特異点法による部分空洞翼の流れ場の基礎式とその解法*
(第7報, 三次元せん断流)伊 藤 惇^{*1}Calculation of Partially Cavitating Flow by Singularity Method
(7th Report, Wing in Spanwise Shear Flow)

Jun ITO

An analytical method for the partially cavitating wing in spanwise shear flow between two parallel plane walls is proposed. An equation of motion with respect to disturbance pressure is transformed into two problems by separation of variables. One of them is that of the spanwise direction and the other is that of the wing sectional plane. For the former, an existing analytical solution is adopted and the latter is reduced to a simultaneous integral equation with respect to singularity distributions and solved by introducing an analytical method previously proposed by the author for the noncavitating wing in spanwise shear flow. These two kinds of solutions corresponding to the individual eigenvalues are combined linearly, and the expressions for the wing and cavity characteristics are obtained. Numerical calculations are carried out to clarify the notable effects of cavity length, main stream velocity profile, and aspect ratio on the cavity and wing characteristics of the partially cavitating wing in spanwise shear flow between two parallel plane walls.

Key Words: Cavitating Wing, Shear Flow, Parallel Plane Walls, Integral Equation, Singularity Method

1. 緒 言

作動流体が液体でかつ超高速運転する流体機械の静翼や動翼には、部分空洞や超空洞が発生する。また軸流機械では静翼や動翼の両側は、ケーシングと内筒あるいはケーシングとハブになっているので、これらの翼は側壁境界層によるせん断流中に置かれている。せん断流中の三次元翼についての理論は、通常よく知られている Prandtl の揚力線理論を、一様流からせん断流へ拡張した Karman-Tsien による揚力線理論がある⁽¹⁾。これは無限流体中のものであるが、その後本田⁽²⁾は平行壁間のせん断流の揚力面理論を展開し、高度な数学的な手法の下に解析した。さらに圧縮性の影響を考慮した難波による系統的研究がある^{(3)~(6)}。著者はこの種の問題を空洞を伴う流れへ拡張するために、本田の理論⁽²⁾を大幅に簡便化した⁽⁷⁾。さらに著者はこれを西山による二次元超空洞翼理論⁽⁸⁾と融合させ、平行壁間のせん断流中にある、超空洞を伴う三次元翼の解析を行った⁽⁹⁾。

本研究の目的は、軸流機械の部分空洞を伴う羽根の

翼特性および空洞特性に及ぼす、側壁境界層に代表される主流速度分布の非一様性の影響を理論によって明らかにすることである。この目的に有力な示唆を与える基本的な重要な流れとして、文献(9)の超空洞に引き続いて、平行壁間のせん断流中にある部分空洞を伴う三次元翼の問題を取扱う。流れは非圧縮性でかつ非粘性流体とする。主流の速度分布は翼幅方向にのみ変化するものとし、翼厚および迎え角は微小じょう乱の仮定が成り立つほど十分に小さいものとする。また、理論を簡単でかつ数値計算による部分をできるだけ少なくするために、翼幅方向に空洞長さが変化しないものと仮定した。

2. 基 礎 式

2.1 運動方程式 図1に示すように、弦長 c 、迎え角 α なる三次元翼が、幅 λ の平行壁間に壁面に垂直にまたがっている。流れは翼前縁からはく離して空洞を形成し、翼背面上の任意点まで長さ l なる部分空洞の状態にあるものとする。主流は、翼幅方向に速度分布の一樣でないせん断流 $U(y)$ であり、 $x-y$ 平面に平行に x 方向に流れている。流体は非圧縮性・非粘性とし、薄翼の仮定からじょう乱速度の x, y, z 成分 u, v, w を一次の微小量として線形化すると、オイラーの

* 原稿受付 平成2年7月16日。

^{*1} 正員、秋田工業高等専門学校 (〒011 秋田市飯島文京町1-1)。

運動方程式と連続の式からじょう乱圧力 p について次の方程式が成り立つ。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{2}{U} \frac{dU}{dy} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

2・2 境界条件 無限遠では、じょう乱圧力 p は零であることから、

$$p=0 \quad (2)$$

平行壁面では、壁面に垂直な圧力こう配が零であることから、

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

翼面上、空洞のない部分では接線流れの条件より、

$$\frac{w}{U} = \frac{dz_f}{dx} \quad (4)$$

ここで z_f は翼表面の z 座標である。空洞領域では、圧力一定条件より、

$$p = \text{const.} \quad (5)$$

2・3 変数分離 以上で設定された境界値問題を解くために、運動方程式 (1) に対して次の変数分離解を予想する。ただし ρ は流体密度とする。

$$\frac{p}{\rho} = Y(y)P(x, z) \quad (6)$$

これより次の一次結合として一般解を得ることができる。

$$\frac{p}{\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} F(k_n) Y(y; k_n) P(x, z; k_n) \quad (7)$$

ここで k_n は固有値であり、 $Y(y; k_n), P(x, z; k_n), F(k_n)$ は翼幅方向と翼断面平面の基本解およびこれらの線形結合のスペクトルである。変数分離の結果 Y および P に関してそれぞれ次の微分方程式が成立する。

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} - \frac{2}{U} \frac{dU}{dy} \frac{dY}{dy} + k_n^2 Y = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - k_n^2 P = 0 \quad (9)$$

3. 流れ場の特異点表示

3・1 圧力関数 [$P(x, z; k_n)$] 式 (8) の解は、主流

図 1 セン断流中の部分空洞翼

の速度分布と側壁の境界条件 (3) によって決定されるが、本計算例では文献 (2) によった。式 (9) の解は、空洞発生のない、文献 (2) によるものを部分空洞に拡張して次のようになる。

$$\begin{aligned} P(x, z; k_n) = & \frac{1}{2\pi} \int_0^l \Gamma_1(\xi; k_n) \frac{\partial}{\partial z} K_0(r) d\xi \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_l^c \Gamma_2(\xi; k_n) \frac{\partial}{\partial z} K_0(r) d\xi + \frac{1}{2\pi} \int_0^l \Sigma_c(\xi; k_n) \\ & \times \frac{\partial}{\partial x} K_0(r) d\xi + \frac{1}{2\pi} \int_0^c \Sigma_0(\xi; k_n) \frac{\partial}{\partial x} K_0(r) d\xi \end{aligned} \quad (10)$$

ここで $r = k_n \{z^2 + (x - \xi)^2\}^{1/2}$ である。 Γ_1, Γ_2 は翼と空洞からなる空間の上下の速度差に結びつく特異点分布で、前者は空洞後端より上流側、後者は空洞後端より下流側に対応する。 Σ_c, Σ_0 は、空洞および翼の厚みに結びつく特異点分布である。また K_0 は零次の第 2 種変形ベッセル関数である。式 (10) の極限操作により圧力関数 P は、空洞後端を境にサフィックス 1, 2 を付けると、 $0 < x < l$ の範囲では、

$$\begin{aligned} P_1(x, \pm 0; k_n) = & \mp \frac{1}{2} \Gamma_1(x; k_n) \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_0^l \Sigma_c(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_0^c \Sigma_0(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi - \Delta u_n(x; k_n) \end{aligned} \quad (11)$$

また、 $l < x < c$ の範囲では、

$$\begin{aligned} P_2(x, \pm 0; k_n) = & \mp \frac{1}{2} \Gamma_2(x; k_n) \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_0^l \Sigma_c(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_0^c \Sigma_0(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi - \Delta u_n(x; k_n) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで Δu_n は、

$$\begin{aligned} \Delta u_n(x; k_n) = & \frac{1}{2\pi} k_n \int_0^l \Sigma_c(\xi; k_n) \text{sgn}(x - \xi) \\ & \times R_1(k_n | x - \xi) d\xi + \frac{1}{2\pi} k_n \\ & \times \int_0^c \Sigma_0(\xi; k_n) \text{sgn}(x - \xi) \\ & \times R_1(k_n | x - \xi) d\xi \end{aligned} \quad (13)$$

また、 R_1 は

$$R_1(z) = K_1(z) - \frac{1}{z} \quad (14)$$

式 (14) における K_1 は一次の第 2 種変形ベッセル関数である。

3・2 じょう乱速度 [$w_n(x, z; k_n)$] 運動方程式の z 成分から次式が成り立つ。

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho U \frac{\partial w}{\partial x} \quad (15)$$

第 n 番めの固有値 k_n に対応する無次元じょう乱速度

w_n を次式で定義する.

$$w(x, z; k_n) = \frac{1}{U(y)} \sum_{n=1}^{\infty} F(k_n) Y(y; k_n) w_n(x, z; k_n) \quad \dots\dots\dots (16)$$

式(7), (15), (16)から,

$$w_n(x, z; k_n) = - \int_{-\infty}^x \frac{\partial}{\partial z} P(x, z; k_n) dx \quad \dots\dots\dots (17)$$

式(17)に式(10)を代入して計算すると, $0 < x < l$ の範囲に対しては,

$$\begin{aligned} w_{n1}(x, \pm 0; k_n) = & - \frac{1}{2\pi} \int_0^l \Gamma_1(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_l^c \Gamma_2(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi \pm \frac{1}{2} \Sigma_c(x; k_n) \\ & \pm \frac{1}{2} \Sigma_0(x; k_n) + \Delta w_n(x; k_n) \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$l < x < c$ の範囲に対しては,

$$\begin{aligned} w_{n2}(x, \pm 0; k_n) = & - \frac{1}{2\pi} \int_0^l \Gamma_1(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_l^c \Gamma_2(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi \pm \frac{1}{2} \Sigma_0(x; k_n) \\ & + \Delta w_n(x; k_n) \quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ここで Δw_n は,

$$\begin{aligned} \Delta w_n(x; k_n) = & - \frac{1}{4} k_n \int_0^l \Gamma_1(x; k_n) dx \\ & - \frac{1}{2\pi} k_n \int_0^l \Gamma_1(\xi; k_n) \operatorname{sgn}(x - \xi) \{ R_1(k_n | x - \xi) \\ & + \int_0^{k_n | x - \xi} K_0(t) dt \} d\xi - \frac{1}{4} k_n \int_l^c \Gamma_2(x; k_n) dx \\ & - \frac{1}{2\pi} k_n \int_l^c \Gamma_2(\xi; k_n) \operatorname{sgn}(x - \xi) \{ R_1(k_n | x - \xi) \\ & + \int_0^{k_n | x - \xi} K_0(t) dt \} d\xi \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

3.3 積分方程式 式(4)に式(16)を代入すると, 翼面上空洞のない部分での接線流れの条件として次式が得られる.

$$\frac{dz_l}{dx} = \frac{1}{U(y)} \sum_{n=1}^{\infty} F(k_n) Y(y; k_n) w_n(x, z; k_n) \quad (21)$$

式(21)において, $0 < x < l, l < x < c$ の範囲にそれぞれサフィックス 1, 2 を付けて次のように置く.

$$\frac{d}{dx} z_l(x) = w_{n1}(x, -0; k_n) \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\frac{d}{dx} z_s(x) = w_{n2}(x, 0; k_n) \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここで z_l, z_s は翼下面, 反り線の z 座標である. 式(22)に式(18)を代入することにより, 次式が成立する.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} z_l(x) = & - \frac{1}{2\pi} \int_0^l \Gamma_1(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_l^c \Gamma_2(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi - \frac{1}{2} \Sigma_c(x; k_n) \\ & - \frac{1}{2} \Sigma_0(x; k_n) + \Delta w_n(x; k_n) \quad \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

式(23)に式(19)を代入することにより, 次式が成立する.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} z_s(x) = & - \frac{1}{2\pi} \int_0^l \Gamma_1(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi \\ & - \frac{1}{2\pi} \int_l^c \Gamma_2(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi + \Delta w_n(x; k_n) \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

式(5)に式(7)を代入することにより, 空洞部分の圧力一定条件より次式が成立する.

$$\sum_{n=1}^{\infty} F(k_n) Y(y; k_n) P(x, z; k_n) = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (26)$$

式(26)では次のように置く.

$$P_l(x, +0; k_n) = - \frac{1}{2} \sigma_n(k_n) \quad \dots\dots\dots (27)$$

式(27)に式(11)を代入すると,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sigma_n(k_n) = & \frac{1}{2} \Gamma_1(x; k_n) + \frac{1}{2\pi} \int_0^l \Sigma_c(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_l^c \Sigma_0(\xi; k_n) \frac{1}{x - \xi} d\xi + \Delta u_n(x; k_n) \quad (28) \end{aligned}$$

式(24), (25), (28)は $\Gamma_1, \Gamma_2, \Sigma_c$ を未知関数とする三元連立積分方程式で, 翼断面平面の基礎方程式である. また Σ_0 は翼厚分布を y_0 とすると, $\Sigma_0 = dy_0/dx$ より決定される.

4. 解 法

4.1 級数表示 連立積分方程式(24), (25), (28)を解くために未知関数 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Sigma_c$ を次のように級数に展開する.

$$\begin{aligned} \Gamma_1(x; k_n) = & A_{-1}(k_n) + A_0(k_n) \sqrt{\frac{1 - \sin(\phi/2)}{\sin(\phi/2)}} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} A_m(k_n) \sin m\phi, x = \frac{l}{2} (1 - \cos \phi) \quad \dots (29) \\ \Gamma_2(x; k_n) = & B_{-1}(k_n) \frac{1 - \cos \epsilon}{2} + B_0(k_n) \cot \frac{\epsilon}{2} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} B_m(k_n) \sin m\epsilon, x = \frac{c-l}{2} (1 - \cos \epsilon) + l \quad \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma_c(x; k_n) = & C_{-1}(k_n) \sqrt{\frac{1 - \cos(\theta/2)}{\cos(\theta/2)}} + C_0(k_n) \cot \frac{\theta}{2} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} C_m(k_n) \sin m\theta, x = \frac{l}{2} (1 + \cos \theta) \quad \dots\dots (31) \end{aligned}$$

4.2 標点位置と標点数 標点位置の座標 x_i は式(28), (24), (25)に対してそれぞれ次の式によった.

$$\begin{aligned} x_i = & \frac{l}{2} \left[1 - \cos \left\{ \frac{\pi}{2L} (2i-1) \right\} \right], (i=1, 2 \dots L) \quad (32) \\ x_i = & \frac{l}{2} \left[1 - \cos \left\{ \frac{\pi}{2M} (2i-1) \right\} \right], (i=1, 2 \dots M) \quad \dots\dots\dots (33) \\ x_i = & \frac{c-l}{2} \left[1 - \cos \left\{ \pi - \frac{\pi}{2N} (2i-1) \right\} \right] + l, \end{aligned}$$

$$(i=1,2 \cdots N) \cdots \cdots (34)$$

標点数は $L=6, M=3, N=4$ とする。

連立積分方程式 (24), (25), (28) の未知関数 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Sigma_c$ に、級数 (29)~(31) を代入し、さらに式 (32)~(34) の標点を設定することにより、級数の係数を未知数とする 13 の数の連立方程式が誘導される。空洞後端における流れモデルとして文献 (10) の次式

$$\frac{1}{2} C_{-1}(k_n) + C_0(k_n) + \frac{1}{2} C_1(k_n) = \frac{15}{\pi} \alpha^2 \cdots \cdots (35)$$

を連立にして加えると、結局 14 元の連立一次代数方程式が得られる。未知数は $A_{-1} A_0 A_1 A_2 B_{-1} B_0 B_1 B_2 C_{-1} C_0 C_1 C_2 C_3 \sigma_n$ の 14 個である。

4・3 主流の速度分布と関数 $Y(y; k_n)^{(2)}$ 主流の速度分布が $y=1/2\lambda$ を対象に側壁の境界層流れに近い次式で与えられるものとする。

$$U(y) = U_0 + \frac{U_1 - U_0}{y_e} y \quad (0 < y < y_e) \cdots \cdots (36)$$

$$U(y) = U_1 = \text{const.} \quad \left(y_e < y < \frac{1}{2} \lambda \right) \cdots \cdots (37)$$

式 (8) の解は次のようになる。

$$Y(y; k_n) = \frac{1}{D_0} \left\{ U(y) \cos(k_n y) - \frac{U_1 - U_0}{k_n y_e} \sin(k_n y) \right\} \quad (0 < y < y_e) \cdots \cdots (38)$$

$$Y(y; k_n) = \frac{1}{D_1} U_1 \cos \left\{ k_n \left(\frac{1}{2} \lambda - y \right) \right\} \times \left(y_e < y < \frac{1}{2} \lambda \right) \cdots \cdots (39)$$

式 (7) における $F(k_n)$ は次のようになる。

$$\frac{F(k_n)}{U_1} = - \frac{2}{D_0} \frac{U_1 - U_0}{U_1} \frac{1}{k_n^* \eta_e} \{ 1 - \cos(k_n^* \eta_e) \} \cdots \cdots (40)$$

ここで $\eta_e = 2y_e/\lambda, k_n^* = k_n \lambda/2$ である。

k_n, D_0, D_1 は次の 3 式から得られる。

$$\sin k_n^* = \frac{U_1 - U_0}{U_1} \frac{1}{k_n^* \eta_e} \sin(k_n^* \eta_e) \sin\{k_n^*(1 - \eta_e)\} \cdots \cdots (41)$$

$$\frac{D_0}{D_1} = \cos k_n^* - \frac{U_1 - U_0}{U_1} \frac{1}{k_n^* \eta_e} \sin(k_n^* \eta_e) \times \cos\{k_n^*(1 - \eta_e)\} \cdots \cdots (42)$$

$$2D_0^2 = \eta_e + \left(\frac{D_0}{D_1} \right)^2 (1 - \eta_e) - \frac{1}{2k_n^*} \left[\sin(2k_n^* \eta_e) + \left(\frac{D_0}{D_1} \right)^2 \sin(2k_n^*(1 - \eta_e)) \right] - \frac{U_1 - U_0}{U_1} \frac{1}{k_n^* \eta_e} \times \{ 1 - \cos(2k_n^* \eta_e) \} \cdots \cdots (43)$$

5. 翼特性および空洞特性

5・1 翼幅方向揚力係数分布 翼幅方向揚力分布は、翼上下の圧力差を翼弦方向に積分して得られるの

で次のようになる。

$$l(y) = \int_0^c \{ p(x, y, -0) - p(x, y, +0) \} dx \cdots \cdots (44)$$

局所揚力係数を次のように定義する。

$$C_l(y) = \frac{2l(y)}{\rho U(y)^2} \cdots \cdots (45)$$

式 (7), (44), (45) より翼幅方向揚力係数分布は次のようになる。

$$C_l(y) = \frac{\pi}{U(y)^2} \sum_{n=1}^{\infty} F(k_n) Y(y; k_n) \left[\frac{l}{c} \left\{ \frac{2}{\pi} A_{-1}(k_n) + \frac{1}{2} A_0(k_n) + \frac{1}{2} A_1(k_n) \right\} + \frac{c-l}{c} \left\{ \frac{1}{\pi} B_{-1}(k_n) + B_0(k_n) + \frac{1}{2} B_1(k_n) \right\} \right] \cdots \cdots (46)$$

5・2 翼弦方向圧力係数分布 圧力係数を次式によって定義する。

$$C_p = \frac{2p}{\rho U(y)^2} \cdots \cdots (47)$$

よって式 (7), (11), (12) より翼弦方向圧力係数分布は、 $0 < x < l, l < x < c$ の範囲でそれぞれで次のようになる。

$$C_{p1}(x, \pm 0) = \frac{2}{U(y)^2} \sum_{n=1}^{\infty} F(k_n) Y(y; k_n) \times P_1(x, \pm 0; k_n) \cdots \cdots (48)$$

$$C_{p2}(x, \pm 0) = \frac{2}{U(y)^2} \sum_{n=1}^{\infty} F(k_n) Y(y; k_n) \times P_2(x, \pm 0; k_n) \cdots \cdots (49)$$

5・3 全揚力係数と誘導抗力係数 全揚力は翼上下の圧力差を翼幅方向と翼弦方向に二重積分することにより得られる。

$$L = \int_0^l \int_0^c \{ p(x, y, -0) - p(x, y, +0) \} dx dy \cdots (50)$$

全揚力係数を次のように定義する。

$$C_L = \frac{2L}{c \rho \int_0^l U(y)^2 dy} \cdots \cdots (51)$$

式 (7), (50), (51) より全揚力係数は次のようになる。

$$C_L = \frac{\rho \lambda \sum_{n=1}^{\infty} F(k_n)^2 \left[\frac{\pi}{2} l \left\{ \frac{2}{\pi} A_{-1}(k_n) + \frac{1}{2} A_0(k_n) + \frac{1}{2} A_1(k_n) \right\} + \frac{1}{2} \rho \left\{ \frac{2}{3} y_e (U_0^2 + U_1^2 + U_0 U_1) + \frac{\pi}{2} (c-l) \left\{ \frac{1}{\pi} B_{-1}(k_n) + B_0(k_n) + \frac{1}{2} B_1(k_n) \right\} + U_1^2 (\lambda - 2y_e) \right\} \right]}{c \rho \int_0^l U(y)^2 dy} \cdots \cdots (52)$$

また誘導抗力係数は、

$$C_D =$$

$$\frac{1}{4} \rho \lambda \sum_{n=1}^{\infty} k_n F(k_n)^2 \left[\frac{\pi}{2} l \left\{ \frac{2}{\pi} A_{-1}(k_n) + \frac{1}{2} A_0(k_n) + \frac{1}{2} A_1(k_n) \right\} \right. \\ \left. + \frac{\pi}{2} (c-l) \left\{ \frac{1}{\pi} B_{-1}(k_n) + B_0(k_n) + \frac{1}{2} B_1(k_n) \right\} \right. \\ \left. + U_0^2 (\lambda - 2y_e) \right] \\ \dots\dots\dots (53)$$

図2 翼幅方向揚力係数分布(空洞長さの影響)

図3 翼幅方向揚力係数分布(主流速度分布の影響)

図4 翼幅方向揚力係数分布(アスペクト比の影響)

5.4 空洞厚さ分布とキャビテーション係数分布

空洞厚さ分布は特異点分布 Σ_c を積分することにより次のようになる。

$$y_a = \frac{1}{U(y)} \sum_{n=1}^{\infty} F(k_n) Y(y; k_n) \left[C_{-1}(k_n) l \left\{ \frac{\pi}{4} - \left(\frac{1}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \right) \sqrt{\cos \frac{\theta}{2} (1 - \cos \frac{\theta}{2})} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} \arctan \left(\sqrt{\frac{1 - \cos \theta/2}{\cos \theta/2}} \right) \right\} \right. \\ \left. + C_0(k_n) l \left\{ -\frac{1}{2} \sin \theta - \arcsin \left(\cos \frac{\theta}{2} \right) \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{4} C_1(k_n) l \left(\pi + \frac{1}{2} \sin 2\theta - \theta \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{4} l \sum_{m=2}^{\infty} C_m(k_n) \left\{ \frac{\sin(m+1)\theta}{m+1} - \frac{\sin(m-1)\theta}{m-1} \right\} \right] \dots\dots\dots (54)$$

式(7), (27)よりキャビテーション係数分布は次のようになる。

$$\sigma(y) = \frac{1}{U(y)^2} \sum_{n=1}^{\infty} F(k_n) Y(y; k_n) \sigma_n(k_n) \dots\dots (55)$$

図5 全揚力係数と誘導抗力係数(空洞長さの影響)

図6 全揚力係数と誘導抗力係数(主流速度分布の影響)

6. 計算例

具体的な計算例は、く形平板翼で、迎え角は 4° とする。主流速度分布は式(36), (37)で与えられるものとするが、 $U_0/U_1=0.5$ と固定し、 η_e によって主流速度分布を変化させる。全体としては、翼および空洞特性に及ぼす、空洞長さ、主流速度分布、アスペクト比の

影響を明らかにしてある。

図2～4は、翼幅方向揚力係数分布を示す。側壁側では、空洞が長いほど、主流速度分布パラメータ η_e およびアスペクト比が小さいほど大きな値を示す。中心側では空洞長さおよびアスペクト比が大きいほど、また主流速度分布パラメータが小さいほど大きな値を示す。

図7 翼弦方向圧力係数分布(空洞長さの影響)

図10 翼弦方向空洞厚さ分布(空洞長さの影響)

図8 翼弦方向圧力係数分布(主流速度分布の影響)

図11 翼弦方向空洞厚さ分布(主流速度分布の影響)

図9 翼弦方向圧力係数分布(アスペクト比の影響)

図12 翼弦方向空洞厚さ分布(アスペクト比の影響)

図5, 6は, 全揚力係数および誘導抗力係数とアスペクト比の逆数との関係を示す。空洞長さが大きくなるほど, 全揚力係数は大きくなり, 誘導抗力係数を全揚力係数の二乗で割った値は小さくなる。これとは逆に主流速度分布パラメータが小さいほど全揚力係数は小さくなり, 誘導抗力係数を全揚力係数の二乗で割った値は大きくなる。

図13 キャビテーション係数分布(空洞長さの影響)

図7~9は, 翼弦方向圧力係数分布を示している。顕著な特徴は認められないが, 翼正面側圧力の x 方向こう配は, 空洞長さ, 主流速度分布パラメータが大きいほど, またアスペクト比が小さいほど大きな値となっている。

図10~12は, 翼弦方向空洞厚さ分布を示す。空洞が長いほど, また主流速度分布パラメータおよびアスペクト比が小さいほど空洞厚さは大きくなる。

図16 翼幅方向空洞内圧力分布(空洞長さの影響)

図14 キャビテーション係数分布(主流速度分布の影響)

図17 翼幅方向空洞内圧力分布(主流速度分布の影響)

図15 キャビテーション係数分布(アスペクト比の影響)

図18 翼幅方向空洞内圧力分布(アスペクト比の影響)

図13~15は、翼幅方向キャピテーション係数分布を示している。空洞長さおよび主流速度分布パラメータが小さいほど小さい値を示す。アスペクト比の影響については、側壁側と中心側では逆の傾向を示す。

図16~18は、空洞内圧力の翼幅方向分布を示している。これは空洞長さを翼幅方向一定と仮定したことへの適否を検討する意味を持つものと考えられる。空洞が短いほど、またアスペクト比が大きいほど、空洞内圧力の翼幅方向変化は大きい。したがって空洞が長いほど、またアスペクト比が小さいほど、翼幅方向に空洞長さが一定であると仮定したことがより適当であることを示している。

7. 結 言

平行壁間のせん断流中にある三次元部分空洞翼の流

れについて、特異点法による理論的解析手法を示した。数値計算を通して、翼幅方向揚力係数分布、全揚力係数、誘導抗力係数、翼弦方向圧力係数分布および空洞厚さ分布に及ぼす空洞長さ、主流速度分布およびアスペクト比の影響を明らかにした。

文 献

- (1) von Karman, Th. and Tsien, H. S., *Q. Appl. Math.*, 3-1(1945), 1.
- (2) Honda M., *Proc. R. Soc. Ser. A*, 254(1960), 372.
- (3) 難波・浅沼, 機論, 31-228(1965), 1236.
- (4) 難波・浅沼, 機論, 33-248(1967), 577.
- (5) Namba, M., *J. Fluid Mech.*, 36(1969), 735.
- (6) Namba, M., *J. Fluid Mech.*, 36(1969), 759.
- (7) 伊藤・佐藤・高橋, 機論, 56-522, B(1990), 295.
- (8) 西山, 機論, 35-278(1969), 2071.
- (9) 伊藤, 機論, 56-530, B (1990), 2871.
- (10) 西山・伊藤, 機論, 47-420, B (1981), 1433.