ポペット弁まわりの流れ*

(流線座標を用いた圧力分布の一計算手法)

伊藤 和巳^{*1}, 高橋 浩爾^{*2}, 井上 淳^{*1}

Flow in a Poppet Valve (A Method for Computing Pressure Distribution using a Streamline Coordinate System)

Kazumi ITO, Koji TAKAHASHI and Kiyoshi INOUE

The steady axisymmetric laminar flow in a poppet valve is analyzed using a conventional finite difference method (ψ - ω method). After obtaining the numerical results for stream function ψ and vorticity ω on the cylindrical coordinate system, a streamline coordinate system (ϕ, ψ) is applied to compute pressure distributions because good pressure distributions cannot be obtained using the cylindrical coordinates. The pressure on the valve body surface is experimentally measured. The numerical results for pressure distributions are in good agreement with the experimental ones.

Key Words: Numerical Analysis, Poppet Valve, Viscous Flow, Pressure Distribution, Streamline Coordinate System

1. 緒 言

近年における油圧システムの複雑化, 高圧化, 高速化にともない, それを構成する各油圧コンポーネントを高性能化する要求が高まっている。これを効率的に行うためには, その内部状態の予測が必要不可欠である。しかし, 一般に油圧コンポーネントは複雑な形状をしており, その内部流れを粘性を考慮して解析をすることは非常に難しく, 油圧システムの性能を大きく左右する油圧制御弁もその例外ではない。

油圧制御弁の主な構成要素の一つであるポペット弁内の流れに関する研究としては, 理論的には市川⁽¹⁾, 笠井⁽²⁾によるもの, 実験的には浦田⁽³⁾によるもの, 大島ら⁽⁴⁾による半割モデルを用いたものなどが挙げられる。一方, 流れの数値解析は近年手軽に行われるようになってきているが, 本研究の対象であるポペット弁内の流れに関する数値解析例は少なく, 加藤ら⁽⁵⁾, Qin⁽⁶⁾によるものが挙げられる程度である。しかしこれらの研究では, 数値解析の有効性が示されているのみで, 特に実用上問題となる圧力分布や流体力に関し

てはほとんど触れられていない。

そこで本研究では, 従来より多く用いられてきており, 収束解が比較的得やすい, 流れ関数と渦度を未知変数とした差分法による数値解析により, ポペット弁内の流れを解析するとともに, 得られた流れ関数, 渦度より弁内の圧力分布を予測する。その際, 流線とそれに直行する曲線を座標軸に用いる流線座標^{(7)~(9)}によりナビエ・ストークスの運動方程式を記述し, それを積分し圧力分布を求める一手法を示す。またその結果の妥当性を検証するため, 実際に圧力を測定し, 両者を比較検討することにより弁内の圧力分布の正確な予測を試みる。

主 な 記 号

D^* : ポペット弁座直径
 e_s, e_n, e_b : それぞれ s, n, b 方向の単位ベクトル
 g : 弁開度 $= L^*/D^*$
 L^* : ポペット弁制御絞り部のすきま幅
 $L^{\#}$: ポペット弁変位
 n : 流線に垂直方向の座標
 p : 圧力
 Q^* : 流量
 q : 速度

* 原稿受付 平成2年11月16日。

^{*1} 正員, カヤバ工業(株) (〒228 相模原市麻溝台1-12-1)。^{*2} 正員, 上智大学理工学部 (〒102 東京都千代田区紀尾井町7-1)。

Re : レイノルズ数 $= (L^* V_c^*) / \nu^*$
 r_s, r_n, r_b : それぞれ座標曲線 s, n, b の曲率半径
 r, z : 円筒座標 (流れは $+z$ 方向)
 s : 流線方向の座標
 V_{ave}^* : ポペット弁入口部の平均流速
 V_c^* : ポペット弁絞り部の平均流速
 η : 渦度
 θ : 単位ベクトル e_s が z (対称) 軸となす角
 λ : s 方向の測度係数
 ν^* : 流体の動粘度
 ρ^* : 流体の密度
 ϕ : 式(17)で定義される s 方向の座標
 ψ : 式(18)で定義される n 方向の座標 (同時に流れ関数)
 肩字*: 有次元量を表す (肩字*のないものは無次元量を表す)

なお無次元化量は、有次元量を長さ L^* , 速度 V_c^* , 密度 ρ^* を用いて無次元化したものである。

2. 流れパターンの計算

2.1 計算方法 本研究で用いるポペット弁の解析モデルを図1に示す。流れは図1の下方より流入し、そのまま上方へ流出する。弁の半頂角 β は、一般的に広く用いられている 45° を採用した。この解析モデルに対し、流れを定常非圧縮性軸対称層流 (旋回流なしかつ質量力無視) と仮定した場合のナビエ・ストークスの運動方程式より圧力項を消去し、さらに流れ関数 ϕ および渦度 η を用いて表すと、解くべき流れの基礎

式は以下の2式となる⁽¹⁰⁾。

$$\frac{\eta}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) = \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} - \frac{\eta}{r^2} \right] \quad \dots (1)$$

$$-\eta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad \dots (2)$$

ここで、すべての変数は前述の L^* , V_c^* で無次元化されている。また r 方向 (図2) の流速を u , z 方向の流速を w とした場合、流れ関数 ϕ , 渦度 η はそれぞれ次式で定義される。

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad w = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad \dots (3)$$

$$\eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r} \quad \dots (4)$$

これらの式を用いて弁内流れを差分法により計算する。計算領域を図2右半分に示すように3種類 (弁変位が小さい場合は4種類) の大きさの正方格子で覆い、流れ状態の変化が最も大きい絞り部で格子が最小となるよう設定した。また各格子の大きさは、図2に示す格子不連続面 S において、隣り合う格子の一边の長さの比が1:2になるよう設定した (図3)。

境界条件は以下のように分け、それぞれの場合に対する境界条件式を導いた⁽¹⁰⁾。その際、固体壁を通しての流体の出入りはなく、また固体壁上ではすべりはない ($u=w=0$) とした。

弁座壁 (図2 J-I-H-G): 上述の仮定より、流線と考えられるので流れ関数は一定値となる。渦度に関する条件は、図2左半分に示すように、壁面上の格子点 W を基準とし、それより1格子だけ離れた格子点 N

図1 ポペット弁解析モデル

図2 格子分割と境界条件

図3 格子不連続部の処理

に対し ψ をテイラー展開することにより導く⁽¹⁰⁾。

$$\psi_w = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\eta_w = \frac{3}{h^2(r_w - h)} \left(\psi_w - \psi_N - \frac{h^2}{6} r_w \eta_w \right) \quad \dots\dots (6)$$

ここで、 h は正方格子の一辺の長さで、最小の格子において $h = \xi/24$ ($\xi = L^*/L^*$) である。

弁体壁 (図 2 A-B-C-E-F) : 弁座壁と同様 ψ は一定値となる。渦度も弁座壁の場合と同様の方法で導く。

$$\psi_w = \frac{1}{2}(\cos \beta - \gamma), \quad \gamma = \frac{D^*}{L^*} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\eta_w = \frac{3}{h^2(r_w + h)} \left(\psi_w - \psi_N - \frac{h^2}{6} r_w \eta_w \right) \quad \dots\dots (8)$$

ただし弁体側壁 A-B に対しては式 (3) を式 (4) に代入し、それに中心差分を施して得られた次式を用いた (M, N は点 W より 1 格子だけ離れた格子点)。

$$\eta_w = \frac{1}{r_w} \frac{2(2\psi_w - \psi_M - \psi_N)}{h^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

流出入断面 (図 2 F-G, O-J) : $\partial^3 \psi / \partial z^3 = \partial^3 \eta / \partial z^3 = 0$ を仮定し、上流および下流側より推定する⁽¹¹⁾ (j は流出入断面上の格子点)。

$$\psi_j = 3\psi_{j+1} - 3\psi_{j+2} + \psi_{j+3} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\eta_j = 3\eta_{j+1} - 3\eta_{j+2} + \eta_{j+3} \quad \dots\dots\dots (11)$$

対称軸 (図 2 O-A) :

$$\psi = \frac{1}{2}(\cos \beta - \gamma) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\eta = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

式 (1) ~ (13) を用いて弁内の流れを計算した。なお計算する際、式 (1), (2) に対する差分近似には、原則として中心差分近似⁽¹²⁾ を用い、中心差分近似では収束解が得られない場合は一次精度の風上差分近似⁽¹³⁾ を用いて計算を行った。その際、図 2 に示す格子が不連続となる面 S における計算は次のように行った。すなわち、図 3 (a) のように 2 種類の格子が同じ格子点 C_0 を共有する場合、大きい側の格子幅で考え、点 N, S, E, W などを用いて計算する。図 3 (b) のように小さいほうにのみ属する格子点 C_1 では、すでに計算されている格子点 W_1, W_2, E_1, E_2 を用いてラグランジュ補間多項式により近似する。最後に、境界に隣り合っていてこれら 4 点の使えない格子点 C_2 では、点 W_1, C_1, E_1 を用いて式 (10), (11) と同様の方法で外挿近似する。

収束条件は計算の反復回数を上付き添字 n とするとき、

$$\begin{aligned} \max |\psi^{n+1} - \psi^n| &< \varepsilon_1 \\ \max |\eta^{n+1} - \eta^n| &< \varepsilon_2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\frac{1}{r_s} = \frac{\partial \theta}{\partial s}, \quad \frac{1}{r_n} = -\frac{\partial \theta}{\partial n}, \quad \frac{1}{r_b} = \frac{1}{y} \quad \dots\dots\dots (15)$$

を満足すれば収束したものとし、中心差分近似の場合、 $\varepsilon_1 = 1 \times 10^{-4}$, $\varepsilon_2 = 2 \times 10^{-4}$ 、風上差分近似の場合、 $\varepsilon_1 = 2 \times 10^{-4}$, $\varepsilon_2 = 4 \times 10^{-4}$ とした。

2.2 計算結果 計算は、弁変位と弁座径との比 g が 1/18, 1/9, 1/6, 2/9 の 4 種類について行った。本計算により得られた弁制御絞り部付近の流れパターンの一例を図 4 に示す。流れは弁座角部 (図 2 の点 I)、弁体角部 (点 B) より大きくはく離し、弁座の隅部 (点 H) でははく離により発生させられる二次的な渦⁽¹⁴⁾ も生じていることがわかる。

3. 流線座標を用いた基礎式の導出

圧力は、通常得られた ψ, η をもとに、ナビエ・ストークスの運動方程式をある経路に沿って積分し、算出⁽¹²⁾ される。あるいはナビエ・ストークスの運動方程式を一度微分して得られるポアソン形表示の圧力方程式を反復法を用いて算出⁽¹⁵⁾ される。本研究においてもこれらの方法で弁内の圧力の算出を試みたが、固体壁近傍における渦度の急激な変化に起因する誤差、特異点 (角部) における渦度の精度劣化⁽¹⁵⁾ などにより満足な計算結果を得ることができなかった。

そこで流線座標を用いてナビエ・ストークスの運動方程式を記述し、これを流線をもとにした経路に沿って積分して圧力を算出することを試みた。

3.1 流線座標 図 5 に示す点 P の近傍について考える。この点を通る流線に沿って s 座標、それに直交する曲線に沿って n 座標、対称軸 (z 軸) の法平面と半径 r_b の円柱との交線を b 座標に取る。また s, n, b 曲線の接線方向の単位ベクトルをそれぞれ e_s, e_n, e_b とする。なお、 e_s の方向は流れ方向、 e_n の方向は s 曲線上の流れ関数 ψ の値が増加していく方向、 $e_b = e_s \times e_n$ とする。また各曲線の曲率半径 r_s, r_n, r_b は、

図 4 弁内流れの流線 (右半分) と等渦度線 (左半分) ($g=1/9$, $Re=300$)

で表すことができる。これらをもとに単位ベクトルの微分を考える⁽⁷⁾と、式(16)のようにまとめることができる。

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{e}_s}{\partial s} & \frac{\partial \mathbf{e}_s}{\partial n} & \frac{\partial \mathbf{e}_s}{\partial b} \\ \frac{\partial \mathbf{e}_n}{\partial s} & \frac{\partial \mathbf{e}_n}{\partial n} & \frac{\partial \mathbf{e}_n}{\partial b} \\ \frac{\partial \mathbf{e}_b}{\partial s} & \frac{\partial \mathbf{e}_b}{\partial n} & \frac{\partial \mathbf{e}_b}{\partial b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r_s} \mathbf{e}_n & -\frac{1}{r_n} \mathbf{e}_s & \frac{\sin \theta}{r_b} \mathbf{e}_b \\ -\frac{1}{r_s} \mathbf{e}_s & \frac{1}{r_n} \mathbf{e}_s & \frac{\cos \theta}{r_b} \mathbf{e}_b \\ 0 & 0 & -\frac{\sin \theta}{r_b} \mathbf{e}_s - \frac{\cos \theta}{r_b} \mathbf{e}_n \end{pmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

図5において、点P(s_1, n_1, b_1)および点Q(s_2, n_1, b_2)を通る座標曲線nによって切り取られる座標曲線PQとRTとは必ずしも等しくならない。したがってsn座標をそのまま用いると長さの単位が一定せず、このためある物理量mの二階微分は $\partial^2 m / \partial s \partial n \neq \partial^2 m / \partial n \partial s$ となり、微分の順序によりその値が異なることになる。そこで座標変換を行って座標(s, n)を新しい座標(ϕ, ψ)に書き換える。 ϕ, ψ を次のように定義する。

$$\frac{\partial \phi}{\partial s} = \lambda, \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial s} = 0, \quad \frac{1}{r_b} \frac{\partial \psi}{\partial n} = q \dots\dots\dots (18)$$

ここで λ は新たに導入した未知変数、 q は流速で、いずれも ϕ, ψ [式(3)の ψ に同じ]の関数である。また、流線上では $\psi = \text{const.}$ 、それに直交する曲線上では $\phi = \text{const.}$ になる。式(17)、(18)を用いると、ある物理量mの微分は、

$$\frac{\partial m}{\partial s} = \lambda \frac{\partial m}{\partial \phi} \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{\partial m}{\partial n} = r_b q \frac{\partial m}{\partial \psi} \dots\dots\dots (20)$$

により(s, n)から(ϕ, ψ)に変換される。このとき ϕ, ψ の大きさの単位は、もはや場所により変化することはない。たとえば $\partial^2 m / \partial \phi \partial \psi = \partial^2 m / \partial \psi \partial \phi$ となり、微分の順序を変更しても結果は変わらない。また図5において、PR、QT上では ϕ が一定であるので、

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial \phi} = \frac{1}{\lambda} r_b q \frac{\partial \lambda}{\partial \psi} \dots\dots\dots (21)$$

なる関係が成立する⁽⁷⁾。

3.2 基礎方程式 流線座標を用い、2章と同じ流れを仮定した場合の基礎式は次のようになる。

次式で定義される無次元の微分演算子

$$\nabla = \mathbf{e}_s \lambda \frac{\partial}{\partial \phi} + \mathbf{e}_n r_b q \frac{\partial}{\partial \psi} + \mathbf{e}_b \frac{\partial}{\partial b} \dots\dots\dots (22)$$

と、無次元の流速ベクトル

$$\mathbf{q} = q \mathbf{e}_s \dots\dots\dots (23)$$

より、無次元の連続の式は、

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = 0$$

すなわち、

$$\lambda \frac{\partial q}{\partial \phi} + q \left(\frac{\sin \theta}{r_b} + r_b q \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \right) = 0 \dots\dots\dots (24)$$

と表すことができる。

また無次元の渦度ベクトル $\Omega (= \eta \mathbf{e}_b)$ は次式で定義される。

$$\Omega = \nabla \times \mathbf{q} = q \left(\frac{1}{r_s} - r_b \frac{\partial q}{\partial \psi} \right) \mathbf{e}_b = \eta \mathbf{e}_b \dots\dots\dots (25)$$

さらに無次元のナビエ・ストークスの運動方程式は、

$$(\mathbf{q} \cdot \nabla) \mathbf{q} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{q} \dots\dots\dots (26)$$

であるが、非圧縮性流れの場合、 $\nabla^2 \mathbf{q} = -\nabla \times \Omega$ であるので、これを考慮すれば、s方向、n方向の運動方程式はそれぞれ、

$$\begin{aligned} q \lambda \frac{\partial q}{\partial \phi} = & -\lambda \frac{\partial p}{\partial \phi} + \frac{1}{Re} \left[r_b q \frac{\partial}{\partial \psi} \left(r_b q \frac{\partial q}{\partial \psi} \right) \right. \\ & + \left(\frac{\cos \theta}{r_b} - \frac{1}{r_s} \right) r_b q \frac{\partial q}{\partial \psi} - q r_b q \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{1}{r_s} \right) \\ & \left. - q \frac{1}{r_s} \frac{\cos \theta}{r_b} \right] \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q^2 \frac{1}{r_s} = & -r_b q \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{1}{Re} \left[-\lambda \frac{\partial}{\partial \phi} \left(r_b q \frac{\partial q}{\partial \psi} \right) \right. \\ & - \frac{\sin \theta}{r_b} r_b q \frac{\partial q}{\partial \psi} + q \lambda \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{r_s} \right) \\ & \left. + \left(\lambda \frac{\partial q}{\partial \phi} + q \frac{\sin \theta}{r_b} \right) \frac{1}{r_s} \right] \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

と表すことができる。

4. 圧力の計算方法

4.1 圧力こう配の計算式 流線座標で表されたナビエ・ストークスの運動方程式(27)、(28)を、2.2節で得た流線に沿って積分することによって、弁内の圧

図5 流線座標

力分布を計算することができる。

流線方向の運動方程式(27)において、流速 q の ψ に関する微係数を用いると計算精度が悪くなるので、式(25)の η を用いて書き換えると、

$$\lambda \frac{\partial p}{\partial \phi} = -q \lambda \frac{\partial q}{\partial \phi} - \frac{1}{Re} \left(r_b q \frac{\partial \eta}{\partial \phi} + \frac{\cos \theta}{r_b} \eta \right) \quad \dots\dots\dots (29)$$

と表すことができる。

同様に、流線に垂直方向の運動方程式(28)においても、式(25)を用いると、

$$r_b q \frac{\partial p}{\partial \psi} = -q^2 \frac{1}{r_s} + \frac{1}{Re} \left(\lambda \frac{\partial \eta}{\partial \psi} + \frac{\sin \theta}{r_b} \eta \right) \quad \dots (30)$$

を得る。

4.2 圧力計算経路 式(29), (30)を用いて計算する際、流速などの物理量が既知である点(格子点)を流線(圧力の計算経路)が通るとは限らないので、実際の計算は以下に行う。

(1) 圧力分布が最も問題となるのは弁体表面であるので、圧力の計算は、図6に示すように、弁体側壁の終端と弁座からの自由流線で囲まれた領域 OAB-KIJO の範囲で行うものとする。

(2) すべての格子点で式(29), (30)を用い、圧力こう配 $\lambda(\partial p/\partial \phi)$, $r_b q(\partial p/\partial \psi)$ を計算する。その際、式(29), (30)中の微係数は次のように計算した。すなわち図7において、計算する格子点Cを通る流線を直線 CN, CS で近似し、また流線と直交する n 曲線は、直線 CN, CS に直交するようにそれぞれ直線 CW, CE で近似する。次に点 E, W, S, N 上での物理量(q, η, θ)を隣接格子点(たとえば点Nにおける物理量は点 N_R, N_L)より近似して求める。また流線の曲率 $1/r_s$ は式(15)の関係より、

$$\frac{1}{r_s} = \frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{\theta_N - \theta_S}{\Delta s} \quad \dots\dots\dots (31)$$

として求めた。ここで Δs は折れ線 NCS の長さである。

(3) (2)で求めた圧力こう配をもとにして、弁体側壁(図6のJ-I)より対称軸に向かって順に $z=0$ から $z=z_0$ まで流線に沿って計算する(対称軸から弁体側壁に向かって計算することも考えられるが、弁頂部に特異点が存在するため、弁体側壁上の圧力の精度があまりよくないことが予想される)。その際、渦度の ψ 方向の微係数の大きさが

$$\left| r_b q \frac{\partial \eta}{\partial \psi} \right| > \delta \quad \dots\dots\dots (32)$$

のときは式(30)を用い、それ以外は式(29)を用いた。これは式(29)を用いる場合、弁体側壁近傍に流速の極大点が存在するため $r_b q(\partial \eta/\partial \psi)$ が非常に大きくなり、

大きい計算誤差を生じさせるためである。なお、弁体側壁上では式(29)のみを使用した。図6に式(30)の適用領域の一例を示す。なお本計算では、式(32)の δ の値は、試行錯誤により 0.25 とした。

どちらの圧力こう配の計算式を用いるかを決定した後、次のように流線上の圧力を計算する。式(29)を用いる場合、図8(a)に示すように、点Tにおける圧力こう配 $\lambda(\partial p/\partial \phi)$ をすでに計算されている点J, Kより内挿近似して求める。点Tにおける圧力(点Iでの圧力と圧力こう配より計算済み)と圧力こう配を用いて点Lにおける圧力を計算する。また式(30)を用いる場合は、図8(a)に示すように、まず圧力を求めるべき点Lからの垂線と直線近似した隣の流線との交点Cを定める。次に点Cの圧力 p とそこでの圧力こう配 $r_b q(\partial p/\partial \psi)$ を、すでに計算されている点N, Sより内挿近似して求める。最後にこれらの値を用いて点Lにおける圧力を計算する。

$z=0 \sim z_0$ の間の流線上の圧力を計算した後、 $z=z_1$ まで弁体側壁上(図6のA'-B)を、式(29)を用いて計算する。これは、弁座からの自由流線上を式(29)を用いて計算した場合、弁座角部の渦度の影響が大きく、絞りより下流の圧力計算値が不正確になるためである。次に弁体側壁側より弁座からの自由流線に向かって順に $z=z_1$ まで圧力を計算する。その際、用いる圧力こう配は式(32)により決定する。このとき、式(30)を用いる場合は、図8(b)に示すように、点Rにおける圧力を点N, Sより内挿近似した点Cにおける $p, r_b q(\partial p/\partial \psi)$ を用いて計算する。

図6 圧力の計算領域

5. 考 察

5.1 弁内の圧力分布 流線座標を用いた圧力計算手法により得られた弁内の圧力分布の一例を図9に示す。流れは弁体側壁(図6のA-B)に沿って曲げられ、その遠心力のため圧力は弁座壁(J-I)から弁体側壁(A-A')へ向かうにしたがって高くなる。また、弁体側壁近傍では、流れは壁に沿って流れるため、等圧線はこれに垂直となる。

次に、このようにして得られた圧力分布が、弁内の流れパターンに対し妥当かどうかを、運動量理論を適用して検討した。検討結果を表1に示す。表1において、検査面内の流体の運動量変化率 $\dot{M}_{z1}$ は、数値解析データを基に検査面出入口で平均流速を求め算出したもの、 $\dot{M}_{z2}$ を数値解析データより1格子幅単位で運動量を求め、それを断面にわたって積分し算出したもので、それぞれ次の計算式を用いた。

$$\dot{M}_{z1} = [(\rho^* Q^* V_c^* \cos \theta)_2 - (\rho^* Q^* V_{ave}^*)_1]_{cal.}$$

$$\dot{M}_{z2} = \int_2 \rho^* Q^* V_2^* \cos \theta dS_2 - \int_1 \rho^* Q^* V_1^* dS_1$$

表1によると $\dot{M}_{z1} \neq \dot{M}_{z2}$ であるが、レイノルズ数が大きい場合を除いて $\dot{M}_{z2}$ と検査面に作用する力 F_z はほぼ等しい。すなわち、従来では弁体に作用する力を

図7 格子点での計算

図8 式(30)を用いた圧力計算

$\dot{M}_{z1}$ で近似してきたが、この程度の低いレイノルズ数では、平均流速を用いて検査面内の流体の運動量変化率を計算すると誤差を生じることがわかる。

一方、表1において、レイノルズ数が大きくなると $\dot{M}_{z2}$ と F_z との差が大きくなる。これはレイノルズ数が大きくなるにしたがって、絞り部付近での流れの変化が激しく、 ψ , η の計算精度が落ちることが原因であると考えられる。

5.2 弁体側壁上の圧力分布 計算された弁内の圧力の妥当性を検証するため、図1に示したポペット弁モデルを実際に製作 ($D^*=36$ mm) し、弁体側壁上の圧力を測定した。本研究で用いた実験装置の概略を図10に示す。供試弁には弁体側壁に垂直に20箇所の穴をあけ、銅パイプ(外径1.5 mm, 内径0.9 mm)で圧力を弁の外へ導き、マンオメータに接続して測定した。またマンオメータの長さを短くするため、マンオメータ上部をすべてつなぎ合せ圧縮空気(約0.5 MPa)により加圧した。

ポペット弁体側壁上の圧力分布の計算値と実験値の比較を図11に、また弁体側壁上の圧力積分値の比較とせん断力の軸方向成分を表2に示す。図11より、弁体側壁上の圧力がほぼ正確に計算されていることがわかる。壁上で、圧力は下流に向かって減少していくが、レイノルズ数が大きくまた弁変位が小さくなるにしたがって絞り部付近で急激に減少する。このことは大島ら⁽⁴⁾の研究結果ともよく一致している。また表2より、レイノルズ数が200以下の範囲では、約10%の誤差で、弁体に作用する力を算出することができる。レイノルズ数が200を超える場合は、図11(b)からもわかるように、計算値が実験値を下回る。これについても表1の場合と同様、絞り部付近での流れの変化が激しいため、計算精度が落ちることが原因として考えられ

(a) $g=1/6$, $Re=200$

(b) $g=1/6$, $Re=300$

図9 弁内の圧力分布

表 1 運動量変化率と作用力

Valve displacement $g (=L\dot{u}/D^*)$	Reynolds number Re	Rate of change of momentum $\dot{M}_{zi}/(\rho^* L \dot{c}^2 V \dot{c}^2), i=1, 2$			Surface force $F_z/(\rho^* L \dot{c}^2 V \dot{c}^2)$
		$\dot{M}_{z1}$	$\dot{M}_{z2}$	$\dot{M}_{z3}$	
1/18	100	39.36	53.61	58.86	58.86
	200	38.77	53.32	46.54	46.54
	300	38.43	53.16	42.30	42.30
1/9	100	14.21	19.42	19.14	19.14
	200	14.26	19.89	18.17	18.17
	300	14.27	20.11	17.44	17.44
1/6	100	5.93	8.19	8.45	8.45
	200	5.96	8.65	7.95	7.95
	300	5.97	8.83	7.50	7.50
2/9	100	2.29	3.05	3.35	3.35
	200	2.30	3.17	2.96	2.96
	300	2.31	3.26	2.51	2.51

Control surface

$$m_{in} = \int_1 \rho^* Q^* V_i dS_1 \quad m_{out} = \int_2 \rho^* Q^* V_i dS_2$$

$$F_z = F_{N1} + F_{T1} + (F_{z2} + F_{N3}) \sin \beta + (F_{N2} + F_{T3}) \cos \beta$$

図 10 実験装置

図 11 弁体壁上の圧力分布

る。さらに、せん断力は圧力による力の約6%以下と非常に小さいことがわかる。また弁変位が小さくなるにしたがって、絞り部付近で圧力が急激に減少し、高い圧力が作用する面が増加するため、せん断力はさらに小さな割合になることがわかる。レイノルズ数が高くあるいは弁変位が小さい場合、せん断力は無視してよいと考える。

これらに対し、前述した通常の円筒座標系の運動方程式を積分して圧力分布を求めた場合、弁座角部近傍の渦度の影響で(この場合 r, z 方向の運動方程式中にそれぞれ $\partial\eta/\partial z, \partial\eta/\partial r$ が含まれ、角部近傍では r, z どちらの方向にも渦度変化が急激であるため計算誤差が増大する)、制御絞り部付近の圧力計算値に実験値には見られないハンプ(図11の点 A_3 付近の計算値が一度増加した後減少する)が生じ、また弁体側壁近傍での急激な渦度変化の影響で等圧線が壁に垂直にならない。またレイノルズ数の上昇にともなって実験値を大きく上回る。一方、ポアソン形表示の圧力方程式⁽¹⁵⁾の解を反復法で求めた場合、だ円形の性質により、弁座角部の渦度が弁体側壁まで強く影響し、絞り部近傍でさらに大きなハンプが生じる。

表 2 弁体に作用する力

Valve displacement $g (=L\dot{u}/D^*)$	Reynolds number Re	Acting force on the valve $F_{Pz}/(\rho^* L \dot{c}^2 V \dot{c}^2)$		Shear force on the valve $(F_T)_{csl}$
		$(F_{Pz})_{exp}$	$(F_{Pz})_{cal}$	
1/18	100	370.50	344.62	-2.89
	200	—	246.35	-1.73
	300	—	206.26	-1.26
1/9	100	85.73	91.80	-2.74
	200	76.86	73.81	-1.63
	300	—	62.13	-1.17
1/6	100	31.87	34.71	-1.59
	200	30.65	27.54	-0.93
	300	30.41	23.10	-0.67
2/9	100	15.17	16.95	-1.09
	200	15.21	13.92	-0.64
	300	15.20	12.36	-0.47

流線座標を用いた本手法では、弁座角部近傍および弁体側壁近傍において、流れに垂直方向の渦度変化に起因する計算誤差を、それを含まない式(30)を用いることで避けることができる。その結果、絞り部近傍の圧力計算値にハンプが生じることなく、また弁体側壁近傍の等圧線もこの壁にほぼ垂直となり、より正確に圧力を計算しえるものとする。しかし、本計算手法においても、前述のようにレイノルズ数が大きくなると実験値と計算値にずれが生じてくる。しかし、これは圧力の本計算手法によるものではなく、数値解析の際の未知変数の解の精度に起因しているものと思われる。

る。なお、流れパターンは円筒座標を用いて計算したが、これは流線座標を用いると下流域の再循環流を計算する手法がまだ確立されていないためである。

6. 結 論

流れを定常三次元軸対称層流と仮定し、変数に流れ関数と渦度を用いた差分法によりポペット弁内の流れの数値解析を行った。またポペット弁の特性の中でも、弁体に働く流体力を知ることは重要なので、得られた流れ関数、渦度より弁内の圧力分布を計算した。さらに、結果の妥当性を運動量理論により検証し、同時に弁体側壁上の圧力を実測して計算結果と比較し検証した。その結果、本研究のレイノルズ数範囲では、平均流速を用いて流体の運動量変化率を計算する従来の運動量理論を用いた場合、誤差を生じることがわかった。

弁内の圧力分布を計算する場合において、弁体側壁のように座標軸と平行でない固体壁近傍では、従来の円筒座標による手法では、壁近傍における渦度の急激な変化に起因する計算誤差により、圧力が正確に計算されにくいことがわかった。また、本計算例のように流路が固体壁に囲まれ、なおかつその面積が場所によって大きく変化するような流れでは、流れの垂直方向に渦度の変化が激しい。そのため流線座標による圧力の計算では、壁近傍における渦度の微係数の計算誤差のため、流線方向の運動方程式が適用できないことが

わかった。さらに流線座標を用いた圧力の本計算手法の場合、 ψ , η の解の精度が同じならば、従来の計算手法に比べ、より高いレイノルズ数まで圧力が予測可能であることを示した。

最後に、本研究を行うにあたり終始適切なお助言とご指導をいただいた、足利工業大学 築地徹浩助教授に謝意を表する。

文 献

- (1) 市川・清水, 機論, 31-222 (1965), 317.
- (2) 笠井 (現 高橋), 機論, 33-251 (1967), 1083.
- (3) 浦田, 機論, 35-270 (1969), 358.
- (4) 大島・ほか2名, 油圧と空気圧, 19-2 (1988), 163.
- (5) 加藤・ほか2名, 機論, 48-427, B (1982), 581.
- (6) Qin, H. Q. and Spalding, D. B., *Phys. Chem. Hydrodyn.*, 9-1/2 (1987), 315.
- (7) 高橋, 機論, 48-427, B (1982), 445.
- (8) Takahashi, K. and Tsukiji, T., *Trans. CSME*, 9-3 (1985), 165.
- (9) 築地・高橋, 機論, 53-487, B (1987), 843.
- (10) バトリック・J・ローチェ著 (高橋・ほか訳), コンピュータによる流体力学(上), (1978), 209, 構造計画研究所.
- (11) Macagno, E. O. and Hung, T. K., *J. Fluid Mech.*, 28, part I (1967), 43.
- (12) 例えば林・ほか2名, 機論, 39-325 (1973), 2785.
- (13) 例えば山本・ほか3名, 油圧と空気圧, 6-6 (1975), 287.
- (14) Durst, F. and Pereira, J. C. F., *Trans. ASME, J. Fluid Eng.*, 110-2 (1988), 289.
- (15) 文献(10)の270ページ.