周におけるすきまが十分広い場合の円筒面の C_{MC} は、円板境界層流れと同様な取扱い⁽⁴⁾を用いれば、

$$C_{MC} = 0.356 L (1-X_s)^{1.5} / Re_s^{0.2} \quad \dots\dots\dots (29)$$

なお、円板流れの式(23)において側板傾斜角 θ が零に近い場合 (R_i は 1 に近くなる) には、シュラウド背面を円筒面として取扱わねばならない。この場合、式(21)で $C_M = \sum C_{MC}$ として式(27)または式(28)を用いればよく、 $R_i > 0.9$ であれば式(22)と式(27)、(28)の結果はあまり変わらない。

3. 体積効率 η_v および

機械効率 η_m の簡易算定式

2章までの計算法により、任意の運転状態における漏れ流量および円板摩擦動力が計算でき、式(1)により η_v および η_m が求まる。しかし最高効率点付近で運転され、しかもシールすきまが規格公差内で製作されている場合には、以下に示す諸式を用いれば、さらに簡単に η_v および η_m を見積もることができる。

3.1 体積効率の簡易算定式

(1) ポンプ・送風機の場合 片吸込形のポンプで主板側に釣合い孔がない場合には、最高効率点における η_v として、以下の Lomakin の式が知られている⁽¹⁷⁾。

$$\eta_{v,opt} = 1 / (1 + 1.124 / N_s^{2/3}) \quad \dots\dots\dots (30)$$

釣合い孔がある場合には、側板側と主板側漏れ流量の比は、式(7)、(8)、(10)より

$$\Delta Q_f / \Delta Q_b = (\Delta H_{wf} / \Delta H_{wb})^{0.5} / \{1 + (A_w C_w / A_b C_b)^2\}^{0.5}$$

となり、釣合い孔総面積とシールすきま面積の比を $\epsilon = A_b / A_w$ とおけば、各項の実用範囲 ($R_i = 0.4 \sim 0.6$, $\epsilon = 0.5 \sim \infty$, $N_s = 100 \sim 500$) で、上式は以下の式で近似できる。

$$\Delta Q_f / \Delta Q_b \approx 1 + 0.57 / \epsilon^2 \quad \dots\dots\dots (31)$$

この場合 ΔQ_f は、式(30)より次式で計算される。

$$\Delta Q_f / Q = 1.124 / N_s^{2/3}$$

一方両吸込形のポンプでは、 $\Delta Q_f / \Delta Q_b = 1$ 、かつ流量が片吸込形の場合の2倍となることを考慮すると、式(30)と同一になる。

以上より、最高効率点の体積効率は、まとめて以下のように書ける。

$$\eta_{v,opt} = 1 / \{1 + 1.124(1+\alpha) / N_s^{2/3}\} \\ \text{片吸込形・釣合い孔なし} : \alpha = 0 \\ \text{片吸込形・釣合い孔あり} : \alpha = (1 + 0.57 / \epsilon^2)^{-1} \\ \text{両吸込形} : \alpha = 0 \quad \dots\dots\dots (32)$$

最高効率点から外れた運転状態では、ポンプ揚程が流量に対して大きく変化しない範囲では、漏れ流量はほぼ最高効率点の値に等しいとして、 η_v は近似的に次式で計算できる。

$$\eta_v = 1 / \{1 + (1 / \eta_{v,opt} - 1) \phi_{opt} / \phi\} \quad \dots\dots\dots (33)$$

式(32)、(33)の結果を図10および図11に示す。

(2) 水車・ポンプ水車の場合 性能換算分科会では、国内の代表的な水車メーカーが中心となって、多数の模型試験結果を整理して、 $\eta_{v,opt}$ を水車比速度 n_{sq} [rpm, m³/s, m] の関数として以下の公式を導いた。詳細は JSME-S008 を参照されたい。

$$\text{フランシス水車} : \eta_{v,opt} = 0.967 + 0.014 \log n_{sq}$$

$$\text{フランシス形ポンプ水車(水車運転)} :$$

$$\eta_{v,opt} = 0.963 + 0.014 \log n_{sq}$$

図10 最高効率点の体積効率とポンプ比速度

図11 体積効率の流量係数に対する変化

フランシス形ポンプ水車(ポンプ運転):

$$\eta_{v,opt}=1/(1.048-0.022 \log n_{sq})$$

.....(34)

水車およびポンプ水車の水車運転範囲における η_v は 1 に近いので、各ガイドベーン開度における体積効率は、最高効率点の体積効率 $\eta_{v,opt}$ に等しいとして計算すればよい。またポンプ水車のポンプ運転では、漏れ流量 ΔQ を流量によらず一定値として最高効率点における値 ΔQ_{opt} を用いて計算すればよい。

3・2 機械効率の簡易算定式

(1) ポンプ・送風機の場合 最高効率点付近では、 P_f および P を C_M , Q , H を用いて表し、Stepanoff の速度定数 Ku_2 を導入すれば、以下のように書ける。

片吸込ポンプ:

$$\eta_{m,opt}=1-4.75 \cdot 10^5 (\eta_v \eta_h)_{opt} C_M Ku_2^5 / N_s^2$$

両吸込ポンプ:

$$\eta_{m,opt}=1-2.37 \cdot 10^5 (\eta_v \eta_h)_{opt} C_M Ku_2^5 / N_s^2$$

これらの式に式(15)を代入して、 $(\eta_v \eta_h)_{opt} \cong \eta_{opt}$, $(N_s + 70)^{0.85} / N_s^2 \cong 3.47 / N_s^{1.33}$ と近似すれば、

片吸込ポンプ:

$$\eta_{m,opt}=1-1.60 \cdot 10^4 \eta_{opt} C_M / N_s^{1.33}$$

両吸込ポンプ:

$$\eta_{m,opt}=1-8.02 \cdot 10^3 \eta_{opt} C_M / N_s^{1.33}$$

.....(35)

上式中の C_M には、式(21)、(22)および式(27)~(29)を用いて計算する必要があるが、近似的には式(22)の C_{MD} を用いてよい。

最高効率点から外れた運転点に対しては、円板摩擦動力がポンプ流量に対してあまり変化しないので、最高効率点の値に等しいとおいて次式で計算してよい。

$$\eta_m=1-(1-\eta_{m,opt})(P_{opt}/P) \dots\dots\dots(36)$$

(2) 水車・ポンプ水車の場合 性能換算分科会では、水車およびポンプ水車に対する数多くの模型試験データを整理して、最高効率点における機械効率 η_m の実験式を以下のように求めた(詳細は JSME-S008 参照)。

$$\text{フランシス水車: } \eta_{m,opt}=1/(1.029-0.013 \log n_{sq})$$

フランシス形ポンプ水車(水車運転):

$$\eta_{m,opt}=1/(1.076-0.035 \log n_{sq})$$

フランシス形ポンプ水車(ポンプ運転):

$$\eta_{m,opt}=0.912+0.044 \log n_{sq}$$

カプラン水車, パルプ水車: $\eta_{m,opt}=1.0$

$$\dots\dots\dots(37)$$

最高効率点からはずれた運転点における機械効率は、単位回転速度 n_{11} の変化のみを考慮して計算す

表 1 体積効率の計算法による差異

シール形状: $B=2b_w/D_s=0.00167$, $L=2l_w/D_s=0.067$,

ホンフ羽根車: $\beta_s=22.5$, $S=2s/D_s=0.05$, $Re_s=10^7$

比速度 N_s 円板隙間内径 R_i		100	125	150	200
		0.36	0.41	0.46	0.55
η_v	厳密式	0.941	0.955	0.963	0.973
	従来式	0.930	0.947	0.957	0.969
	簡易式(32)	0.950	0.957	0.962	0.968

ばよい。

4. 計算法の比較

本論文で提示した簡易計算法の精度を検討するために、体積効率がとくに問題となる低比速度の遠心ポンプの体積効率を、以下の3種類の方法で試算した。すなわち、 η_v の簡易公式(32)、 ΔQ を仮定して2.1節に示した諸公式を用いた trial-and-error 法によって計算する方法(厳密法とよぶ)、および強制渦の仮定の下に式(7)、(8)を解く方法(従来法)の3種類であり、計算は表1に示される羽根車およびシール寸法に対して行った。

なお、従来法では円板すきまの圧力降下係数は $C_{pw}=(1-R^2)/4$ で与えられ、 H_p は通常揚程の測定値から見積もられるが、ここでは H_p の簡易予測法も明らかにしているので、これを用いた。

表1は、3種類の方法による η_v の計算値の比較を示している。公式(32)は、厳密法に対して比較的良好な結果を与えることがわかる。一方、従来法は漏れによる圧力降下を見込んでいないので、全 N_s の範囲において厳密法より小さな η_v 、すなわち漏れを大きめに与えることになる。

これらの結果は、シールすきまが通常の規格範囲にある場合であるが、シールすきまの増大あるいは円板表面粗さ、レイノルズ数、漏れの予旋回数などの増大とともに、厳密法との差異はさらに大きくなり、2・1節の計算法が必要になる。

5. 結 論

おもな影響因子を考慮して漏れ流量および円板摩擦動力を予測する簡易計算法を提案し、あわせて体積効率および機標効率に対する簡易公式を提示した。

ターボ機械が最高効率点付近で運転され、しかもシールすきまが規格公差内で製作されていれば、ここに提案した簡易公式は良好な結果を与える。シールすきまが規格公差から外れた場合、あるいは最高効率点から大きく外れた運転状態に対しては、ここに提案した簡易計算法を用いて漏れ流量および円板摩擦動力を精

度よく見積もることができる。

最後に、本報告における各種簡易式の導出に当たっては、井田委員長はじめ S-837「ポンプ及び水車の性能換算分科会」委員各位のご協力を得、また水車の体積効率および機械効率は水車 WG の研究成果を掲載させていただいた。ここに、委員各位に深甚なる謝意を表する。

文 献

- (1) Pfeleiderer, C., *Kreisel-Pumpen*, 5. Aufl. (1961), Springer Verlag, S91.
- (2) Stepanoff, A. J., *Centrifugal and Axial Flow Pumps*, 2 (1957), 182. John Wiley and Sons, 182.
- (3) Kovats, A., *Centrifugal and Axial Flow Pumps and Compressors*, (1964), 119. Pergamon Press., 119.
- (4) 黒川・豊倉, 機論, 41-346 (1975), 1735.
- (5) 速水・妹尾, 機論, 42-360 (1976), 2462.
- (6) Guylai, F., ほか2名, *Proc. 6th Conf. Fluid Mach.*, Budapest, (1979), 379.
- (7) 黒川・豊倉, ターボ機械, 4-5 (1976), 20.
- (8) 黒川・佐久間, 機論, 53-492, B (1987), 2468.
- (9) 齊藤, ターボ機械, 6-6 (1978), 330.
- (10) 黒川・豊倉・新庄・松尾, 機論, 44-380 (1978), 1283.
- (11) 文献(2)の79ページ.
- (12) 黒川, 機論, 55-517 B, (1989), 2772.
- (13) Daily, J. W. and Nece, R. E., *Trans. ASME, Ser. D*, 82-1 (1960), 217.
- (14) Nece, R. E. and Daily, J. W., *Trans. ASME, Ser. D*, 82-3 (1960), 553.
- (15) 山田・伊藤・篠田, 機論, 43-376 (1987), 4538.
- (16) 山田, 機論, 27-180 (1961), 1268.
- (17) Troskolanski, A. T. and Lazarkiewicz, St., *Kreisel-Pumpen*, (1975), Birkhauser Verlag, 88.