2 球間クエット超臨界流のかく乱の構造と渦運動* (すきま比 0.2 の特性)

中 林 功 一*¹, 鄭 志 明*²

Structures of Disturbances and Vortex Motion in the Super-critical Flow of Spherical Couette System with Inner Sphere Rotating (Clearance Ratio 0.2)

Koichi NAKABAYASHI and Zhiming ZHENG

Super-critical flow in spherical Couette system with only inner sphere rotating is investigated for clearance ratio 0.2 in terms of structures of disturbances and their wave speeds. Interior waves, ring vortices, Stuart vortices, shear waves, twists and wavy outflow boundary were observed. Ring vortex has four waves on it, and moves towards pole for one wave length ($\lambda_\theta = 10^\circ$) in the meridian direction while it rotates for one wave length ($\lambda_\phi = 90^\circ$) in the azimuthal direction. Rotational direction of Stuart vortex observed in the present experiment is opposite to the rotation of inner sphere. Interior waves and twists have same character, and their wave speeds are same as that of oscillating inflow boundary of secondary flow. Both wave speeds of shear waves and oscillating outflow boundary are also same. The wave speed of traveling wave on outflow boundary is about two times of that on inflow boundary.

Key Words: Transition, Vortex, Wave, Spherical Couette System, Super-critical Flow, Stuart Vortex, Travelling Waves, Wave Speed

1. 緒 言

内球回転外球静止の2球間クエット流れはこれまでに多くの研究者によって種々研究されてきた。内球を静止状態から回転させると、流れがクリーピング流れから二次流れを含んだ三次元軸対称流(層流基本流)へと変化する。レイノルズ数が増大し超臨界流になると、非軸対称となり、多数種のかく乱(渦や波動)が生じる^{(1)~(6)}。この流れの特色はかく乱のタイプがレイノルズ数比(テイラー不安定の臨界レイノルズ数に対するレイノルズ数の比)に依存するのみでなく、すきま比によっても著しく相違することである。

一般に、複雑乱流における速度変動の低周波成分は移動渦や渦上の進行波動、タイプの異なる2種類の渦の干渉あるいは渦と二次流れとの関係などによって生じるものである。種々の複雑乱流の理解には、渦構造と速度変動の基本周波数との関係の解明が非常に重要である。しかし、これに関する解明が不十分である。

著者らはさきに速度変動の低周波成分が、レーザ散乱光の測定から得られることを示し、流れの可視化の

併用によって2球間クエット超臨界流のスパイラルTG(テイラー・ゲルトラー)渦、環状TG渦の進行波動、せん断波動、スチュアート渦ならびにツイストについて、波動伝ば速度と渦との関係を考察した^{(11)~(13)}。著者らがこれまでに対象としたすきま比 β は0.024~0.14であるが、Bühlerは $\beta=0.177$ の場合のせん断波動について考察している⁽⁷⁾。一方、環状TG渦の渦セル構造に関し、近年、数値シミュレーションによって環状TG渦の非一意性とN.S.式の解の分岐の研究が行われている^{(8)~(10)}。しかし本報で扱っている渦構造については数値計算の限界を超えた領域であるため、理論的な考察がなされていない。今後こういった渦や変動の問題は数値シミュレーションの対象として取り上げられると予想される。

上述の観点から、本報では $\beta=0.2$ の場合を対象としてかく乱の構造、その基本周波数と伝ば速度、かく乱相互の関係について明らかにするものである。

主 な 記 号

$\hat{f}_0$: 内球の回転周波数

f_{BI} : 内向き境界流線の波動の基本周波数

f_{BO} : 外向き境界流線の波動の基本周波数

f_H : せん断波動の基本周波数

* 平成2年3月14日 東海支部第39期総会講演会において講演、原稿受付 平成2年12月17日。

*¹ 正員、名古屋工業大学 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)。

*² 正員、名古屋工業大学大学院。

表 1 流れモードと遷移レイノルズ数比

Flow mode	Characteristics of flow	R^*
I B	Laminar flow+secondary flow	
II T	Laminar flow+toroidal TG vortex+secondary flow	$R_1^*=1.0$
III TR	Laminar flow+toroidal TG vortex+secondary flow with ring vortex	$R_2^*=8.7$
IV TS t	Laminar flow+toroidal TG vortex+secondary flow with Stuart vortex	$R_3^*=11.1$
V OTS t	Laminar flow+toroidal TG vortex with interior wave+secondary flow with Stuart vortex	$R_4^*=11.7$
VI OTS h	Laminar flow+toroidal TG vortex with interior wave+secondary flow with shear wave+chaotic secondary flow	$R_5^*=13.5$
VII T	Chaotic flow+toroidal TG vortex with twist+chaotic secondary flow	$R_6^*=15.8$
VIII BO	Chaotic flow with wavy outflow boundary+chaotic secondary flow	$R_7^*=22.0$
IX B	Chaotic flow+chaotic secondary flow	$R_8^*=30.0$

f_{Li} : 環状 TG 渦の内部波動の基本周波数

($i=1, 2$)

f_P : 極に生じる進行波の基本周波数

f_R : リング渦の基本周波数

f_T : 環状 TG 渦のツイストの基本周波数

f_U : スチュアート渦の基本周波数

m : 方位角方向進行波動の波数

N : 環状 TG 渦のセル数

$P_L(f)$: レーザ散乱光のパワースペクトル

R^* : レイノルズ数比 $= Re/Re_c$

R_1, R_2 : 内, 外球の半径

Re : レイノルズ数 $= 2\pi\tilde{f}_0 R_1^2/\nu$

Re_c : 臨界レイノルズ数

(r, θ, ϕ): 球座標系 (半径, 天頂角, 方位角)

S_H : セン断波動の波数

S_T : スチュアート渦の本数

t : 時間

T_P : 極に発生する進行波の波数

T_w : ツイストの数

β : すきま比 $=(R_2-R_1)/R_1$

ν : 作動流体の動粘度

$\sim$: 有次元の周波数を示す

2. 実験装置と実験方法

実験装置と実験方法は前報⁽¹³⁾と同じであるので省略する。本研究では $R_1=72.57\pm 0.01$ mm, $R_2=87.53\pm 0.01$ mm, $\beta=0.206$ とした。この場合のテイラー不安定による臨界レイノルズ数 Re_c は 554 である。

3. 実験結果と考察

3.1 遷移過程の特徴 図 1 は遷移過程に現れる種々のかく乱の発生領域を示したものである。縦軸はかく乱の発生天頂角 θ , 横軸はレイノルズ数比 R^* である。枠の上方には流れモード⁽⁴⁾と各流れモードへの

図 1 かく乱の発生領域

遷移レイノルズ数比 R^* を示すが, その説明は表 1 に示されている。本研究では新たに図 2 の上図に示すように, 極付近に生じるリング状の渦と環状 TG 渦セル内部に発生する波動とが発見されたので, これらをそれぞれリング渦 (Ring vortex) および内部波動 (Interior wave) と名付けた。リング渦が後述のように R^* の増大に対して, スチュアート渦 (Stuart vortices) へと移行する。内部波動は R^* の増大に対して, 波数が変化し, $R^*=16$ で消滅する。上記以外にせん断波動 (Shear waves) やツイスト (Twists) が発生する。図 2 下図はスチュアート渦とツイストの模写図である。 R^* をさらに増大させれば, 環状 TG 渦が消滅して, 赤道位置にある外向き境界流線が波状 (Wavy outflow boundary) になる。上記の種々のかく乱の詳細について以下の節で詳しく述べる。

かく乱によって生じる速度変動の基本周波数はレーザ散乱光のスペクトル分析から得られることが知られている⁽¹¹⁾。本報においても同様の方法によって, かく乱の基本周波数をレーザ散乱光のスペクトル分析から得た。図 3 はレーザ散乱光のパワースペクトルを示すが, 図 3 (a) は極付近に現れるリング渦に対応するも

ので、 R^* が約 10 のとき $\hat{f}_R$ とその高調波が現れる。 R^* が約 11 を超えると、リング渦は後述のように極に発生する進行波 (図 8 の右端中央の渦) とスチュアート渦 (基本周波数をそれぞれ $\hat{f}_P$ と $\hat{f}_U$ とする) に変化

図 2 かく乱の模写図

図 3 レーザ散乱光のパワースペクトル

するため、図 3 (b) のように $\hat{f}_P$ と $\hat{f}_U$ の 2 周期連成変動となり、非線形干渉のため多数個の周波数成分が現れる。さらに R^* を増大させると連続スペクトルに変化する。一方、赤道位置では最初、図 3 (c) に示すように内部波動の基本周波数 $\hat{f}_{L1}$ とその高調波が現れ、その後、図 3 (d) のように内部波動の波数が増加し (このときの基本周波数を $\hat{f}_{L2}$ とする)、せん断波動 $\hat{f}_H$ との 2 周期変動のスペクトルに変化する。さらに R^* を増大させると、図 1 に見られるように赤道付近の環状 TG 渦内ではツイストが発生し、また環状 TG 渦消滅後は外向き境界流線が波状となるため、それぞれ図 3 (e), (f) に示すような帯状スペクトル成分 $\hat{f}_T$ と $\hat{f}_{B0}$ が現れる。

3.2 環状 TG 渦中のかく乱と境界流線の振動現象

図 4 (a) または図 4 (b) は内部波動が、それぞれスチュアート渦、またはせん断波動と同時に発生する場合の可視化写真である。内部波動が環状 TG 渦中に発生する一種の進行波動であるが、ツイストとは図 2 の模写図に示すような相違がある。TG 渦中のかく乱は境界流線の振動と関連する。そこで境界流線の振動について、上述のかく乱とこれまでに知られている環状 TG 渦上に生じる進行波動⁽⁶⁾ との相違点を考察しよう。

図 5 は環状 TG 渦とエクマン境界層からなる二次流れの子午線断面流線の模写図である。図 5 (a) は内

(a) 内部波動とスチュアート渦 ($R^*=12.59$)(b) 内部波動とせん断波動 ($R^*=14.91$)

図 4 かく乱の可視化写真

部波動またはツイストが環状 TG 渦中に発生する場合, 図 5 (b) は内部波動がせん断波動と同時に発生する場合, 図 5 (c) は波状外向き境界流線が発生する場合, 図 5 (d) は環状 TG 渦に進行波動が発生する場合 (β が小さい場合)⁽⁶⁾ を示す。内部波動またはツイストが発生する場合は図 5 (a) のように, 外向き境界流線には振動が生じないが, 内向き境界流線が外球壁近傍を支点として内部波動またはツイストと同調して振動する。せん断波動と内部波動が同時に発生する場合〔図 5 (b)〕には, 内向き境界流線と外向き境界流線がともに振動するが, 内向き境界流線の振動が内部波動と同調するのに対し, 外向き境界流線の振動が内球壁近傍を支点としてせん断波動に同調する。せん断波動および環状 TG 渦が消えた後も, 波状外向き境界流線は内球壁を支点として図 5 (c) のように振動する。一方, 進行波動の場合には, 内向き境界流線が図 5 (a),

(a) 内部波動 (b) せん断波動と内部 (c) 波状外向 (d) 進行波動
またはツイストの 波動の場合 き境界流 の場合
場合

図 5 境界流線の振動の相違 (I と O はそれぞれ内向き境界流線と外向き境界流線を, Sec. は二次流れを示す。)

(b) と同様の振動を生じるが, 外向き境界流線が平行状態を保ちながら振動する。このように, 境界流線が境界流吹出し点を中心として振動するのが一般的であるが, 進行波動の場合の外向き境界流線のみが異なるようである。

3・3 二次流れ中に生じるかく乱の考察 本報で対象としたすきま比の場合には, 二次流れ中にリング渦とスチュアート渦およびせん断波動が生じる。図 6 はリング渦の可視化写真で, 矢印は内球の回転方向を示す。リング渦がやや四角張って見えるのは円周上に四つの波動 ($m=4$) を持つ渦であるからである。この渦は内球と同方向に回転しながら, 極に向かって移動する。そして $1/4$ 回転 ($\lambda_\theta=90^\circ$) すると天頂角方向の 1 波長 ($\lambda_\phi=10^\circ$) だけ極方向へ移動する。子午線断面の流れ状態は図 9 のスチュアート渦の断面構造によく似ている。しかしスチュアート渦の場合には渦心が一定の速さで極に向かって移動するのに対して, リング渦の渦心は行きつ戻りつしながら極に向かう。この理由を以下に考察しよう。図 7 (a) は $R^*=9.78$, $\hat{f}_R=0.947$ におけるリング渦波面の実測値の一例で, 可視化写真から読取って得たものである。図 7 (a) 中の ϕ は外球に固定した静止座標系の角度, また ϕ' がリング渦波面に固定した回転系上の角度である。このリング渦の $t=0$ の波面 θ_0 を ϕ' の関数とし, 次式で表す。

$$\theta_0 = F(\phi') \dots\dots\dots (1)$$

つぎにリング渦の天頂角方向と方位角方向の移動角速度をそれぞれ Ω_θ , Ω_ϕ とし, それらを時間平均値“—”と変動値“~”に分解して表す。実測によれば Ω_θ が一定で, 方位角方向と天頂角方向の波長 λ_ϕ と λ_θ がそれぞれ $\lambda_\phi=90^\circ$, $\lambda_\theta=10^\circ$ であるので

$$\bar{\Omega}_\phi=0, \bar{\Omega}_\theta=\lambda_\phi \hat{f}_R=90^\circ \times \hat{f}_R \dots\dots\dots (2)$$

$$\bar{\Omega}_\theta=\lambda_\theta \hat{f}_R=10^\circ \times \hat{f}_R \dots\dots\dots (3)$$

一方, $\phi=0^\circ$ の角度位置で波面を観察したとき, $t=0$ で $\theta=\theta_0$ にあった波面が $t=t$ のときに到達する位置 (θ, ϕ') は次式で与えられる。

Rotational direction of inner sphere

図 6 リング渦の可視化写真 ($R^*=9.78$)

(a)

(b)

図 7 リング渦の天頂角位置と移動角速度の実測例 ($R^*=9.78$)

表 2 スチュアート渦とせん断波動の発生領域の比較

N	R* ranges of appearance					
	$\beta=0.14^{(12)}$		$\beta=0.177^{(7)}$		Present ($\beta=0.206$)	
	Stuart vortices	shear waves	Stuart vortices	shear waves	Stuart vortices	shear waves
0	no appearance	8.3~10.9	8.4~12.0	9.3~12.0	9.5~13.0	9.2~13.0
2	no appearance	10.5~19.0	10.0~12.6	12.6~15.1	11.1~13.5	13.5~15.8
4	9.5~14.0	12.5~15.2	8.7~9.7	7.8~9.7		

$$\theta = \theta_0 + \bar{\Omega}_0 t \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\phi' = \bar{\Omega}_0 t \quad \dots\dots\dots (5)$$

ゆえに天頂角方向への移動角速度 $\bar{\Omega}_0$ は

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_0 &= \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta_0}{dt} + \bar{\Omega}_0 \\ &= \frac{dF}{d\phi'} \frac{d\phi'}{dt} + \bar{\Omega}_0 \\ &= \frac{dF}{d\phi'} \cdot \bar{\Omega}_0 + \bar{\Omega}_0 \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\bar{\Omega}_0 = \frac{dF}{d\phi'} \cdot \bar{\Omega}_0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

図 7 (b) は, 波面の実測値 $\theta_0 = F(\phi')$ を用いて, 上の関係より求めた $\phi = 0^\circ$ における波面の天頂角 θ の時間変化と $\bar{\Omega}_0$ の値である。これより $\bar{\Omega}_0$ はほぼ正弦状に振動していることがわかる。このようにリング渦は, 子午線断面上で観察すれば振動しながら極へ移動するように見えるのは, 方位角方向に 4 個の波を持つリング状の閉じた渦で, 波が方位角方向にも伝ばするからである。

R^* が 11 以上に増大すると, リング渦からスチュアート渦への変化が見られる。この変化の様子を図 8 に示す。 R^* の増大につれリング渦は外側の渦の角部から切断され, 次第に 4 本のスチュアート渦へと変化するが, 極には常にリング渦 (1 個) が観察される。リング渦の回転方向が内球と同じであるのに対し, スチュアート渦は逆方向である。また後述のようにリング渦がスチュアート渦より速く回転する。速く回転するリング渦と遅く逆方向に回転するスチュアート渦の位置関係が時間的に変化する。図 8 中の $R^* = 11.20$ の場合に示されているように, スチュアート渦の中にあるリング渦が回転しながら, 極に向かって小さくなってゆくと, その外側にある 4 本のスチュアート渦が逆回転しながら極へ近寄っていくが, それと同時に末端の部分 (スチュアート渦の極寄りの先端) が延びてゆき, ついに互いにつながりリング状となる。このリング状のものが回転しながら, スチュアート渦から完全に離れて, 前述の一つのリング渦に発達する。これと同時に最初のリング渦が極において消滅する。 $R^* = 11.30$ になると極では内球と同方向に回転する波数 $T_r = 4$

図 8 リング渦からスチュアート渦への遷移

図 9 スチュアート渦の断面構造 ($R^* = 12.00$)

の小さい進行波が生じる。

図 9 はスチュアート渦の子午線断面写真とその模写図である。スチュアート渦は内球壁面近くのエクマン境界層に生じ, 子午線断面において極に向かって移動する。前報⁽¹²⁾ では, ある R^* のところでスチュアート渦の本数 S_r が変化すると同時に, その回転方向が逆転する現象が見られたが, 今回の実験ではスチュアート渦の回転方向も波数も一定不変で, 渦の消滅まで同じ状態が続いた。

せん断波動とスチュアート渦は $\beta = 0.14 \sim 0.206$ の範囲のすきま比に対してのみ発生が認められる。表 2 にこれらの渦の発生状況をまとめた。せん断波動とスチュアート渦の発生の R^* 範囲は環状 TG 渦のセル数 N の影響を受ける。一般にこれらの発生の R^* 範囲が N の増大に対し減少する傾向がある。しかしスチュアート渦が $\beta = 0.14$ では $N = 0$ と 2 のとき, また $\beta =$

0.206 では $N=4$ のときには発生しない。

3.4 かく乱の波動伝ば速度 (回転周波数) の考察

図 10 に各種のかく乱の基本周波数の R^* 依存性を示す。図 10 の上方に流れモードの遷移レイノルズ数比 R^* が示されている。 f_R と f_P の値がほぼ 1 で、 R^* に依存しないが、 f_U が R^* とともに増大する。内向き境界流線の振動 f_{BI} が内部波動 f_L と同調し ($f_{BI}=f_L$)、 R^* の増大に対して減少する傾向がある。 $R^*=14$ で f_{BI} の値が急減するのは内部波動の波数が $m=9$ から 8 へ変化するためである。 $R^*=19$ では $m=16$ の f_{BI} が発生するが、この振動がツイスト f_T と同調している。また外向き境界流線の振動 f_{BO} がせん断波動 f_H と

図 10 基本周波数の R^* 依存性

図 11 基本周波数の天頂角依存性 (ここで I と O はそれぞれ内向き境界流線と外向き境界流線を表す)

同調し、 R^* の増大に対して減少する。

図 11 はこれらの基本周波数の θ 分布を示したもので、これより前述の渦と境界流線の振動との関連を理解することができる。図 11 中で I と O と記した破線はそれぞれ内向きおよび外向き境界流線を、黒丸と実線は渦構造が観察できる θ 範囲を示す。また白丸と破線は渦構造が観察できないが、かく乱成分が検出できる θ 範囲を示す。リング渦による変動 f_R が二次流れ領域の全域に伝わるのに対し、スチュアート渦の f_U の伝ば範囲があまり大きくないことがわかる。流れモード III OTSt における f_{L1} は TG 渦セル内でのみ検出でき、二次流れ中には伝わらない。なぜなら図 5 (a) で示したように内部波動は内向き境界流線だけの振動に対応するもので、外向き境界流線が静止しているからである。流れモード IV OTSh においては f_{L2} が TG 渦セル中のみにとどまらず二次流れ領域でも検出できるが、これは外向き境界流線がせん断波動と同調して振動し、 f_{L2} のかく乱が f_H のかく乱を通して、外へ伝えられるからである。流れモード IV T においては二次流れが乱れ、ツイストの周期性が弱い (f_T がやや帯状になっている) ため、 f_T が TG 渦領域でしか検出

図 12 波動の伝ば速度の R^* 依存性

図 13 せん断波動の波動速度とすきま比の関係

できない。

図 12 は各かく乱の伝ば速度 (回転周波数) を示したものである。リング渦と極の進行波の伝ば速度 (f_R/m と f_P/T_P) は一定値を保つが、スチュアート渦の伝ば速度 (f_U/S_T) が R^* の増大につれて増大する (図 12 中マイナス記号は伝ば方向が逆であることを表す)。これに対し内部波動 f_L/m , ツイスト f_T/T_w , せん断波動 f_H/S_H および波状外向き境界流線の伝ば速度 f_{Bo}/m は R^* の増大に対し減少する。ここで注目すべきことは $f_T/T_w = f_{Bi}/m$ が $f_L/m = f_{Bi}/m$ の延長線上に乗っていることから、内部波動とツイストが同性質の波動であると考えられることである。同様の理由によって、波状外向き境界流線の振動はせん断波動と同性質のものといえる。また f_{Bo}/m が f_{Bi}/m の約 2 倍の大きさであるのも興味深い。さらに f_{Bo}/m と f_{Bi}/m を $\beta \leq 0.14$ の場合に TG 渦上に発生する進行波動⁽¹³⁾ の f_w/m と比較すると、進行波動の伝ば速度は前者の中間の大きさであることがわかる。

図 13 はせん断波動の波動速度についてこれまでの報告⁽⁷⁾⁽¹²⁾ と比較したものである。 β の増大に対し f_H/S_H は減少の傾向を示すが、 N によって値が相違するので統一的に結論が得られない。

4. 結 言

すきま比 $\beta=0.2$ の場合の内球回転 2 球間クエット流れの超臨界流に現れるかく乱の構造を考察した結果、以下の結論を得た。

(1) このすきま比で発生するかく乱の種類は内部波動, リング渦, スチュアート渦, せん断波動, ツイストおよび境界流線の振動である。

(2) リング渦は方位角方向に 4 個の波を持ち, 方

位角方向に 1 波長 ($\lambda_\theta=90^\circ$) 進むと, 天頂角方向へ 1 波長 ($\lambda_\phi=10^\circ$) 伝ばする。

(3) スチュアート渦は内球回転方向と逆向きに伝ばし, 伝ば速度が小さいが, R^* の増大につれて増加する傾向を持つ。

(4) 内部波動が内向き境界流線の振動と関連して発生するかく乱で, R^* の増大に対しツイストへと生長する。

(5) 外向き境界流線の振動はせん断波動と関連しており, 両者の伝ば速度が一致する。

(6) 外向き境界流線の振動の伝ば速度が内向き境界流線の約 2 倍である。

(7) スチュアート渦とリング渦以外のかく乱の伝ば速度が R^* の増大に対し減少する。

文 献

- (1) Sawatzki, O. and Zierep, J., *Acta Mech.*, **9** (1970), 13.
- (2) Munson, B. R. and Joseph, D. D., *J. Fluid Mech.*, **49-2** (1971), 289.
- (3) Wimmer, M., *J. Fluid Mech.*, **78-2** (1976), 317.
- (4) Nakabayashi, K., *J. Fluid Mech.*, **132** (1983), 209.
- (5) Nakabayashi, K. and Tsuchida, Y., *J. Fluid Mech.*, **194** (1988), 101.
- (6) Nakabayashi, K. and Tsuchida, Y., *J. Fluid Mech.*, **195** (1988), 495.
- (7) Bühler, K. and Zierep, J. (Kozlov, V. V., ed.), *Laminar-turbulent Transition*, (1984), 677, Springer.
- (8) Tuckerman, L. S., Formation of Taylor vortices in spherical Couette flow. Ph. D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, (1983).
- (9) Marcus P. S. and Tuckerman L. S., *J. Fluid Mech.*, **185** (1987), 1.
- (10) Marcus P. S. and Tuckerman L. S., *J. Fluid Mech.*, **185** (1987), 31.
- (11) 中林・ほか 3 名, 機論, **53-487**, B (1987), 782.
- (12) 中林・土田, 機論, **55-517**, B (1989), 2568.
- (13) 中林・鄭, 機論, **55-517**, B (1989), 2574.