自然対流が支配的な流れに対する数値解法*

富山 明 男^{*1}, 市川 善 朗^{*2},
森岡 宏 次^{*3}, 坂口 忠 司^{*1}

A Numerical Method for Solving Natural-Convection Dominating Flows

Akio TOMIYAMA, Yoshirou ICHIKAWA,
Kohji MORIOKA and Tadashi SAKAGUCHI

A numerical solution method for flows dominated mainly by natural convection is proposed in this study. This method takes into account the dependence of fluid density on its temperature. Although the calculation of the velocity and the pressure fields is separated from that of the temperature field, this method is devised so as to yield a similar solution to one obtained by solving the three fields simultaneously. In order to examine the usefulness of this method, comparisons between a method based on Boussinesq approximation and this method were carried out for natural convection of water in a confined region. These comparisons made it clear that this method gives better results than the other when the temperature variation in a space is large or the dependence of the density on the temperature is nonlinear. Rapid-transient natural convection was also analyzed with the present method and Sha et al.'s method. It was confirmed that there was a difference between the solutions of the two methods.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Finite Difference Method, Natural Convection, Boussinesq Approximation

1. 緒 言

強制対流に比べ自然対流が支配的な流れは、コンピュータなどの電子機器の除熱、室内などの空調、高速増殖炉の崩壊熱除去など広範囲の工業機器の設計上の問題に関連している。このため、この流れを精度良くかつ効率的に予測する手法の確立は重要な技術課題の一つとなっている⁽¹⁾⁽²⁾。

本研究では、自然対流の駆動力の原因となる密度の温度依存性を考慮し、かつブジネ近似の基礎方程式を用いる場合と同様に速度場と圧力場の計算を温度場の計算と分離して計算できる一解法を提示する。また、本手法と既存の手法を、二次元閉空間内の水の自然対流問題、および水平上向加熱平板上の気体の自然対流問題を例題として、比較検討した結果を示す。

2. 従来の研究と本研究の目的

自然対流の駆動力は、空間内における流体の密度の非一様性によって生じる。一般に、密度 ρ は状態方程

式によって温度と圧力の関数として表される。したがって、数値的にこの流れを予測する場合、質量、運動量、エネルギーの各保存式と流体の状態方程式からなる圧縮性流れの基礎式を解く必要がある。この基礎式は双曲形の偏微分方程式であり、状態量の微小変動が音速 a で伝ばする特性を持つ。このため、通常の陽解法で解くと時間刻み幅 Δt が以下の CFL (Courant-Friedrichs-Levy) 条件⁽³⁾、

$$\Delta t \leq \Delta x / (U + a) \dots\dots\dots (1)$$

で制約される。ここで、 U は最大流速、 Δx は空間刻み幅である。普通、音速は流速に比べてかなり大きいいため、小さな Δt でしか数値的安定性を確保できず、多大な計算時間を要するという問題が生じる。

この制約を解除する方法として、現在までに、以下の3種の方法が提案されている。

- (1) 陰解法によって Δt の制約を緩和する方法⁽⁴⁾⁽⁵⁾
- (2) 基礎式をブジネ近似により簡略化する方法⁽⁶⁾
- (3) 質量保存式の密度を陽に取扱う方法⁽⁷⁾

ICE 法⁽⁴⁾ や SIMPLE 法⁽⁵⁾ に代表される (1) の方法では、線形安定性解析⁽³⁾ によって、CFL 条件で定まる Δt よりも大きな Δt を使用できることが保証されている。たとえば、よく使用されている半陰解法の場合、

* 平成元年 10 月 15 日 第 67 期全国大会講演会において講演、原稿受付 平成 2 年 8 月 10 日。

^{*1} 正員、神戸大学工学部 (〒657 神戸市灘区六甲台町 1-1)。

^{*2} 学生員、神戸大学大学院。

^{*3} 正員、(株)大気社 (〒573 枚方市伊加賀緑町 3-24)。

以下に示す Courant 条件⁽³⁾,

$$\Delta t \leq \Delta x / U \quad \cdots \cdots (2)$$

を守れば安定性は保証される。しかし、既報⁽⁸⁾で示したように、基礎式の離散化によって得られる連立非線形代数方程式を解くための反復計算は、CFL 条件をわずかに超える程度の大きさの Δt でしか収束しないことが多い。このため、実際には、計算効率は陽解法に比べてあまり改善されない。最も使用される頻度が高い(2)の方法では、密度の温度依存性が体積力に關してのみ考慮されている⁽⁶⁾。このため、基礎式が非圧縮性流れの式となり、陽解法でも Courant 条件を守れば安定性が保証されるという利点がある。しかし、流体温度の時間的变化、あるいは空間的温度差が大きい場合には適用できないという問題がある。また、体積力を評価する際に必要となる基準温度(参照温度)を定める指針がないという問題もある。一方、Sha ら⁽⁷⁾が提示した(3)の方法では、既知量である時刻 $n\Delta t$ (n は自然数)における解から時刻 $(n+1)\Delta t$ における解を求める際に、質量保存式、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \mathbf{v} = 0 \quad (\mathbf{v} \text{ は流速ベクトル}) \quad \cdots (3)$$

の各項を評価する時刻を、

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)^n + \text{div } \rho^n \mathbf{v}^{n+1} = 0 \quad \cdots \cdots (4)$$

としている。上式には新しい時刻における密度が含まれていないため、上式と運動量保存式から時刻 $n+1$ における速度と圧力を求めることができる。したがって、計算方法は非圧縮性流れの解法と同じになる。また、温度による密度変化を考慮しているので、空間内の温度差が大きい場合でも適用できるという長所がある。ただし、エネルギー保存式が質量、運動量保存式と完全に分離されているため、時刻 $n+1$ における速度と圧力には、時刻 $n+1$ における温度が全く反映されていない。

そこで本研究では、時刻 $n+1$ における速度、圧力の計算において、時刻 $n+1$ における温度が反映されるように(3)の方法を改良した解法を提示する。

3. 密度の温度依存性を考慮した解法

Sha らの方法ではオイラー座標系における保存式が使用されているが、本手法では、速度場と圧力場の計算を温度場の計算と分離し、かつ三つの場を連立して解いた場合と同様な解を得られるようにするために、質量保存式およびエネルギー保存式としてラグランジュ座標系における式を利用する。すなわち、密度の温度依存性を考慮した以下の4式を基に解法を構成

する。

質量保存式：

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \text{div } \mathbf{v} = 0 \quad \cdots \cdots (5)$$

運動量保存式：

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \text{grad } \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \mathbf{g} - \frac{1}{\rho} \text{div } \boldsymbol{\tau} \quad \cdots \cdots (6)$$

エネルギー保存式：

$$\frac{D\theta}{Dt} = \frac{1}{\rho c_p} \text{div}(-\lambda \text{grad } \theta) \quad \cdots \cdots (7)$$

状態方程式：

$$\rho = \rho[\theta] \quad \cdots \cdots (8)$$

ただし、エネルギー保存式において、分子粘性によるエネルギー消散を微小と仮定し、無視している。また、 p は圧力、 $\boldsymbol{\tau}$ は粘性応力テンソル、 $\mathbf{g}$ は重力の加速度ベクトル、 θ は温度、 c_p は定圧比熱、 λ は熱伝導率を、 D/Dt は以下のラグランジュ微分を意味する。

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \text{grad} \quad \cdots \cdots (9)$$

式(6)、(9)における対流項は、便宜上、非保存形で表示されているが、計算上は保存形であってもよい。

まず、非圧縮性流れの数値解法と同様に $(\mathbf{v}, p)$ と θ を分離して計算できるようにするために、密度の温度依存性を考慮して質量保存式(5)を変形する。式(8)より密度の変分に関して、

$$\delta \rho = \frac{d\rho}{d\theta} \delta \theta \quad \cdots \cdots (10)$$

が成り立つので、密度のラグランジュ微分は、

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{d\rho}{d\theta} \cdot \frac{D\theta}{Dt} \quad \cdots \cdots (11)$$

と書ける。式(5)、(11)より次式が得られる。

$$\text{div } \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{d\theta} \cdot \frac{D\theta}{Dt} \quad \cdots \cdots (12)$$

本手法では、式(12)を質量保存式として使用する。

次に、基礎式(12)、(6)、(7)の各項を評価する時刻を、以下のように定める。

$$\text{div } \mathbf{v}^{n+1} = -\frac{1}{\rho^n} \left(\frac{d\rho}{d\theta} \right)^n \left(\frac{D\theta}{Dt} \right)^{n+1} \quad \cdots \cdots (13)$$

$$\frac{\mathbf{v}^{n+1} - \mathbf{v}^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^n} \text{grad } p^{n+1} + \mathbf{g} - \frac{1}{\rho^n} \text{div } \boldsymbol{\tau}^n - \mathbf{v}^n \text{grad } \mathbf{v}^n \quad \cdots \cdots (14)$$

$$\left(\frac{D\theta}{Dt} \right)^{n+1} = \frac{1}{\rho^n c_p^n} \text{div}(-\lambda^n \text{grad } \theta^n) \quad \cdots \cdots (15)$$

さらに、 $(D\theta/Dt)^{n+1}$ をオイラー座標系で表し、時間に関して以下のように離散化した式を利用する。

$$\left(\frac{D\theta}{Dt} \right)^{n+1} = \frac{\theta^{n+1} - \theta^n}{\Delta t} + \mathbf{v}^{n+1} \text{grad } \theta^n \quad \cdots \cdots (16)$$

式(15)より、時刻 n の値から $(D\theta/Dt)^{n+1}$ の値が求

められるので、式(13)の右辺の値は既知量となる。したがって、式(13)、(14)より v^{n+1}, p^{n+1} を求めた後に、得られた v^{n+1} を用いて式(16)から θ^{n+1} を求めるという非圧縮性流れの数値計算と同じ手順で解が得られる。一方、式(13)で使用する $D\theta/Dt$ には時刻 $n+1$ の値を用いているので、式(13)、(14)を解いて得られる v^{n+1}, p^{n+1} には θ^{n+1} が考慮されている。したがって、数値解法上では (v, p) と θ の計算が分離されているが、得られる解は v, p, θ を同時に解いたものに等しくなっている。これが本手法の特徴である。定常解のみを求めるならば、Sha らの方法と得られる結果に相違はないが、急激な燃焼を含む問題のように温度変動が急激な問題に対しては、本手法のほうが温度変動に対する追従性が良いと考えられる。

式(13)、(14)から v^{n+1}, p^{n+1} を求める方法としては、種々の非圧縮性流れの数値解法が使用できる。ここでは、一例として SMAC 法⁽⁹⁾に基づく計算手順を示しておく。説明の便宜上、式(14)を以下のように略記する。

$$v^{n+1} = -\frac{\Delta t}{\rho^n} \text{grad } p^{n+1} + f^n \quad \dots\dots\dots (17)$$

流速 v^{n+1} が質量保存式(13)を満たすように、圧力 p^n を δp だけ補正して p^{n+1} を求める。すなわち、

$$p^{n+1} = p^n + \delta p \quad \dots\dots\dots (18)$$

と考える。式(17)の圧力に p^n を代入して得られる速度の推定値を $\bar{v}$ とする。

$$\bar{v} = -\frac{\Delta t}{\rho^n} \text{grad } p^n + f^n \quad \dots\dots\dots (19)$$

この $\bar{v}$ を δv により δv だけ補正して v^{n+1} を求める。

$$v^{n+1} = \bar{v} + \delta v \quad \dots\dots\dots (20)$$

式(17)～(20)より補正量に関する次式が得られる。

$$\delta v = -\frac{\Delta t}{\rho^n} \text{grad } \delta p \quad \dots\dots\dots (21)$$

式(13)に式(20)、(21)を代入して整理すると、以下に示す圧力補正量に関する Poisson 方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \text{div} \left(\frac{1}{\rho^n} \text{grad } \delta p \right) \\ = \frac{1}{\Delta t} \left\{ \text{div } \bar{v} + \frac{1}{\rho^n} \left(\frac{d\rho}{d\theta} \right)^n \left(\frac{D\theta}{Dt} \right)^{n+1} \right\} \quad \dots\dots (22) \end{aligned}$$

δp の境界条件は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{流出境界: } \delta p &= 0 \\ \text{他の境界: } \frac{\partial \delta p}{\partial N} &= 0 \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ただし、 N は境界に垂直な方向を意味する。

計算手順を以下に要約する。

- (1) v, p, θ の初期条件 ($n=0$ における値) を設定
- (2) 式(7)、(15)より、 $\rho^n, (dp/d\theta)^n, (D\theta/Dt)^{n+1}$

を計算

- (3) 式(19)から流速の推定値 $\bar{v}$ を計算
- (4) 式(22)、(23)をSOR法などの解法で解き δp を計算
- (5) 得られた δp と式(18)、(20)、(21)を用いて v^{n+1}, p^{n+1} を計算
- (6) 式(16)と $v^{n+1}, (D\theta/Dt)^{n+1}$ から θ^{n+1} を計算
- (7) $n=n+1$ とし、(2)にもどる。

この手順からわかるように、計算はブジネ近似を使用する場合と全く同じ方法で行える。したがって、既存のブジネ近似を利用したプログラムを本手法に変更するのは容易である。

4. 既存の手法と本手法の比較

本章では、提案した手法の特性を検討するために、まず、二次元閉空間内の水の自然対流の解析を、ブジネ近似に基づく方法と本手法を用いて行い結果を比較検討する。また、水平上向加熱面上の気体の一次元非定常自然対流問題を本手法とSha らの方法で解き、非定常流における両手法の解を比較する。

4.1 二次元閉空間内の水の自然対流問題 ブジネ近似の基礎式は以下の3式で表される⁽⁶⁾。

$$\text{div } v = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + v \text{grad } v = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p - \frac{1}{\rho} \text{div } \tau \\ + \{1 - \beta(\theta - \theta_0)\} g \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + v \text{grad } \theta = \frac{1}{\rho c_p} \text{div}(-\lambda \text{grad } \theta) \quad \dots\dots (26)$$

ここで、 θ_0 は基準温度、 β は体積膨張率を意味する。式(25)、(26)における各物性値 ($\rho, \beta, c_p, \lambda$ および粘性係数) は基準温度における値が使用される。

以下、提案した手法を用いる場合も、密度以外の物性値は基準温度における値を用いることにする。圧力と流速の補正計算には、両手法ともSMAC法を用いる。空間微分項の差分化は、対流項を風上差分、他の項は中心差分とする。

図1に示す $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ の二次元閉空間内の水の自然対流を対象とする。メッシュは $\Delta x = \Delta y = 0.5\text{ mm}$ の一様分割とする。境界条件は、左右境界は温度 θ_1, θ_2 が一定の壁、上下境界は断熱 ($\partial\theta/\partial y = 0$) とする。状態方程式(7)には、 $10 \sim 70^\circ\text{C}$ における水の密度を $\theta[^\circ\text{C}]$ の二次式で近似した次式を用いる。

$$\rho = -3.94046 \times 10^{-3} \theta^2 - 5.36918 \times 10^{-2} \theta + 1000.74 \quad \dots\dots\dots (27)$$

また、式(13)右辺の $dp/d\theta$ は、上式を θ で微分した式を用いる。

$\theta_1=40^\circ\text{C}$, $\theta_2=20^\circ\text{C}$ とした場合の定常温度分布計算結果を、等温線間隔を 2°C として図 2 に示す。図 2 中の実線は提案した手法による解、破線はブジネ近似による解である。ブジネ近似による解は、基準温度 30°C における ρ を式 (27) から、 β を定義式、

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\theta} \dots\dots\dots (28)$$

と式 (27) から求めて計算したものである。したがって、ブジネ近似の浮力項における温度差 $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ の最大値は 10°C である。この程度の温度差ならば、ブジネ近似と本手法の解の差は小さく、ブジネ近似が妥当であることがわかる。

図 3 は、 $\theta_1=60^\circ\text{C}$, $\theta_2=20^\circ\text{C}$ とした場合の結果で、等温線間隔はやはり 2°C である。ブジネ近似の計算は基準温度を 40°C として行っており、 $\Delta\theta$ の最大値は 20°C である。図 3 より、壁近傍においてブジネ近似の等温線が本手法の等温線の中に位置する領域がみられる。すなわち、 $\Delta\theta$ が 20°C 程度になると、両者の結果に有為な差が生じるといえる。 4°C 以上の水の β は温度とともに増加するので、温度が高いほど β を一定とした場合よりも浮力が大きくなる。このため、基準温度より高温の領域では浮力は大きくなり、水の上昇を

加速する。左壁上方近傍の等温線がブジネ近似より上側に移動しているのはこのためである。

次に、 4°C 近傍の水の自然対流を対象とする。水の密度は約 4°C において最大となり、 β は 4°C を境に温度の増加に伴い負から正の値となる。このため、吉信⁽¹⁰⁾ も指摘しているように、浮力と温度差に線形関係を仮定するブジネ近似では正確な解は得られない。ここでは、一例として、 $\theta_1=8^\circ\text{C}$, $\theta_2=0^\circ\text{C}$ とした場合の自然対流を検討する。状態方程式 (7) には、以下の近似式を用いる。

$$\rho = 1000 - 0.025(\theta - 4)^2 \dots\dots\dots (29)$$

ブジネ近似の基準温度を 4°C とした場合、式 (28)、(29) より 4°C における β は零となるため、ブジネ近似を用いた場合、流れを駆動する力はなく対流は生じない。図 4 (a), (b) に示す速度分布は、便宜的におおの 3, 5°C における β を用いてブジネ近似で計算した結果である。使用する β によって結果が大きく異なり、正しい結果は得られない。一方、本手法によると、図 4 (c) に示すように、左右壁近傍で上昇流、中央で下降流となる自然対流が得られ、現象を正しく模擬できることがわかる。本例題のように密度の温度に関する非線形性が強い問題にも、本手法が有用であることがわかる。

4.2 Sha らの手法との比較

3 章で述べたように、定常状態の解を求める場合あるいは緩やかな過渡現象を対象とする場合、本手法と Sha らの方法に有為な差は生じないと考えられる。一方、速い過渡現象を対象とする場合は、両手法による解に相違が生じると考えられる。そこで本節では、図 5 に示すような周期的に壁温が変化する水平上向加熱面上の理想気体の自然対流を例題として、両手法による非定常解に有為な差が生じるか否かを検討する。現実の問題として、

図 1 閉空間内自然対流の計算体系

図 2 壁温差 20°C の場合の 2 手法による等温線

図 3 壁温差 40°C の場合の 2 手法による等温線

図4 4°C近傍における自然対流の速度分布計算結果

図5 計算体系

境界の温度が周期的に変化することはまれであろう。しかし、種々の温度変化を周波数の異なるフーリエ成分の重ね合わせで表現できること、および周波数が高いフーリエ成分に対する追従性が二つの手法の相違点と考えられることを考慮して、上記例題を設定した。

自然対流が支配的な層流の流れを対象とするために、まず基礎方程式と状態方程式を無次元化しておく。一次元の基礎方程式と等圧変化を仮定した理想気体の状態方程式は、以下の4式で表される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - g + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (31)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + v \frac{\partial \theta}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (32)$$

$$\rho \theta = \text{const.} \quad (33)$$

ここで、 ν は動粘性係数、 α は温度拡散係数であり、簡単のため両方とも一定値と仮定する。代表速度 U 、代表距離 L 、代表時間 $T (= L/U)$ 、代表温度 θ_0 、代表温度差 $\Delta\theta$ を用いて式(30)～(33)を無次元化すると、以下の諸式が得られる。

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} + \frac{\partial \rho^* v^*}{\partial x^*} = 0 \quad (34)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} = -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} - \frac{Gr}{Re^2 \Delta\theta^*} + \frac{1}{Re} \times \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} \quad (35)$$

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} = \frac{1}{Re Pr} \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} \quad (36)$$

$$\rho^* = 1/\theta^* \quad (37)$$

ここで、添字 $*$ は無次元化された量を意味する。また、 Gr 、 Re 、 Pr はおのおののグラスホフ数、レイノルズ数、プラントル数を意味し、次式で定義される。

$$Gr = g\beta\Delta\theta L^3/\nu^2 (\beta = 1/\theta_0) \quad (38)$$

$$Re = UL/\nu \quad (39)$$

$$Pr = \nu/\alpha \quad (40)$$

式(35)の各項のうち、 Gr 、 Re を含まない項の大きさは1程度である。したがって、 $Gr/(Re^2 \Delta\theta^*) \gg 1$ かつ $1/Re \cong 1$ ならば、自然対流が支配的な層流となる。そこで、 $Gr = 10^4$ 、 $Re = 10$ 、 $\Delta\theta^* = 0.2$ 、 $Pr = 0.7$ [この場合、 $Gr/(Re^2 \Delta\theta^*)$ は5000]とする。

図5に示した距離 L を代表長さとする。したがって、計算領域は $0 \leq x^* \leq 1$ の区間となる。この区間を10個のセル ($\Delta x^* = 0.1$) に分割する。初期条件は、 $v^* = 0$ 、 $\rho^* = 1$ 、 $\theta^* = 1$ とする。また、初期圧力 p^* は式(35)より得られる次式を用いて与える。

$$-dp^*/dx^* = Gr\rho^*/(Re^2 \Delta\theta^*) \quad (41)$$

壁温 θ_w^* は、無次元の代表温度差 $\Delta\theta^*$ を振幅とする時間の周期関数として、次式で与える。

$$\theta_w^* = \Delta\theta^* \cos(2\pi t^*/t_c^*) + 1 \quad (42)$$

ここで t_c^* は周期を意味する。速い過渡変化における両手法の解の相違を調べるために、また、計算を安定に行うために、 t_c^* の値を数値解の安定条件から定まる時間刻み幅の最大値 $\Delta t_{\max}^*$ 程度に設定する。拡散数に関する安定性の制約⁽³⁾より、 Δt^* は次式を満たす必要が

図 6 加熱面に隣接するセルの温度変化

ある。

$$\Delta t^* \leq Re \Delta x^2 / 2 \quad (43)$$

$$\Delta t^* \leq Re Pr \Delta x^2 / 2 \quad (44)$$

また, Courant 条件より,

$$\Delta t^* \leq \Delta x^* / v^* \quad (45)$$

を満たす必要がある。ここで, 無次元速度 v^* は 1 程度の値となる。式 (43)~(45) に前述の計算条件を代入すると, $\Delta t_{\max}^* = 0.035$ となる。そこで, $t_c^* = 0.03$ と設定する。

以上に示した条件の下で, 本手法および Sha らの手法で式 (34)~(37) を解いた結果を図 6 に示す。図 6 は, Δt^* を $0.006 (\Delta t^* / t_c^* = 1/5)$ とした場合の, 加熱壁面に隣接するセルの温度変化を示している。本計算における平衡温度 $\theta^* = 1$ からのずれに関する両手法の解の差は, 最大 17% であった。なお, 周期的に壁温を変化させたため, 両者の解の差も周期的にほとんど変化していないことが, 図 6 よりわかる。

本節で検討した例題は仮想的な現象であるが, 速い過渡変化に対する両手法による解には有為な差が生じることが確認できた。火災, 燃焼などの大きな温度変化を有する実際の過渡現象に対して, 両手法による解がどの程度異なるかに関しては, 今後さらに調べてい

く必要があろう。

5. 結 言

自然対流が支配的な流れを対象として, 密度の温度依存性を考慮し, かつ非圧縮性流れの数値解法と同様な解法で計算できる数値解法を提案した。本手法の特徴は質量保存式を密度の温度依存性を考慮して変形することにより, 数値解法上は流速と圧力の計算を温度の計算と分離できるようにし, かつ流速, 圧力, 温度を同時に解いた場合と同様な解が得られるようにした点にある。

手法の有効性を調べるため, まず, 二次元閉空間内の水の自然対流問題を解き, プジネ近似による解と比較した。その結果, 壁温の差が 40°C 程度で二つの手法による温度分布計算結果に差が生じることを確認した。また, 密度の温度に関する非線形性の影響が顕著である 4°C 近傍の水の自然対流問題に対しても本手法が適用できることを示した。次に, 速い過渡変化を含む例題として, 周期的温度変化をする水平上向加熱面上の気体の自然対流問題を本手法と Sha らの方法で解き, 両者の解に有為な差が生じることを確認した。

文 献

- (1) 日本機械学会編, RC-80 伝熱数値解析技術の応用調査研究部会研究報告書, (1988)。
- (2) 日本原子力学会熱流動数値解析特別専門委員会編, 原子炉における熱流動数値解析の現状, (1986)。
- (3) Roache, P. J.・高橋・ほか訳, コンピュータによる流体力学<上>, <下>, (1978), 構造計画研究所。
- (4) Harlow, F. H. and Amsden, A. A., *J. Comput. Phys.*, 8 (1971), 197。
- (5) Patankar, S. V. and Spalding, D. B., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 15(1972), 1787。
- (6) Bird, R. B., ほか 2 名, *Transport Phenomena*, (1960), John Wiley & Sons Inc.
- (7) Sha, W. T., ほか 2 名, *NUREG/CR-785* (1978)。
- (8) 富山・高橋, 日本原子力学会誌, 32-2(1990), 197。
- (9) Amsden, A. A. and Harlow, F. H., *J. Comput. Phys.*, 6 (1970), 322。
- (10) 吉信, 流体力学懇談会資料「流体力学の展望 2: 熱対流」, (1978), 29。