噴流拡散火炎のモデリング*

(第2報, 修正 k - ϵ モデルの燃焼場への適用)

李 英 在^{*1}, 小 沼 義 昭^{*2}

Modeling of Turbulent Jet Diffusion Flames

(2nd Report, Application of the Modified k - ϵ Turbulence Model to Turbulent Jet Diffusion Flames)

Young Jae LEE and Yoshiaki ONUMA

It was examined whether the modified k - ϵ model, obtained from the modeling of hot air jets in the 1st report, is applicable to the numerical simulation of turbulent combustion flow fields. Calculated results were compared with experimental ones in hydrogen jet diffusion flames, and it was then revealed that the modified k - ϵ model represents very well flow fields with laminarization due to the existence of flames, and the model is useful for the numerical simulation of turbulent combustion fields. However, although the ordinary k - ϵ model also represented the large trend in turbulent flow fields of jet flames, the calculated and experimental results did not agree well. This was supposed to be due to the fact that the model cannot represent the foregoing laminarization in flames.

Key Words: Combustion, Turbulent Diffusion Flame, Isothermal Jet, Hot Air Jet, Molecular Viscosity, Turbulence Model, Laminarization

1. ま え が き

k - ϵ 2 方程式モデルは本来十分乱れた局所乱流レイノルズ数の大きな流れ場に対してのみ適用可能なモデルであり, したがってこのモデルを火炎による層流化現象を表現できるものとするためには, 高温低乱れ領域での乱れの挙動を表現しうるような修正を加えてやる必要がある. 第1報⁽¹⁾では, このような考えのもとに, ノズル流が層流域および乱流域にある高温空気噴流の挙動を統一的に表現しうる修正 k - ϵ モデルの作成を行った. 本報では, 先に求めたノズル流のレイノルズ数を大きく変化した水素噴流拡散火炎の実験結果⁽²⁾を用いて, 第1報で作成した修正 k - ϵ モデルの噴流火炎への適用性を調べた. また, 通常 k - ϵ モデルおよび修正 k - ϵ モデルによる計算結果を比較することによって, 噴流火炎の数値シミュレーションにおける通常 k - ϵ モデルの問題点や修正 k - ϵ モデルの効果についての検討を行った.

記 号

$C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, C_{\mu}$: k - ϵ モデルの経験定数
 C_{g1}, C_{g2} : g 方程式の経験定数
 f_2, f_{μ} : 修正 k - ϵ モデルの修正関数
 f : 混合分率
 g : 混合分率の変動の二乗平均
 k : 乱れの運動エネルギー
 R_t : 局所乱流レイノルズ数
 r : 噴流中心からの半径方向距離
 u : 主流方向の速度
 u' : 主流方向の乱れ速度
 v : 主流に直角方向の速度
 x : ノズル出口からの軸方向距離
 ϵ : k の消散速度
 ν : 動粘性係数
 ν_t : 乱流動粘性係数
 $\sigma_k, \sigma_{\epsilon}$: 乱流プラントル数
 σ_f, σ_g : 乱流シュミット数
 上添字-: 通常の時間平均
 ~: 密度荷重平均

* 平成元年12月4日 第27回燃焼シンポジウムにおいて講演, 原稿受付 平成2年3月22日.

^{*1} 正員, 韓国動力資源研究所 (現在 豊橋技術科学大学大学院).

^{*2} 正員, 豊橋技術科学大学 (〒441 豊橋市天伯町字雲雀ヶ丘1-1).

2. モデリングおよび計算方法

計算対象とした火炎は、鉛直上向きに設置された内径 6 mm のノズルから、周囲空気流に平行に噴出される、レイノルズ数 5 000, 10 000 および 15 000 の H_2-N_2 混合気(体積比 1 : 2)を燃料とした噴流拡散火炎である。実験結果は 3 章で簡略に述べられるが、より詳細なことは文献(2)を参照されたい。

基礎方程式としては、密度加重(Favre)平均で表した連続の式、主流方向の運動量およびスカラ量保存式を境界層近似して用いた。ただし、本計算におけるスカラ量は燃焼モデルとの関連から次式により定義される混合分率 f である。

$$\phi = Sm_{H_2} - m_{O_2}, S = 8 \quad (1)$$

$$f = \frac{\phi - \phi_\infty}{\phi_0 - \phi_\infty} \quad (2)$$

ここで、 m_{H_2} , m_{O_2} は水素および酸素の質量分率、 S は水素 1 kg を量論状態で燃焼させるに必要な酸素量であり、 ϕ_0 , ϕ_∞ はそれぞれ、ノズル流体および周囲空気における ϕ の値を表す。

燃焼モデルとしては、化学反応速度無限大の一段不可逆反応を仮定し、乱れによる不均質混合を考慮して火炎内局所の f の変動を確率密度関数(PDF)で表すモデルを用いた。PDF の関数形としては、Clipped Gauss 分布を用い、火炎内各点における PDF の分布は式(3)と式(4)から求められる混合分率の密度加重平均 $\bar{f}$ とその変動量の二乗平均 g から決定される⁽³⁾。計算は文献(4)と同じ方法で行った。

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{f}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{f}}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\nu + \nu_t}{\sigma_f} \frac{\partial \bar{f}}{\partial r} \right) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial g}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial g}{\partial r} = & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\nu + \nu_t}{\sigma_g} \frac{\partial g}{\partial r} \right) \\ & + C_{g1} \nu_t \left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial r} \right)^2 - C_{g2} \frac{g \varepsilon}{k} \end{aligned} \quad (4)$$

乱流モデルとしては第1報で得られた修正 $k-\varepsilon$ モデルを用いた。すなわち、式(5)、(6)から乱流運動エネルギー k とその消散速度 ε を求め、式(7)から乱流動粘性係数 ν_t を求めた。

式(6)、(7)における f_2 と f_μ は修正関数であり、第1報の高温空気噴流のモデリングで得られた式(8)、(9)である。

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial k}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial k}{\partial r} = & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right\} \\ & + \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2 - \varepsilon \end{aligned} \quad (5)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right\}$$

$$+ C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2 - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (7)$$

$$f_\mu = 1 - 0.6 \cdot \exp\{-(R_t/250)^2\} \quad (8)$$

$$f_2 = 1 - 0.05 \cdot \exp\{-(R_t/1000)^2\} \quad (9)$$

初期条件の与え方と数値計算方法も第1報と同様である。 $k-\varepsilon$ モデルにおける五つの経験定数および式(3)、(4)中の経験定数は、一般的に用いられている表1の値を使用した。

3. 結果および検討

図1(a)、2(a)に、レイノルズ数を変化させた三つの非燃焼噴流および噴流拡散火炎における中心軸上の時間平均流速 $\bar{U}$ および rms 乱れ速度 u' の実験結果を示す。 x はノズル先端からの軸方向距離、 d はノズル内径 6 mm を表す。 $\bar{U}$ は、非燃焼噴流においてはノズル直後から急激に減少するのに対し、火炎においては減少速度が遅く、下流においても高い値が保たれる。また u' については、非燃焼噴流での分布はノズル直後に鋭いピークを持ち、その後単調に減少するのに対し、火炎においては、ノズル直後の乱れが抑制され、乱れのピークが著しく下流に移動することを示しており、これらの傾向は噴出レイノルズ数を大きく上げても変わらないことがわかる。

図1(b)、(c)に、図1(a)の非燃焼噴流に対する、通常 $k-\varepsilon$ モデルおよび修正 $k-\varepsilon$ モデルによる平均流速および乱れ速度の計算結果を示し、また、 $Re = 10000$ のみに対して局所乱流レイノルズ数、 R_t の分布を併記する。ただし、平均流速における計算結果は密度加重平均の $\bar{U}$ であり、実験での非加重平均 $\bar{U}$ とは異なる。したがって、これは両者の比較の際問題となるが、本研究で用いられているような火炎においては両平均の間には大きな差はないという報告がなされている⁽⁵⁾。図1(b)、(c)によると、両モデルによる計算結果はほぼ変わりがなく、実験結果を良好に表現していることがわかり、本計算で用いた修正 $k-\varepsilon$ モデルが非燃焼乱流場の計算にはほとんど影響を与えないことがわかる。

表1 $k-\varepsilon$ モデルおよび燃焼モデルにおける経験定数

C_μ	$C_{\varepsilon 1} = C_{g1}$	$C_{\varepsilon 2} = C_{g2}$	σ_k	σ_ε	$\sigma_f = \sigma_g$
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	0.7

図2(b), (c)に, 図2(a)の噴流拡散火炎に対する, 通常 $k-\epsilon$ モデルおよび修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果を示し, また, $Re = 10\,000$ のみに対して局所乱流レイノルズ数の分布を併記する。通常 $k-\epsilon$ モデルによる計算においては, 三つの火炎ともに実験結果に比べて平均流速の減少が速く, また乱れのピーク位置も上流側に現れる。しかし, 修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算においては大きな改善が見られ, 平均流速および乱

れの分布ともに実験結果と良好に一致しており, また通常 $k-\epsilon$ モデルによる計算で得られなかった, レイノルズ数が小さくなるに従い乱れのピーク位置が下流に移動する傾向も良好に表現できることがわかる。局所乱流レイノルズ数の分布は, 非燃焼噴流(図1)においては, ノズル直後から急激に増加するのに対し, 火炎(図2)においては, 燃焼による温度上昇に起因した分子粘性の増大により, 温度のピークが現れるところま

(a) 実験結果

(a) 実験結果

(b) 通常 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果 (b) 通常 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果 (c) 修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果 (c) 修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果

図1 非燃焼噴流の中心軸上における流速および乱れ速度分布

図2 噴流拡散火炎の中心軸上における流速および乱れ速度分布

で R_t の成長が著しく抑えられ、温度のピーク付近を過ぎた下流から徐々に成長する傾向を示しており、さらにその大きさは非燃焼噴流時に比べて相当低いことがわかる。また、修正 $k-\epsilon$ モデルによる図 2 (c) においては、 f_u と f_2 関数による乱れの抑制効果によって、通常 $k-\epsilon$ モデルによる図 2 (b) よりさらに R_t の成長が抑えられていることがわかる。

図 3 (a) に、火炎内の濃度分布の一例として、 $Re = 10\,000$ の火炎に対する中心軸上での測定結果を示す。また、図 3 (a) には温度分布についてのみ三つの火炎に対する結果をも示してある。図 3 (a) 中の温度には熱放射に対する補正は行っていない。図 3 (b), (c) はこれらの実験結果に対する通常 $k-\epsilon$ モデルおよび修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果である。実験結果は、レイノルズ数を上げると、温度のピーク位置が上流側に移動し、火炎の長さや短くなることを表しているが、通常 $k-\epsilon$ モデルによる計算においては、三つの火炎ともに温度のピーク位置が同じ位置に予測されており、この現象が表現されていない。一方、修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算においては大きな改善が見られ、レイノルズ数を上げると温度のピーク位置が上流側に移動する傾向、また、レイノルズ数が低い火炎のほうが $5 < x/d < 15$ 付近での温度の最初の立上りが速い傾向などが良好に表現されていることがわかる。しかし、図 2 (c) が平均流速と乱れに対する実験結果を良好に表しているにもかかわらず、図 3 (c) の温度および濃度分布においては、定性的な対応は良いものの、実験結果に比べて温度と H_2O 濃度のピーク位置がやや下流側に予測されている。これは本計算で用いられた燃焼モデルに起因しているものと思われ、実験においては温度や H_2O 濃度のピーク位置は乱れのピークよりやや前に現れるのに対し、計算においては乱れのピーク位置よりやや下流側に予測されている。Lockwood ら⁽⁶⁾ によると、濃度の変動 g の消散速度に対する時間スケールは、乱れの時間スケールと等しくないとの報告がなされており、また Bilger ら⁽⁷⁾、Drake ら⁽⁸⁾⁽⁹⁾ によると、レイノルズ数が低い噴流火炎における高温低乱れ領域においては、水素などの分子拡散係数のオーダーは乱流拡散係数より大きくなる場合があるため、すべてのスカラ量に対して等しい拡散係数を用いることは不都合であるとの報告もなされている。したがって、燃焼モデルにおいて、 g の方程式における消散項の改良、低レイノルズ数領域を配慮した $\tilde{f}$, g 方程式の修正などに今後検討を加える必要があると考えられる。

図 4, 5 にそれぞれ、 $Re = 10\,000$ の非燃焼噴流および火炎についての $x/d = 10$ 断面における平均流速

と乱れ速度の測定結果、通常 $k-\epsilon$ モデルおよび修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果を示す。計算結果には局所乱流レイノルズ数の分布も示されている。非燃焼噴流の計算結果である図 4 (b), (c) においては、両モデルによる計算結果にほとんど変わりがなく、実験結果を良好に表現していることがわかる。図 5 (a) に示す火炎における乱れ分布の測定結果を見ると、ピークより外側のこう配が非燃焼噴流 [図 4 (a)] に比べて非常

(a) 実験結果

(b) 通常 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果 (c) 修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果

図 3 噴流拡散火炎の中心軸上における温度および濃度分布

に大きい。火炎におけるこの急激な乱れの減少は、火炎周辺部に存在する高温低乱れ領域での乱れの消散速度が非燃焼噴流に比べて著しく大きいことを示すものであると考えられる。通常 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果である図 5 (b) を見ると、上述の火炎周辺部での急激な乱れの減少が表現できておらず、時間平均速度の分布も実験結果と比べなだらかになっている。これに対して修正 $k-\epsilon$ モデルにおける計算結果を示す図 5 (c) では、高温低乱れの領域での層流化現象が考慮されているため、計算結果と実験結果の対応は大きく改善されている。乱流レイノルズ数の分布は、非燃焼噴流においては乱れの速度の分布と定性的に同じ分布を示しているが、火炎においてはその分布形状に大きな違いが見られ、温度の高い火炎周辺部において温度上昇に起因した分子粘性の増大により局所乱流レイノルズ数の著しい低下が見られる。修正 $k-\epsilon$ モデルによる

計算結果においては周辺部での値がなおいっそう小さくなっている。

一般に、乱流場においては分子拡散速度は乱流拡散速度に比べて十分小さいと考えられるため、すべての化学種の実効拡散速度はほぼ等しいとみなせる。したがって、H 原子の質量分率の分布は、乱流燃焼場におけるスカラー量の拡散の状況を示す良い指標であると考えられる。図 6 (a) は、 $Re = 10000$ の非燃焼噴流および火炎における中心軸上の水素原子の濃度分布に対する測定結果である。図 6 (a) によると、非燃焼噴流においては噴出直後に大きな乱流拡散が行われ、中心軸上の H 原子の濃度が急激に減少するが、火炎においては拡散が抑えられ、図 2 (a) の時間平均流速の分布と同様にその減衰速度が遅く、下流においても高い値が保たれる。図 6 (b), (c) は、これらの実験結果に対する、通常 $k-\epsilon$ モデルおよび修正 $k-\epsilon$ モデルによる計

図 4 非燃焼噴流の水平断面における流速および乱れ分布

図 5 噴流拡散火炎の水平断面における流速および乱れ分布

算結果である。非燃焼噴流に対する計算においては、両モデルによる計算結果にほとんど変わりがなく、実験結果と良好に一致している。火炎に対する計算においては、通常 $k-\epsilon$ モデルによる計算では実験に比べ水素原子濃度の減衰がかなり速いが、修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算は実験結果を良好に表現していることがわか

(a) 実験結果

(b) 通常 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果 (c) 修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果

図 6 非燃焼噴流および噴流拡散火炎の中心軸上における H 原子の濃度分布

(a) 実験結果

(b) 通常 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果 (c) 修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果

図 7 非燃焼噴流および噴流拡散火炎の水平断面における H 原子の濃度分布

る。

図7(a)は、図6(a)に示した $Re = 10\,000$ についての非燃焼噴流および火炎の $x/d = 10$ 断面におけるH原子の半径方向濃度分布である。図7(a)におけるH原子の濃度分布は最大値 $H_{\max}$ で無次元表示したものである。非燃焼噴流と火炎のH原子濃度分布は半径方向においても顕著な違いが見られ、火炎では噴流周辺部における半径方向への拡散が抑えられている様子が明らかである。これは図5で述べたごとく、火炎においては周辺部の乱れが層流化によって弱くなるため、図6(a)に示された、火炎においては中心軸上のH原子濃度が減衰しにくい現象はこれが原因であることがわかる。図7(b), (c)はそれらの実験結果に対する通常 $k-\epsilon$ モデルおよび修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果である。通常 $k-\epsilon$ モデルによる計算においては、非燃焼噴流と火炎での分布がほぼ同じになっており、実験と計算との対応が良くない。しかし、修正 $k-\epsilon$ モデルによる計算においては、火炎に対する実験で見られる半径方向への拡散に対する抑制現象がほぼ良好に表現されていることがわかる。

以上、高温空気噴流のモデリングで得られた修正 $k-\epsilon$ モデルを噴流拡散火炎のモデリングに適用することにより、この火炎のシミュレーション結果が大いに改善されることがわかる。

4. ま と め

火炎における流れの層流化現象を詳細に把握するためには、分子粘性が大きく、局所乱流レイノルズ数の小さい流れ場での乱れの挙動を調べる必要があり、また、この現象のモデリングには乱流レイノルズ数の、層流域から乱流域にわたる、広い範囲で使用可能な乱流モデルが必要であると考えられる。著者らは、以前、高温空気噴流での乱れの挙動を実験的に検討し、ノズル流のレイノルズ数が層流域あるいは乱流域にある高温空気噴流にはその乱れの挙動に大きな違いが認められるが、適当な乱流モデルが得られればこれら噴流の統一的なシミュレーションが可能であるとの推測を得た。そこで、もしそのような乱流モデルが得られたな

らば、そのモデルは層流化をとまなう乱流燃焼場の数値シミュレーションにも有効なものとなるとの期待のもとに、第1報では従来の $k-\epsilon$ モデルに修正を加え、高温空気噴流の実験で得られた条件の異なるすべての流れ場の挙動を表現しうる乱流モデルの作成を試みた。本報は、このようにして得られた修正 $k-\epsilon$ モデルが、噴流拡散燃焼に対する乱流モデルとしてどの程度の有効性を持っているかを検討したものである。結論を以下に記す。

(1) 第1報で求めた修正 $k-\epsilon$ モデルを用いて水素噴流拡散火炎の数値シミュレーションを行った結果、実験で得られた流れ場の状況をほぼ満足に表現することができ、モデルの有効性が実証された。

(2) 通常の $k-\epsilon$ モデルも、噴流火炎における流れ場の大きな傾向については表現する能力を持っているが、計算結果と実験結果はあまり一致しておらず、この欠陥は主としてモデルが燃焼場における層流化現象を表しえない点にあるものと推測される。

先に述べたように、火炎による層流化は噴流火炎に限らず、乱流燃焼場に固有の一般的な現象であると推測されるが、この問題に関連して、今後、本研究で得られた修正 $k-\epsilon$ モデルがより一般的な燃焼場でどのような効果を持つかを検討したいと考えている。

最後に、本研究は文部省重点領域研究(I)「燃焼機構の解明と制御に関する基礎研究」の助成金を受けて行われた。ここに謝意を表す。

文 献

- (1) 李・小沼, 機論, 56-532, B (1990).
- (2) 李・林・小沼, 機論, 56-528, B (1990), 2503.
- (3) Lockwood, F. C. and Naguib, A. S., *Combust. Flame*, 24 (1975), 109.
- (4) 古嶋・小沼, 第27回燃焼シンポジウム前刷集, (1989), 16.
- (5) 高城・ほか4名, 機論, 53-488, B (1987), 1418.
- (6) Lockwood, F. C. and Stolakis, P., *Turbulent Shear Flow*, 4 (1984), 328.
- (7) Bilger, R. W. and Dibble, R. W., *Combust. Sci. Technol.*, 28 (1982), 161.
- (8) Drake, M. C., Bilger, R. W. and Starner, S. H., *Proc. 19th Symp. (Int) Combust* (1982), 459.
- (9) Drake, M. C., ほか2名, *AIAA Paper*, 84-0544 (1984).