空間的に発達する乱流混合層の
Large Eddy Simulation*宮内 敏雄^{*1}, 笛木 学^{*2}Large Eddy Simulation of Spatially
Developing Turbulent Mixing Layer

Toshio MIYAUCHI and Manabu FUEKI

The aim of this study is to clarify the coherent vortical structure in a turbulent mixing layer and the relation between pressure fields and vortical fields. To achieve this purpose, we simulated the spatially developing turbulent mixing layer by using a large eddy simulation. From these numerical simulations, the following conclusions are obtained: 1) Two-dimensional coherent vortical structure exists in a high Reynolds number turbulent mixing layer; 2) During the development of the mixing layer, two-dimensional coherent vortical structures merge and their scales become large; 3) Pressure fields are closely related to the vortical structure, and the negative pressure field relative to the mean value corresponds to the spanwise vortical structure.

Key Words: Turbulent Flow, Turbulent Mixing, Shear Flow, Finite Difference Method, Coherent Structure, Pressure Field, Large Eddy Simulation

1. 緒 言

空間的に発達する乱流混合層中に、大規模渦構造が存在することが実験的に明らかにされており、それら大規模渦構造が混合層の発達に大きな役割を果たしていることが明らかにされている⁽¹⁾。このような大規模渦構造の与える影響を知ることは、工学上非常に重要であるが、実験的に乱流諸量を任意に設定することは困難であり、また渦度、圧力などの詳細を実験的に明らかにすることは困難であるため、数値流体力学的手法による大規模渦構造の解明が必要とされてきた。そこで本研究では乱流境界層を流入境界条件とし、空間的に発達する乱流混合層を対象として Large Eddy Simulation (LES) を用いた三次元非定常計算を行い、圧力場、渦度場を二次元、三次元的に表示することにより、乱流混合層内の大規模渦構造を解明し、その時間的発達の様子を調べるとともに、大規模渦構造における圧力場と渦度場の関係を明らかにすることを目的としている。

2. 記 号

C : 渦粘性係数中の定数
 K : 渦粘性係数
 L_{ij} : 式 (3)
 $n f_0$: じょう乱の周波数 (10 Hz から 600 Hz まで 10 Hz 間隔)
 p : 圧力
 P : 式 (6)
 r : 低速側主流速度の高速側主流速度に対する比
 Re : レイノルズ数
 S_{ij} : 変形速度テンソル
 t : 無次元時間
 Δt : 無次元差分時間間隔
 u : x 方向の速度
 u_i : 無次元速度の各成分
 $u''_{\max}$: 代表速度で無次元化した初期変動強度分布の最大値
 U_1 : 高速側主流速度 (代表速度)
 U_2 : 低速側主流速度
 v : y 方向の速度
 w : z 方向の速度
 x : 空間座標

* 原稿受付 平成 2 年 7 月 9 日。

*¹ 正員、東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。*² 学生員、東京工業大学大学院。

x_i : 無次元空間座標の各成分

y : 空間座標

$y_{0.5}$: $\bar{u} = \frac{1}{2}(U_1 + U_2)$ となる y 座標

z : 空間座標

δ_{ij} : クロネッカのデルタ

θ : 局所運動量厚さ

θ_1 : 高速側運動量厚さ(代表長さ)

θ_2 : 低速側運動量厚さ

σ : フィルタ幅

σ_{ij} : 式(4)

τ_{ij} : 式(5)

ω_x : x 方向の渦度

ω_y : y 方向の渦度

ω_z : z 方向の渦度

記号

$\langle \rangle$: 時間平均

$\bar{}$: 空間平均

$\dot{}$: 空間平均からの変動

$\ddot{}$: 時間平均からの変動

$\sim$: じょう乱の変動強度分布

$\sim$: 有次元量

3. 基礎方程式および計算方法

3.1 基礎方程式 基礎方程式は、三次元非圧縮性ナビエ・ストークス方程式および連続の式とナビエ・ストークス方程式から得られる圧力に対するポアソン方程式である。これらの方程式にフィルタ操作(トップハット形フィルタ)を施し、代表速度 U_1 (高速側主流速度)と代表長さ θ_1 (高速側初期運動量厚さ)で無次元化すると、解くべき方程式は、次のようになる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_i \bar{u}_j) - \frac{\partial}{\partial x_j} L_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{P} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial x_i \partial x_i} = -\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}(\bar{u}_i \bar{u}_j) - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} L_{ij} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \tau_{ij} + \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

$$L_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} = \overline{u'_i u'_j} + \overline{u'_i u'_j} + \overline{u'_i u'_j} \quad (4)$$

$$\tau_{ij} = -\sigma_{ij} + \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (5)$$

$$\bar{P} = \bar{p} + \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (6)$$

ここで式(2)の右辺第4項は数値誤差に対する補正項であり、 $\Delta t (=0.4)$ は無次元差分時間間隔を表している。式(3)はレナード項であるが本計算では省略した。

また、 τ_{ij} は次に示すように渦粘性仮説を用いて求め、Smagorinsky モデルを用いてモデル化を行っている。モデル定数 C としては0.15を用いた。また、計算結果に示す圧力としては式(6)を用いている。

$$\tau_{ij} = 2KS_{ij} \quad (7)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

$$K = (C\sigma)^2 (2S_{ij}S_{ij})^{1/2} \quad (9)$$

3.2 計算方法 計算の対象は図1に示すように、 x 方向、 y 方向および z 方向の計算領域の長さがそれぞれ、 $1100\theta_1$, $200\theta_1$, $57\theta_1$ の直方体の空間であり、流入境界である左端 $y-z$ 面の中心を原点とした。格子系は $x-y$ 平面において $x=0$, $y=0$ 付近に格子を集中させて不等間隔とし、 z 方向には等間隔としたスタaggered格子を用い、格子数は x 方向に200、 y 方向に80、 z 方向に20とした。空間微分項については中心差分を用い、時間前進法としてはAdams-Bashforth法を用いた。また式(2)は、ICCG法により解を求めている。流入速度分布として、 $x=0$, $y=0$ の位置に分離板の先端が存在するとし、分離板上側($y>0$)、分離板下側($y<0$)に主流速度がそれぞれ $U_1=13.5$ m/s, $U_2=8.1$ m/s、運動量厚さがそれぞれ $\theta_1=1.09$ mm, $\theta_2=1.35$ mmの乱流境界層を仮定し、さらに式(10)～(15)のようなランダムなじょう乱を加えた。

$$\bar{u}''(y, z, \hat{t}) = \sum_{n=1}^{60} \bar{u}(y) \sin[2\pi n f_0 \hat{t} + \Phi(y, z, n f_0)] \quad (10)$$

$$\bar{u}'' = \langle \bar{u} \rangle - \bar{u} \quad (11)$$

$$\bar{v}''(y, z, \hat{t}) = \sum_{n=1}^{60} \bar{v}(y) \sin[2\pi n f_0 \hat{t} + \Psi(y, z, n f_0)] \quad (12)$$

$$\bar{v}'' = \langle \bar{v} \rangle - \bar{v} \quad (13)$$

$$\bar{w}''(y, z, \hat{t}) = \sum_{n=1}^{60} \bar{w}(y) \sin[2\pi n f_0 \hat{t} + \Theta(y, z, n f_0)] \quad (14)$$

$$\bar{w}'' = \langle \bar{w} \rangle - \bar{w} \quad (15)$$

ここで、 $\langle \rangle$ は時間平均を表している。また、 $\bar{u}''$, $\bar{v}''$, $\bar{w}''$ は無相関であるため、流入乱流境界層のレイノルズ応力は零であると仮定されている。

図1 計算格子

じょう乱の変動強度分布 $\bar{u}(y)$, $\bar{v}(y)$, $\bar{w}(y)$ としては Spalart⁽²⁾ によって与えられたものを用い, x 方向速度の変動強度の最大値は主流速度の 7% とした。また, じょう乱は白色ノイズとし, 周波数が 10 Hz から 600 Hz まで 10 Hz 間隔で与え, 位相 $\phi(y, z, n f_0)$, $\psi(y, z, n f_0)$, $\theta(y, z, n f_0)$ は一様乱数を用いて y 方向, z 方向および各周波数 $n f_0$ に対してランダムに与えた。上方境界 ($y=100 \theta_1$) および下方境界 ($y=-100 \theta_1$) の境界条件としては, $\partial \bar{u} / \partial y = 0$ および $\partial \bar{P} / \partial y = 0$ とし, スパン方向には周期的境界条件を用いた。流出境界条件としては, $\bar{u}$ を領域内の 2 点の値から外挿して求め, $\bar{v}$, $\bar{w}$, $\bar{P}$ についてはこう配零の条件を与えた。さらに, 物性値としては, 0.1 MPa, 300 K の空気

の値を用いた。

4. 計算結果および考察

図 2 に無次元時間 t が 1200 から 3000 までの平均速度分布を示す。 r は低速側主流速度の高速側主流速度に対する比を, $\bar{u}_{\max}^*$ は代表速度で無次元化された初期変動強度分布の最大値を示している。実線は Oster らの実験値⁽³⁾ の平均値を示している。 $x=300 \text{ mm}$ においてわずかに伴流が観測されるが $x > 500 \text{ mm}$ において速度分布は tanh 形になっており実験結果と良い一致を示している。

図 3~5 はそれぞれ, x 方向, y 方向, z 方向の変動

図 2 平均速度分布

図 5 z 方向変動強度分布

図 3 x 方向変動強度分布

図 6 レイノルズ応力

図 4 y 方向変動強度分布

図 7 等焓面図(最大値の 15%)

強度分布を示しているが、これも実線で示された実測値と良い一致を示している。以上より本計算により乱流境界層を流入境界条件とする平面乱流混合層を精度良く予測できることがわかる。

図6にレイノルズ応力の分布を示す。計算値は実験値よりも多少小さくなっている。

次に無次元時間 $t=2000$ における $x=720$ mm から 1080 mm までの範囲の等渦度面、等圧面を図7~10

図9 等圧力面図(極小値の30%)

図8 等渦度面図(最大値の40%)

図10 等圧力面図(極小値の30%)

図11 等圧線図

図12 等渦度線図

図 13 圧力ピークの軌跡

図 8 に示すように最大値の 40% の等値面を描き横方向から見ると渦度が集中している領域が三箇所存在し、大きな構造が流れ方向に並んでいることがわかる。

図 9 は等圧面を示しておりこの領域内の極小値の 30% の圧力の等値面が示されているが、この図 9 から先の等渦度面図では明りょうでなかった二次元大規模渦構造が、流れ方向に規則正しく並んで存在していることが良く理解できる。これは圧力場は渦度場のように小さな渦をとらずに場の大局的な構造を捕えるためであると考えられる。なお圧力場で観察された大規模渦構造の位置は図 10 に示すように、図 8 で観察された渦度の集中している位置と一致している。

さらに二次元大規模渦構造を明らかにするために、計算領域全域をスパン方向に平均したものを次に示す。図 11 はスパン方向に平均された等圧線を、図 12 はスパン方向に平均された ω_z の等渦度線を各時刻に対して示したものである。ともに負の値を実線で示している。これらの図から圧力と渦度のアンサンブル平均はほぼ同じ位置に二次元大規模渦構造を示してお

り、平面乱流混合層における二次元大規模渦構造の存在が明らかである。

渦の合体の様子を詳しく調べるために圧力極小の位置を時間に対して示したものが図 13 である。横軸は流れ方向の距離、縦軸は $t=2000$ から $t=2500$ までの無次元時間を示している。この圧力の極小位置の軌跡は Roshko ら⁽¹⁾ の渦の軌跡と同様に混合層の成長は渦の合体によるものであることを示している。このように乱流混合層中において二次元大規模渦構造は合体を繰返しながらそのスケールを大きくしていることがわかる。一方、図 12 に示した等渦度線からも同様のことが言えるが、細かい変動まで捕らえてしまうために、混合初期における合体の様子は明確ではない。しかしながら渦度塊の大きさがある程度大きくなる $x > 500$ mm において明らかに、圧力において見られたのと同様の渦度塊の合体が観察される。

5. 結 論

乱流境界層を流入境界条件とした比較的レイノルズ数の高い空間的に発達する乱流混合層を対象として Large Eddy Simulation (LES) を用いた三次元計算を行い、乱流諸量、圧力場、渦度場などについて検討を行い以下の結論を得た。

(1) 高レイノルズ数の乱流混合層の中にも二次元大規模渦構造が存在している。

(2) 二次元大規模渦構造は下流に行くにしたがい合体を繰返し、そのスケールが大きくなる。

(3) 圧力と渦度は密接に関係しており、圧力の極小値はスパン方向の負の渦度に対応している。また、圧力場は渦度場のように小さな渦を捕えることはなく、圧力場は大規模な渦構造のみを捕らえる。

本研究の一部は文部省科学研究費重点領域研究(1)「LES による乱流解析技術の確立」(01613007)によって行われている。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) Brown, G. L. and Roshko, A., *J. Fluid Mech.*, **64**-4 (1974), 775.
- (2) Spalart, P. R., *J. Fluid Mech.*, **187** (1988), 61.
- (3) Oster, D. and Wygnanski, I., *J. Fluid Mech.*, **123** (1982), 91.