表面張力を伴う液滴成長過程の流れ解析*

塩田 和則^{*1}, 橋立 良夫^{*1}, 野中 重夫^{*1}

Transient Analysis on the Growth of a Droplet with Surface Tension

Kazunori SHIODA, Yoshio HASHIDATE and Shigeo NONAKA

In vacuum evaporation processing technologies, the recovery of the evaporated substance is of great importance. The inefficient vapor should be liquefied and collected on the recovery plate, which is located so as to face the vapor source. In this paper, the numerical analysis on the dynamic behavior of a droplet grown to detach from the recovery plate is presented. The liquid was taken to be molten metal, which has a larger surface tension than other commonly used liquids. In the flow analysis with the freely-moving boundary, the numerical model of the surface tension has been of interest. Therefore, in order to analyze the high-deformation phenomena, such as the falling droplet, the instabilities on the boundary should be investigated and treated carefully. Here, the boundary height function was defined by multiple coordinates, which provided an effective method of recognizing the complicated boundary precisely. The experiment using a liquid Bi droplet also demonstrated the validity of this method.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Unsteady Flow, Viscous Flow, Surface Tension

1. 緒 言

自由界面を有する流体挙動の研究は、プラスチックなどの樹脂射出成型における非ニュートン流体の流動先端挙動、化石燃料の貯槽耐震設計、液体燃料ロケットタンク内のスロッシングなどさまざまな分野にわたっている。また自由界面流れの現象解明には、従来よりMAC法、SMAC法、HSMAC法などの数値流体力学が有力な手段として駆使されている^{(1)~(5)}。

PVDなどに代表される半導体LSIなどの電子部品製造工程においては、溶融物質の熱流動、蒸発、凝縮といった自由界面流れの諸問題を包含している。例えば溶融金属の蒸発プロセスに関して、蒸気圧力の分子論的モデルを取り入れた蒸発界面挙動や二次流れの数値解析が報告されている⁽⁶⁾⁽⁷⁾。この場合、自由界面である気液界面には界面張力が作用して界面変形過程を複雑化している。界面張力は界面変形に応じて界面法線応力を発生させるが、ひとつには界面高さ関数の二次導関数に依存するためにはわずかな界面じょう乱が数値解の不安定性を招くからである。しかしながら、これらの問題点は、これらあまり界面変形の激しくない流

れでは顕在化せずに済むことが多い。

本研究はこれらの蒸発物質の凝縮回収プロセスに関して、固体下向き面上に凝集した懸垂液滴挙動の数値解析をSMAC法により行った。特に液滴の成長落下に代表されるような表面張力を有する液体の大変形過程の数値解析において、複雑形状界面に対する表面張力のモデル化などの検討や液体金属を使用した実験検証を行った⁽⁸⁾。

主 な 記 号

a : ぬれ半径
 b : 液膜高さ
 D : 膨脹速度
 F : 外力加速度
 f : 界面高さ関数
 g : 重力の加速度
 M : 変換マトリックス
 p : 圧力
 p_s : 界面張力による求心圧力
 $R_1 R_2$: 主曲率半径
 r : 半径座標
 t : 時間
 u : 流速

* 原稿受付 平成2年10月18日。

*¹ 正員, (株)東芝重電技術研究所(〒230 横浜市鶴見区末広町2-4)。

z : 軸方向座標
 β : 液面傾き角
 $\Delta r \Delta z$: 要素寸法
 μ : 粘性率
 ν : 動粘性係数
 ρ : 密度
 σ : 法線応力
 σ_s : 表面張力
 τ : 接線応力
 ϕ : スカラポテンシャル
 Ω : 外力ポテンシャル
 添 字
 $*$: 液面局所座標への変換後の量
 n : 時間ステップ
 $\sim$: 逐次解
 ij : 離散化座標

2. 数 値 解 析

2.1 基礎方程式 本研究では下向きの固体壁面に付着する懸垂液滴の動的挙動の数値解析を行うもので、図1に下向き面からの液滴落下の解析モデルを示す。解析座標は z 方向を鉛直下向きとする円柱座標とし、主な流体駆動力は重力のほかに表面張力によりもたらされる界面応力である。

粘性流体の基礎方程式として、式(1)は質量保存の式、式(2)、(3)はそれぞれ r 、 z 方向の運動量保存の式であり、 θ 方向の流体自由度はないものとする。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho u_r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho u_r^2) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_r u_z) \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \sigma_r) - \frac{\sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho u_r u_z) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z^2)$$

図1 懸垂液滴の数値解析モデル

$$= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \tau_{rz}) + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho g \quad (3)$$

ここで、運動量保存の式、式(2)、(3)右辺における各方向の法線粘性応力 σ および接線粘性応力 τ は、ニュートン則に従うものとして式(4)～(9)のように定義される。なお、流速 $\mathbf{u}=(u_r, u_z)$ とし、 $u_\theta=0$ と考える。

$$\sigma_r = \mu \left(2 \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \quad (4)$$

$$\sigma_\theta = \mu \left(2 \frac{u_r}{r} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \quad (5)$$

$$\sigma_z = \mu \left(2 \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \right) \quad (6)$$

$$\tau_{rz} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \quad (7)$$

$$\tau_{r\theta} = \mu r \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_\theta}{r} \right) = 0 \quad (8)$$

$$\tau_{\theta z} = \mu \frac{\partial u_\theta}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

さらに非圧縮性流体($\rho=\text{const.}$)とし、基礎方程式(1)～(3)は以下のとおりとなる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r u_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r u_r^2) + \frac{\partial}{\partial z}(u_r u_z) \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r u_r u_z) + \frac{\partial u_z^2}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) \right\} + g \end{aligned} \quad (12)$$

保存力としての外力加速度 $\mathbf{F}=(0, g)$ を外力ポテンシャル Ω により記述して、式(11)、(12)を式(13)のとおりに表示することができる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{u} + \nabla P - \nu \nabla^2 \mathbf{u} = 0 \quad (13)$$

ここで

$$P = \frac{p}{\rho} + \Omega \quad (14)$$

$$\mathbf{F} = -\nabla \Omega \quad (15)$$

式(13)に $\nabla \cdot$ を作用させて圧力方程式として式(16)のようなPoisson方程式を得る。

$$\begin{aligned} \nabla^2 P = -\nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{u}) + \nu \nabla \cdot (\nabla^2 \mathbf{u}) \\ - \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \end{aligned} \quad (16)$$

2.2 境界条件 液体の境界条件は、気液界面と固液界面においてそれぞれ定義される。

2.2.1 気液境界条件 気液境界面は液体の自由境界面として、自在にその形状を変化させることができる。まず、気液境界面には液体の表面張力が界面接

線方向に作用している。この接線応力は、通常は液体形状（気液境界面形状）にかかわらず界面上の前後左右で互いに相殺されている。しかし界面温度こう配が存在する場合、表面張力の温度依存性に基づいて液体表面上に流れを誘起するマランゴニ効果が発生する。特に宇宙工学などでは無重量状態でのマランゴニ対流が問題となる。ただし、ここでは液膜上の温度分布はほとんど無視できるため、解析モデルにおいてマランゴニ効果は考慮しない。

流体の接線応力（ずれ応力） τ_{rz} は、応力テンソルの非対角成分として式(7)のとおり与えられる。自由境界条件として、界面上の局所座標 (r^*, z^*) で定義される界面接線応力 $\tau^*=0$ であり、応力テンソル $T^*=M^T M$ の非対角成分を式(18)のとおり零とすることができる。ここで、 M は図1における実験室座標 (r, z) から界面上の局所座標 (r^*, z^*) への変換マトリックスである⁽⁶⁾。

$$M = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\tau_{rz}^* = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \sin 2\beta - \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \times (2\sin^2 \beta - 1) = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

また、気液界面が曲率を有する場合は界面法線方向に表面張力に基づく応力 p_s が発生する。応力 p_s は、Young-Dupreの式として式(19)のように与えられる。ここで σ_s は表面張力、 f は界面高さ関数、 R_1 、 R_2 はそれぞれ r - z 平面、 r - θ 平面上の法線切り口で定義される界面の主曲率半径である（図2）。

$$p_s = -\sigma_s \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = -\sigma_s \left[\frac{\frac{d^2 f}{dr^2}}{\left\{ 1 + \left(\frac{df}{dr} \right)^2 \right\}^{3/2}} + \frac{1}{r} \frac{\frac{df}{dr}}{\left\{ 1 + \left(\frac{df}{dr} \right)^2 \right\}^{1/2}} \right] \quad \dots\dots\dots (19)$$

よって、応力テンソル T^* の対角成分のうち z^* 方向法線応力と式(19)との均衡条件として式(20)を得ることができる。なお、圧力は負の応力であるので、式(20)左辺には負号を付している。

$$\sigma_s \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = -p + 2\mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} \sin^2 \beta + \frac{\partial u_z}{\partial z} \cos^2 \beta \right) - \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \sin 2\beta \quad \dots\dots\dots (20)$$

2・2・2 固液境界条件 液滴を固体壁面との接触面において、固液体境界条件を設定しなければならない。一般には極性流体のように固液界面流速は必ずし

も零とはならず接触面に対して流体が所定速度でスリップしていくことも考えられる。ここでは固体壁面は液滴流体でぬれており、乾いた壁面は露出していないものとする。すなわち壁面上は薄層液膜により覆われており、液滴はスリップするものとして滑り境界条件を設定する。

2・3 基礎式系の解法⁽⁹⁾ 本解析の基礎式系を成す式(10)～(12)の離散化表示を式(21)～(23)に示す。上付き添字 n は時刻 $t=t_n$ のときの諸量を示すものである。基礎式系の離散化においては時間項について陽解法前進差分、空間項について中心差分を採用している。

$$D^{n+1} = \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = -\nabla \cdot \mathbf{u}^n \mathbf{u}^n - \nabla P^{n+1} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^n \quad \dots\dots (22)$$

$$\nabla^2 P^{n+1} = -\nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{u}^n \mathbf{u}^n) + \nu \nabla^2 D^n - \frac{D^{n+1} - D^n}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots (23)$$

式(22)、(23)は流速 $\mathbf{u}$ について陽（explicit）だが、圧力 P については陰（implicit）な semi-explicit 表式である。まず、式(23)を式(21)により $D^{n+1}=0$ という固定条件で解いて P^{n+1} を求め、これを式(22)に代入して $\mathbf{u}^{n+1}$ を解き、逐次これを繰返せばよい。しかしながら式(23)の Poisson 方程式に対する解法が煩雑であるため、式(22)に準拠して流速 $\mathbf{u}$ と圧力 P について full-explicit な表式を式(24)に得る。

$$\frac{\tilde{\mathbf{u}}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = -\nabla \cdot \mathbf{u}^n \mathbf{u}^n - \nabla P^n + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^n \quad \dots\dots (24)$$

式(24)の右辺には $t=t_n$ の諸量のみしかないので、 $\mathbf{u}^{n+1}$ は直ちに得られる。ただし、これは式(21)～(23)の解として、質量保存則式(21)は必ずしも満足しない。そのため式(24)では $\tilde{\mathbf{u}}^{n+1}$ と表記する。よって $\mathbf{u}^{n+1}$ との偏差 $\delta \mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^{n+1} - \tilde{\mathbf{u}}^{n+1}$ を微小値に収束させる手続きがここでは必要となる。

式(22)、(24)の差より

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \tilde{\mathbf{u}}^{n+1}}{\Delta t} = -\nabla (P^{n+1} - P^n) \quad \dots\dots\dots (25)$$

となる。さらにスカラポテンシャル ϕ^{n+1} を式(26)に導

図2 懸垂液滴に作用する表面張力効果

入する。

$$\mathbf{u}^{n+1} - \bar{\mathbf{u}}^{n+1} = -\nabla\phi^{n+1} \dots\dots\dots (26)$$

さらに

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \dots\dots\dots (27)$$

であるので、式(28)のような ϕ に関する Poisson 方程式を得る。

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}}^{n+1} = \nabla^2 \phi^{n+1} \dots\dots\dots (28)$$

式(28)を適当な境界条件の下で解いてスカラーポテンシャル ϕ を算出する。これにより流速 $\mathbf{u}^{n+1}$ および圧力 P^{n+1} は式(25), (26)により式(29), (30)のとおり得る。ただし、圧力基準点のとり方は任意であるので、積分定数は零としている。

$$\mathbf{u}^{n+1} = \bar{\mathbf{u}}^{n+1} - \nabla\phi^{n+1} \dots\dots\dots (29)$$

$$P^{n+1} = P^n + \frac{\phi^{n+1}}{\Delta t} \dots\dots\dots (30)$$

2.4 自由境界条件の設定方法 移動境界流れの数値解析では、複雑形状界面の評価が問題となることが多い、特に、表面張力を有する流体の界面法線応力は式(19)のように界面高さ関数の二次導関数に依存し、このような表面張力流の大変形過程の数値解析では、数値揺らぎがさまざまな界面不安定性を誘起する。

ここでは表面張力流の大変形過程の解析安定性にかわり、以下の項目について検討した。特に、(3)項は、本報にて初めて提案するものである。

(1) 界面流速の設定方法

(2) トレーサ粒子速度の補間⁽³⁾

(3) 界面高さ関数のマルチフレーム処理

2.4.1 界面流速の設定方法 式(29)で与えられる流速解は流体内部で算出されるもので、界面上の流速については言及していない。しかしながら、この界面流速は自由界面挙動に直接的に影響を及ぼすものであり、ここでは次のとおり質量保存則、式(21)によって算出する。図3はMAC法ベースで採用されるスタガード長方形格子を示す。解析変数として流速 $\mathbf{u}$ を

図3 界面流速の設定

要素辺上●上にて、圧力 P を要素中心○印にて定義し、その他の部位では、これらを内挿して諸量を算出する。

例えば図3(a)に示すように界面要素(液相)の右側要素が気相である場合と図3(b)のように上側要素が気相である場合では、それぞれ界面流速として式(31), (32)のとおり与えられる。

$$(u_r)_{ij} = (u_r)_{i-1,j} - \frac{\Delta r}{\Delta z} \{ (u_z)_{ij} - (u_z)_{i,j-1} \} \dots\dots (31)$$

$$(u_z)_{ij} = (u_z)_{i,j-1} - \frac{\Delta z}{\Delta r} \{ (u_r)_{ij} - (u_r)_{i-1,j} \} \dots\dots (32)$$

さらに気液の境界条件として接線および法線方向の応力条件、式(18), (20)により、まず図3(a)に準拠して示す図4(a)においては

$$(u_z)_{i+1,j} = (u_z)_{ij} - \frac{\Delta r}{\Delta z} \{ (u_r)_{i+1,j} - (u_r)_{ij} \} \dots\dots (33)$$

$$p_{ij} = p_s + \frac{2\mu}{\Delta r} \{ (u_r)_{ij} - (u_r)_{i-1,j} \} \dots\dots\dots (34)$$

となり、また図4(b)においては

$$(u_r)_{ij+1} = (u_r)_{ij} - \frac{\Delta z}{\Delta r} \{ (u_z)_{i+1,j} - (u_z)_{ij} \} \dots\dots (35)$$

$$p_{ij} = p_s + \frac{2\mu}{\Delta z} \{ (u_z)_{ij} - (u_z)_{i,j-1} \} \dots\dots\dots (36)$$

となる。

2.4.2 トレーサ粒子速度の補間⁽³⁾ MAC法ベース

図4 気液境界条件の設定

図5 トレーサ粒子速度の補間

では、流れ場 $\mathbf{u}$, P を Euler 的に解くアルゴリズムとトレーサ粒子挙動を Lagrange 的に追跡するアルゴリズムを有している。

トレーサ粒子は逐次得られる流速解 $\mathbf{u}$ を積分しながらその座標が計算される。このときトレーサ粒子は解析領域内で任意の座標を取り得るため、トレーサ粒子速度を要素辺上の流速解を図5のように内挿して算出してやる必要がある。例えば図5中の◎印の座標に存在するトレーサ粒子の速度 $\mathbf{u}_t = (u_{rt}, u_{zt})$ のうち u_{rt} は□abcd, u_{zt} は□efgh の各要素辺上で定義される流速解により内挿することができる。特に界面近傍にあるトレーサ粒子速度は、界面流速を直接に決定するものとして例えば表面波の伝ば解析など自由界面挙動の精度向上には必要である。

2.4.3 界面高さ関数のマルチフレーム処理 無重量状態に近い自由表面流の挙動は、流体の表面張力により支配されやすい。そのため自由界面の数値揺らぎなどによる凹凸が数値解を破たんさせることがある。

本解析のように代表寸法が小さく、表面張力が大きい液体挙動を解析対象とする場合は特に界面形状の認識方法が問題となる。界面形状を認識して表面張力を評価するときは、通常は界面高さ関数を定義する。しかし、数値解析上の表面張力をあまり厳密な界面形状に立脚して計算しようとする、表面張力が大きい場合や界面変形の著しい場合は数値不安定性が発生しやすい。これに対して従来は、人工的な界面スムージングにより有害な不安定要因を取り除くのが一般的である。

ここでは表面張力流の大変形過程の数値解析において、複雑形状の界面認識精度の向上を企図した界面高さ関数のマルチフレーム処理を提案する。従来、界面

図6 界面高さ関数のマルチフレーム処理

高さ関数を単一の座標系にて定義するシングルフレーム処理では、例えば $z_1 = f_1(r_1)$ にて界面形状を評価していた(図6参照)。しかるに、界面形状が複雑化して図6に示すように $f_1(r_1)$ が r_1 に対して多価関数になる場合は、もはや $f_1(r_1)$ のみにては界面形状を認識できなくなる。さらに、図6の点aのように界面接線が z_1 軸に平行になる所では、 f_1 の一次導関数や二次導関数の差分近似が低下し、界面認識精度の点で問題が生じてくる。

そこでマルチフレーム処理では、界面曲率が界面高さ関数の座標系の選び方に依存しないことに鑑み、 n 個の異なる座標系に基づく界面高さ関数 $f_i (i=1, 2, \dots, n)$ を定義して並列に表面張力の計算を行う。図6のような複雑な界面形状に対しては、単一の界面高さ関数(シングルフレーム処理)では認識不能となる部分や認識精度が低下する部分が必ず存在する。これに対して複数の界面高さ関数セット $f_i (i=1, 2, \dots, n)$ は、互いに補完しあうことにより複雑な界面形状を精度良く認識することができる。特に、本計算のような表面張力による界面不安定性の発生しやすい解析においては、シングルフレーム処理では発生していた界面じょう乱がマルチフレーム処理ではほとんど抑制されている(図9参照)。なお、図6では界面高さ関数の座標系を 90° ずつ回転しながら次々と創成しているが、座標系の選択は全く自由であるので座標回転角は任意でよい。

3. 解析結果

3.1 懸垂液滴の成長 図7は、下向きの固体壁面に付着する懸垂液滴(液体ビスマス)の成長過程の数値解析結果であり、各時刻の界面形状および過渡流速分布を示す。ここで、上面は液滴が付着する下向きの固体壁面であり、2.2.2項にて記述したとおりぬれ面と考え滑り境界条件を課しており、右側面についても対称境界であるので同様に滑り境界としている。図8は、これらの解析結果に対する実験検証として実施したビスマス液滴形状の陰影法撮影結果を示すものである。図7(a)に示す初期液膜形状は、図8(a)に示す実験初期形状(ぬれ半径 $a=6$ mm, 液膜高さ $b=1.8$ mm)にて形状寸法を模擬したものである。

数値解析結果(図7)と実験結果(図8)とは良く一致しており、液滴が下方に懸垂しながら先端部の流速が成長していく様子がうかがえる。図7においては界面のマルチフレーム処理を施しており、このため界面不安定性は発生していない。図9は数値解析結果に与える図9(a)シングルフレーム処理と図9(b)マル

(a) $t=0$

(b) $t=10\text{ms}$

(c) $t=20\text{ms}$

(d) $t=30\text{ms}$

(e) $t=40\text{ms}$

< Boundary form > < Flow velocity >

図7 懸垂液滴の成長過程の数値解析結果

(a) $t=0$

(b) $t=10\text{ms}$

(c) $t=20\text{ms}$

(d) $t=30\text{ms}$

(e) $t=40\text{ms}$

図8 陰影法による実験検証結果
(液滴界面形状)

図 10 下向き壁面からの液滴離脱過程の数値解析結果

図 9 界面形状の処理方法による界面じょう乱の有無 ($t=40$ ms)

チフレーム処理の差異を示すものであり、図 9 (a) においては界面じょう乱 (界面不安定性) が見られる。実験結果 (図 8) との対比においてもマルチフレーム処理の効果を実証することができた。

3.2 壁面からの液滴落下 成長した懸垂液滴の壁面からの離脱過程については、図 10 にその数値解析結果を示す。図 10 は図 7 (e) 以降の液滴落下とともに壁面との間にできる液柱を示し、特に図 10 (d) の図中 A 部にて示す箇所において主曲率半径 R_2 が特に小さくなっている。このため A 部で液柱くびれが発生しているのがわかる。A 部より下部は液滴とともに落下するが、これより上部は残滴として壁面に付着する。なお、下面および左側面の境界条件については、本計算では懸垂液滴の変形、液滴離脱までの過渡現象が解析対象であるので、ここでは便宜的に壁面境界としている。したがって、液滴離脱後の過渡現象を解析する場合は、下面境界条件や解析領域の設定を再検討する必要がある。

図 11 陰影法による実験検証結果 (壁面上の残留液滴)

図 11 は液滴離脱後の壁面への付着残滴を陰影法により撮影したもので、図 10 (d) に示す液柱くびれ位置の妥当性を検証するものである。

4. 結 論

移動境界流れの数値解析技術においては、従来より自由界面を扱う一般的方法論としてトレーサ粒子速度の時間積分による自由界面挙動の追跡、ならびに界面形状を数値的に定義する界面高さ関数の導入などがある。

しかるに、低重量状態の自由表面流れや代表寸法の小さい表面張力流れの数値解析を行う場合、移動境界問題としていくつかの困難や限界に直面せざるを得ない。本研究では、表面張力の絡む移動境界問題として液体金属の液滴挙動に関する現象解析手法の検討を行い、以下の結論を得た。

(1) 自由界面の認識方法として、界面高さ関数に対するシングルフレーム処理に代わってマルチフレーム処理を導入することにより、複雑形状の自由界面挙動の動的解析を実施した。これにより複雑界面の形状評価法としてのマルチフレーム処理の有用性が証明さ

れるとともに、外的保存力場に比べて表面張力のほうが流体駆動力として影響力が大きい場合の現象解析技術への活用が期待される。

(2) 成長した液滴界面形状においては、低融点の液体金属（ビスマス）を使用した滴下実験により数値シミュレーションの妥当性が実証された。解析モデルの数値揺らぎに起因して、逆転二相界面における Rayleigh-Taylor 不安定性や表面張力による液柱不安定性など、数値解の破綻に至るいくつかの障害が従来より問題となっていた。液柱くびれから液滴離脱後の過渡現象については、実験検証が不十分であり、解析モデルの再検討と解析手法の深耕が今後の課題として残されている。

文 献

- (1) Harlow, F. H. and Welch, J. E., *Phys. Fluids*, 8 (1965), 2182.
- (2) Harlow, F. H. and Welch, J. E., *Phys. Fluids*, 9 (1965), 842.
- (3) Welch, J. E., ほか 3 名, *Los Alamos Sci. Labo. Rep.*, LA-3425 (1966).
- (4) Hirt, C. W., *J. Comput. Phys.*, 2 (1968), 339.
- (5) Hirt, C. W. and Nichols, B. D., *J. Comput. Phys.*, 39 (1981), 201.
- (6) 塩田・橋立・野中, 機論, 56-531, B (1990), 3372.
- (7) 塩田・橋立・野中, 機講論, No. 900-59, Vol. C (1990), 282.
- (8) 塩田・橋立・野中, 日本機械学会第 3 回計算力学講演会講演論文集, No. 900-69 (1990), 59.
- (9) 棚橋, 機械の研究, 37-3 (1985), 3833.