垂直上昇管内水流中におかれた単孔ノズルからの気泡生成機構*

日向 滋^{*1}, 桜井 正幸^{*1}
姫野 修廣^{*1}, 岩出 浩正^{*2}The Mechanism of Bubble Formation through a Submerged Nozzle
in Upward Water FlowShigeru HINATA, Masayuki SAKURAI,
Nobuhiro HIMENO and Hirotada IWADA

The theoretical study was carried out to clarify the mechanism of bubble formation through a submerged nozzle in upward water flow. On the basis of the experimental results, a model of breakup of the air column in which the surface membrane is oscillating at the top of the nozzle due to the disturbance of flow was proposed. The size of the bubble generated from a nozzle in a stream ranging from Nozzle Reynolds number 1500 to 15000 was determined by applying the theory of the instability of a jet which was first analyzed by Lord Rayleigh. The proposed model is in good agreement with the experimental results.

Key Words: Bubble, Multiphase Flow, Kelvin-Helmholtz Instability, Bubble Formation, Nozzle

1. ま え が き

垂直上昇管内水流中におかれた単孔ノズルから噴出した気体が、どのような機構で、気泡となって分裂していくかということは、基礎的な観点ばかりでなく、気液の混合装置への応用面からも非常に興味深いことである。これまで気泡の生成に関する研究は理論的、実験的に多くなされているが大部分は静止液中での気泡発生についてであり、水流の影響について検討した研究は少ない。Chuang-Goldschmidt⁽¹⁾は、ごく細いノズルから発生する気泡生成の様子をモデル化し、力の平衡を考察した。その結果、水流が球形状になった気泡を押し流すことによって、ノズル離脱周期が早まり気泡径が液流速の増加とともに急速に小さくなることを示し、実験と比較してよく一致することを明らかにした。柘植ら⁽²⁾は水平水流中にノズルを垂直においた場合について高速度写真から観察した気泡形状をもとに解析し、実験と比較しているが、12.8 cm/s と小さい場合についての実験にとどまっている。また高橋ら⁽³⁾は、気泡生成の2段階モデルに改良を加え、気泡並

流、向流および十字流にした場合について研究している。しかし液流速は40 cm/s とやはり小さい場合である。Hinata ら⁽⁴⁾はこれまでに多数の種類の単孔ノズルに対して、広範囲の空気流速、液流速についての観察実験をおこない、生成される気泡の大きさについて、4種類の領域に分け、実験式を提案した。本研究はこれらの気泡観察実験研究から得られた情報を整理し、層流および乱流気柱領域についての気泡生成機構の理論的考察をおこなったので報告する。

2. 記 号

A: 式(25)で定義

a: ノズル外半径 = $D_0/2$ C_o, C_i : 定数

D: 式(20)で定義

 D_i, D_0 : ノズル内径, ノズル外径 D_p : 円管の内径

d: 平均気泡径

E: 式(21)で定義

Fr: フルード数 = $V_0/(gD_i)^{0.5}$

f: 気泡発生周期

g: 重力の加速度

H: 波の振幅

* 原稿受付 平成2年6月25日。

^{*1} 正員, 信州大学繊維学部 (〒386 上田市常田3-15-1)。^{*2} 信州大学大学院。

- h : 波の変位
 I, K : 変形ベッセル関数
 N_{bs} : 無次元数 $= d^3 g \rho_l / (TD_i)$
 N_w : 無次元数 $= (We/Fr)(\rho_l/\rho_g)$
 n : 単位長さ当たりの波数
 P_g, P_l : 空気の圧力, 水の圧力
 Q_g, Q_l : 空気の体積流量, 水の体積流量
 R : 測定円管内半径 $= D_p/2$
 Re_l : ノズルレイノルズ数 $= \rho_l(D_0 V_l)/\mu_l$
 r : 半径方向距離
 T : 表面張力
 t : 時間
 U_g : 平均空気流速 $= Q_g/(\pi D_0^2/4)$
 U_l : 平均液流速 $= Q_l/(\pi/4)(D_p^2 - D_0^2)$
 V_g : ノズル出口平均空気流速 $= Q_g/(\pi D_i^2/4)$
 V_l : 測定管入口平均液流速 $= Q_l/(\pi D_p^2/4)$
 We : ウェーバ数 $= \rho_g D_i V_g^2 / T$
 x : ノズル先端からの鉛直距離
 β : 振幅の成長速度
 λ : 波長
 μ_l : 水の粘性係数
 ρ_g : 空気の密度
 ρ_l : 液体密度
 Φ_g, Φ_l : 気相と液相の速度のポテンシャル関数
 ω : 角振動数

3. 気泡の生成機構に関する従来の研究

図1は垂直上昇管内水流中におかれた単孔ノズルから発生する最も典型的な気泡生成の様子を示すスケッチである。条件はノズル出口での空気流速を一定にして、液流速を変化させた場合である。Aは静止液中での気泡発生で、この場合の理論的考察は古く、浮力とノズルへの付着力が支配的で、比較的空気流量の小さい領域ではそろった気泡が発生する。この領域では、気泡の大きさは

$$N_{bs} = 6 \quad \dots\dots\dots (1)$$

で表される。ただし、無次元数 N_{bs} は次式で定義される。

$$N_{bs} = d^3 g \rho_l / (TD_i) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 d は平均気泡径、 ρ_l は液体密度、 T は表面張力、 D_i はノズル内径、 g は重力の加速度である。

空気流速が増加するにしたがって、無次元数 Fr , We も関係しており、多くの液体について実験をおこなった只木ら⁽⁵⁾によって、

$$N_{bs} = 6.0 + 2.5 N_w \quad \dots\dots\dots (3)$$

が得られている。ただし無次元数 N_w は次式で定義さ

れる。

$$N_w = We \cdot Fr^{-1} (\rho_l/\rho_g) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで We は $\rho_g D_i V_g^2 / T$, Fr は $V_g / (g D_i)^{0.5}$, V_g はノズル平均空気流速を表す。垂直円管内という限定された領域における実験で Hinata ら⁽⁴⁾もこの実験式の有用性を確かめている。この領域での理論的考察は、Ramakrishnan ら⁽⁶⁾によって2段階モデルの適用が認められており、さらに高橋ら⁽²⁾によって改良されている。

わずかの液流速が加えられた場合についても、図1に示すAのような形状であるとして、Chuang-Goldschmidt⁽¹⁾, 高橋ら⁽²⁾, 柘植ら⁽³⁾は気泡成長の運動方程式から気泡の大きさを決めている。Hinata ら⁽⁴⁾は垂直円管内におかれたノズルからの気泡の生成実験を空気水系について行い、実験結果に基づいてこの領域に対して次のような実験式を提案している。

$$N_{bs} = \frac{5 + 2.5 N_w - 0.07 N_w^2}{1 + 1.4 \times 10^{-4} N_w^{-0.47} Re_l^{0.93} (D_p/D_0)^{1.56}} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここでレイノルズ数 Re_l は $\rho_l V_l D_0 / \mu_l$ であり、 V_l は測定管入口平均液流速で D_0 はノズル外径、 μ_l は水の粘性係数、 D_p は円管の内径である。

Bは層流気柱がのびて、くびれた部分からちぎれて気泡となる領域である。Cも本質的にはBとおなじでながくのびた気柱にくびれた部分を生じ、そこからちぎれて気泡となる。ただ気柱表面は流体の乱れによる細かい不規則波面が加わる乱流気柱領域である。Dは先端部がほつれた筆先状になり、先端および側面にできた細かい波状突起部がちぎれて気泡となる微細気泡噴流領域である。これらB, C, Dの領域での気泡の大きさに関する実験研究は Hinata ら⁽⁴⁾によってなされ

図1 気泡生成の様子を示すスケッチ

ており、領域 B, C について

$$N_{bs} = \frac{5 + 2.5 N_w - 0.07 N_w^2}{1 + 5 \times 10^{-9} N_w^{-0.65} Re_l^{2.5} (D_p/D_0)^{0.56}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

の実験式を得ている。

4. 気柱発生領域における気泡生成機構の 理論的考察

3章で示したようにノズルから層流および乱流気柱になってちぎれる気泡の生成の様子は、棚沢・豊田⁽⁷⁾⁽⁸⁾によって研究されたノズルからの液滴生成の場合とよく似ていることがわかる。液の微粒化の理論は1878年 Lord Rayleigh⁽⁹⁾に始まり多くの研究者によってなされてきている。Lord Rayleigh の理論では波長 $\lambda = 4.51(2a)$ のとき液流は最も切れやすいことになる。その後この理論は、粘性を考慮した Weber⁽¹⁰⁾, Tomotika⁽¹¹⁾によって発展してきている。また Squire⁽¹²⁾, Hagerty ら⁽¹³⁾, Dombrowski-Hooper⁽¹⁴⁾によって液膜分裂にも応用されている。本研究でも Kelvin-Helmholtz の安定論に沿って、管内上昇水流内のノズルから発生する気泡の生成機構の説明を試みる。

ノズル先端から形成される気柱は図1に示すようにわずかに円すい状となる。これは流れを定常非粘性流として、ベルヌーイの式と界面の条件から解くことによって明らかである。またその結果は気柱の生成には Fr 数が関係することも推察され実験もこれを支持する。しかし、本研究解析では、ノズル先端から形成される気柱は図2に示すように一様円筒気柱と仮定する。さらに粘性の影響は大きいと考えられるがこれも無視する。

液相部、気柱部の連続の式、および圧力の式は次式となる。

$$\frac{\partial^2 \Phi_l}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_l}{\partial r} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_g}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi_g}{\partial r} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{P_l}{\rho_l} = -\frac{\partial \Phi_l}{\partial t} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_l}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_l}{\partial r} \right)^2 \right\} - gx + C_l \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{P_g}{\rho_g} = -\frac{\partial \Phi_g}{\partial t} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_g}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_g}{\partial r} \right)^2 \right\} - gx + C_g \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで Φ は速度ポテンシャル、 P は圧力、 t は時間、 r は管中心からの距離を表す。添字 l, g はそれぞれ水、空気を表す。

境界条件は

$$r = R; \frac{\partial \Phi_l}{\partial r} = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$r = 0; \frac{\partial \Phi_g}{\partial r} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$r = a; \frac{\partial \Phi_l}{\partial r} = \frac{\partial h}{\partial t} + U_l \frac{\partial h}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$r = a; \frac{\partial \Phi_g}{\partial r} = \frac{\partial h}{\partial t} + U_g \frac{\partial h}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (14)$$

である。 R は測定円管内半径、 h は波の変位、 a はノズル外半径 $D_0/2$ を表す。界面の力学条件は

$$r = a; P_l - P_g = T \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - \frac{1}{a+h} \right) \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。ここで波形を

$$h = H e^{i\omega t + i n x} \quad \dots\dots\dots (16)$$

とおく、 H は波の振幅を表す。 ω は角振動数、 n は単位長さ当たりの波数を表す。

連続の式(7)を式(11)、(13)を使って解くと

$$\Phi_l = U_l X + \frac{K_1(nR)I_0(nr) + I_1(nR)K_0(nr)}{K_1(nR)I_1(na) - I_1(nR)K_1(na)} \left\{ iH \left(\frac{\omega}{n} + U_l \right) \right\} e^{i\omega t + i n x} \quad \dots\dots\dots (17)$$

となる。ここで I および K は変形ベッセル関数である。

同様に空気相についても連続の式(8)を式(12)、(14)を使って解くと

$$\Phi_g = U_g X + \frac{I_0(nr)}{I_1(na)} \left\{ iH \left(\frac{\omega}{n} + U_g \right) \right\} e^{i\omega t + i n x} \quad \dots\dots\dots (18)$$

を得る。式(17)、(18)をそれぞれ式(9)、(10)に代入し、式(15)の左辺 $P_l - P_g$ を求めると

図2 気柱からの気泡生成モデル

$$\begin{aligned}
P_i - P_g = & \left[\rho_i D H \left(\frac{\omega}{n} + U_i \right) \omega + n \rho_i U_i D H \right. \\
& \left(\frac{\omega}{n} + U_i \right) \Big] - \left[\rho_i E H \left(\frac{\omega}{n} + U_g \right) \omega \right. \\
& \left. + n \rho_g U_g E H \left(\frac{\omega}{n} + U_g \right) \right] e^{i\omega t + i n x} \\
& + \left\{ -\frac{\rho_i}{2} n^2 D^2 H^2 \left(\frac{\omega}{n} + U_i \right)^2 + \frac{\rho_i}{2} n^2 H^2 \left(\frac{\omega}{n} + U_i \right)^2 \right. \\
& \left. - \frac{\rho_g}{2} n^2 E^2 H^2 \left(\frac{\omega}{n} + U_g \right)^2 \right. \\
& \left. + \frac{\rho_g}{2} n^2 H^2 \left(\frac{\omega}{n} + U_g \right)^2 \right\} e^{2i\omega t + 2i n x} \\
& - \frac{1}{2} \rho_i U_i^2 + C_i \rho_i - \rho_i g x + \frac{1}{2} \rho_g U_g^2 \\
& - C_g \rho_g + \rho_g g x \quad \dots\dots\dots (19)
\end{aligned}$$

となる。ここで

$$D = \frac{I_0(na)K_1(nR) + I_1(nR)K_0(na)}{I_1(na)K_1(nR) - I_1(nR)K_1(na)} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$E = \frac{I_0(na)}{I_1(na)} \quad \dots\dots\dots (21)$$

である。式(15)の右辺は

$$\begin{aligned}
& T \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - \frac{1}{a+h} \right) \\
& \simeq T \left(-n^2 H e^{i\omega t + i n x} - \frac{1}{a} + \frac{H}{a^2} e^{i\omega t + i n x} \right) \\
& \quad \dots\dots\dots (22)
\end{aligned}$$

となる。式(19)と式(22)は恒等的に等しい。ここでは波になる成分に興味があり、 $e^{i\omega t + i n x}$ の項と $e^{2i\omega t + 2i n x}$ 項、があるが高次の波は省略して、 $e^{i\omega t + i n x}$ の係数が等しい条件を求めると

$$\begin{aligned}
& (\rho_i D - \rho_g E) \omega^2 + 2n(\rho_i D U_i - \rho_g E U_g) \omega \\
& + T n^3 + (\rho_i U_i^2 D - \rho_g U_g^2 E) n^2 - \frac{T}{a^2} n = 0 \\
& \quad \dots\dots\dots (23)
\end{aligned}$$

なる関係を得る。 ω について解くと

$$\omega = \frac{-n(\rho_i D U_i - \rho_g E U_g)}{\rho_i D - \rho_g E} \pm \sqrt{A} \quad \dots\dots\dots (24)$$

を得る。ここで A は

$$\begin{aligned}
A = & \frac{T}{(\rho_i D - \rho_g E) a^3} (na) \left\{ -(na)^2 \right. \\
& \left. + \frac{a \rho_g \rho_i E D (U_i - V_g)^2}{(\rho_i D - \rho_g E) T} na + 1 \right\} \quad \dots\dots\dots (25)
\end{aligned}$$

である。 $\omega = \omega_0 \pm i\beta$ とおくと、 $A < 0$ のとき $e^{i\omega t} = e^{i\omega_0 t} e^{\pm \beta t}$ となり $e^{\beta t}$ が時間とともに増大する関数で不安定である。 β は振幅の成長速度を表す。Lord Rayleigh は波が不安定となり、振幅の成長速度 β が最大になる場合の na の値をもって、液滴に分裂するとして滴径を求めている。しかし実験観察によると、気柱は一様な径の気泡では分裂せず、径についての広がりをもって分布している。このことから分裂は β が

最大となる na の値と $\beta = 0$ ($na \neq 0$) となる値の中間の振幅成長速度で生じることを示唆している。そこで本研究では、層流気柱に相当する $1500 < Re_l < 3000$ の範囲では、成長速度 β が最大となる na の値で、乱流気柱に相当する $3000 < Re_l < 15000$ の範囲では気柱膜に及ぼす外乱波の強さが大きいため、 β が最大となる波数でなくても、 $A < 0$ の条件になりさえすれば十分分裂する可能性を示しているとして、 $A = 0$ すなわち $\beta = 0$ となる na の値をもって分裂するとした。そのときのそれぞれの角振動数 ω_0 が気泡発生周期 f に対応すると考え、連続の式から

$$Q_g = \frac{\pi}{6} d^3 f = \frac{\pi}{6} d^3 \frac{\omega_0}{2\pi} \quad \dots\dots\dots (26)$$

を得る。ここで Q_g は空気の体積流量で

$$Q_g = \frac{\pi D^2}{4} V_g \quad \dots\dots\dots (27)$$

である。式(26)から平均気泡径 d を求めることができる。

5. 計算結果と実験との比較

5.1 計算結果 図3は式(25)を使って β と na について計算した結果の一例である。図3(a)は円管内半径 $R = 1$ cm, 空気流速 $V_g = 31.7$ cm/s, ノズル半径 $a = 0.139$ cm, 液流速 V_l を 2 m/s と 5 m/s にした場合である。 $\beta = 0$ となる波数 n は液流速によって大きく変化することがわかる。図3(b)は $a = 0.139$ cm, $V_g = 1.3$ cm, $V_l = 3$ m/s として R を 10 mm と 3 mm と変えた場合であるが、 β が最大となる波数 n は R に影響することを示している。式(26)を使って平均気泡径 d を計算した結果を図4に示す。 $R = 1$ cm, $U_g = 24$ cm/s として a を種々変えた場合である。本研究のモデルは気柱が形成されている場合である。これは空気-水系の流動観察によると空気流速にも影響受けるが層流気柱領域ではおよそノズルレイノルズ数 $1500 < Re_l < 3000$, 乱流気柱領域では $3000 < Re_l < 15000$ の範囲で適用される。適用範囲内での計算結果を実線で示し、適用範囲外は破線で示した。 $Re_l = 3000$ で段差があるが、実際には滑らかな曲線でむすばれるべきものである。ノズル径の増加とともに気泡径は大きくなる。各ノズル径とも液流速の増加とともに平均気泡径が小さくなっていくことがわかる。ノズル径が小さくなると、気泡径は液流速にあまり影響を受けない傾向を示している。

5.2 実験との比較 図5は円管内半径 $R = 1$ cm, $a = 0.139$ cm において、気泡径と液流速との関係を示したものである。段差のある実線は層流気柱、乱

流気柱領域での理論計算結果、一点鎖線は Hinata らの実験式(5)、(6)である。層流気柱領域の初期における実験点は、振幅の成長速度が最大となる場合として計算した理論曲線とよく一致することがわかる。液流速の増加とともに乱流気柱となるため、振幅の成長速度が小さくなり、 $\beta=0$ として計算した理論曲線に移行する。乱流気柱領域において、液流速の増加とともに理論曲線と実験との傾向が異なってくる。空気流速が大きい $V_g=31.7$ cm/s, $V_l=4$ m/s では約 20% ほど理論値のほうが高くなる。この理由として、理論の仮定において、一様な円筒気柱にしたこと、あるいは実験の整理において算術平均気泡径を採用していることなど考えられる。しかし本研究ではこの点についての深い検討はしていない。なお実験は写真から求めた約 60 個の等価気泡径について平均したもので、条件によって異なるが平均で除した無次元標準偏差は 0.03–0.65 の範囲にあった。空気流速の小さい場合には、理論は相対誤差 15% 程度で予測できる。図 6 は円管内半径、ノズル径を変えた場合の気泡径と液流速との関係を実験と比較したものである。図 6 (a) は $R=0.5$ cm, ノズル半径 $a=0.0739$ cm の場合である。図 6 (b) は $R=0.625$ cm, ノズル半径 $a=0.0154$ cm の場合である。図 6 が示すように種々条件を変えた場合でも実験値と 20% 以内の誤差で一致する。

球形気泡発生モデルの一つとしてごく細いノズルに対して検討した Chuang-Goldschmidt⁽¹⁾ の理論が参考のために Hinata ら⁽⁴⁾ のいちばん細いノズルでの実験と比較して、図 6 (b) に示してある。彼らの理論は、空気流速を 380–13 000 cm/s と変化させても図 6 に示すように低い液流速の範囲でわずかに気泡径に違いが見いだせるだけで実験結果をよく説明できない。これに対して本研究の気柱モデルは $Re_l < 1500$ の領域に

対しても空気流速の影響をよく説明できる。

6. 結 論

垂直上昇管内水流中におかれた単孔ノズルから噴出した気体がどのような機構で、気泡となって分裂していくかを実験結果をもとに理論的検討をした。その結果をまとめると次のとおりである。

(1) 気泡の分裂機構は四つに分類でき、層流および乱流気柱領域についての気泡生成機構は、Kelvin-Helmholtz の不安定理論によって説明できる。

(2) 気柱膜の不安定波数が決定されると、気泡発生周期と連続の式から平均気泡径が求められることを示した。

(3) 気柱による気泡生成モデルが種々の実験条件

図 4 平均気泡径 d と液流速 V_l の関係を示す計算結果例

図 3 振幅成長速度 β と na の関係を示す計算例

図 5 平均気泡径 d の計算結果と実験との比較

図 6 平均気泡径 d の計算結果と実験との比較

における結果と一致することを示し、この理論が気泡生成装置に使用するノズル設計に有用であることを示した。

文 献

- (1) Chuang, S. O. and Goldschmidt, V. W., Bubble Formation Due to a Submerged Capillary Tube in Quiescent and Coflowing Streams, *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, **92**-4(1970), 705.
- (2) 拓殖・野島・日比野, 流動液中におかれた単一ノズル孔より発生する気泡の大きさ, 化学工学論文集, **6**-2(1980), 136.
- (3) 高橋・宮原・千歳・寺門, 気液並流・向流・十字流における単一ノズルでの気泡形成, 化学工学論文集, **6**-6(1980), 563.
- (4) Hinata, S., Kuga, O., Sakurai, M. and Terashima, H., Bubble Formation through a Submerged Nozzle in Upward Water Flow, *Proc. Int. Conf. Multiphase Flows*, Hangzhou, China, **2**(1987), 340.
- (5) 貝木・前田, 多孔板より生ずる気泡の大きさについて, 化学工学, **27**-6(1963), 402.
- (6) Ramakrishnan, S., Kumar, R. and Kuloor, N. R., Studies in bubble Formation-I, Bubble Formation under Constant Flow Conditions, *Chem. Eng. Sci.*, **24**(1969), 731.
- (7) 棚沢・豊田, 高圧高液流の微粒化の研究, 第1報, 機論, **20**-92(1954), 299.
- (8) 棚沢・豊田, 高圧高液流の微粒化の研究, 第2報, 機論, **20**-92(1954), 306.
- (9) Lord Rayleigh (J. W. S.), On the Instability of Jets, *Proc. London Math. Soc.*, **10**(1878), 4.
- (10) Weber, C., Zum Zerfall eines Flüssigkeitsstrahles, *Z. Angew. Math. Mech.*, **11**(1931), 136.
- (11) Tomotika, S., On the Instability of a Cylindrical Thread of a Viscous Fluid, *Proc. Soc. A*, **150**(1935), 322.
- (12) Squire, H. B., Investigation of the Instability of a Moving Liquid Film, *Brit. J. Appl. Phys.*, **4**(1953), 167.
- (13) Hagerty, W. W. and Shea, J. F., A Study of the Stability of Plane Fluid Sheets, *J. Appl. Mech.*, **22**(1955), 509.
- (14) Dombrowski, N. and Hooper, P. C., The Effect of Ambient Density on Drop Formation in Sprays, *Chem. Eng. Sci.*, **17**(1962), 291.