非円形渦輪の変形と分裂の数値解析*

石井 素*¹, 木谷 勝*²Numerical Simulation on Deformation and Splitting
of a Noncircular Vortex Ring

Hajime ISHII and Masaru KIYA

In order to obtain information on vortical structures of noncircular jets, this paper describes the results of a vortex dynamics simulation on deformation of a pseudoelliptic vortex ring which consists of two parallel line segments of the same length connected by two semicircles of the same radius R . The cross section of the pseudoelliptic vortex ring was represented by one vortex blob to determine the evolution of its topology as a function of the aspect ratio $L/(2R)$, where L is the length of the major axis. In a range of aspect ratio $L/(2R)=2.0\sim 20.0$, the vortex ring was found to have four fundamental patterns of deformation: pseudoperiodic axis switching; splitting into two vortex rings after axis switching; splitting into two vortex rings and their reconnection into a distorted vortex ring; splitting into three distorted vortex rings. Elimination of two antiparallel vortex blobs in close proximity was a useful means of extending the range of calculation of the deformation without having divergence of vorticity of the vortex blobs. Dynamical invariants of three-dimensional inviscid vortical motion were actually conserved within 10 % of the corresponding initial values until the divergence of vorticity took place.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Three-Dimensional Flow, Vortex Dynamics, Vortex Blob Method, Vortex Rings, Noncircular Jets

1. はじめに

非円形噴流は、円形噴流あるいは二次元噴流に比較して、下流への拡大率、周囲流体との混合が大きい。例えば、長径・短径が2:1のだ円噴流の混合は円形噴流のその数倍である⁽¹⁾。

ノズルやオリフィスから放出される噴流の出口近傍では、出口と同一形状の渦輪が形成されており、これらの渦輪が下流に移動する過程で前後の渦輪と相互作用をして、複雑な渦構造を形成する。このような非円形噴流の特性を理解する上で、噴流の出口形状と同一形状の渦輪の変形過程が有用な知識を与える。例えば、適当な周波数で励起された正方形および正三角形の噴流は、下流への距離の増加とともに、辺が回転することが実験的に明らかにされている⁽²⁾。これに対応して単一の正方形渦輪、正三角形渦輪も辺の回転を示す^{(2)~(4)}。さらに、長径・短径比（アスペクト比と呼ぶ）が4:1のだ円噴流の分岐に対応して、だ円形渦輪も2個の渦輪に分裂することが報告されている⁽⁵⁾。だ円

形噴流、長方形噴流などの細長い噴流はアスペクト比の大小によって軸の切り換えあるいは分岐を引き起こす⁽⁶⁾ので、細長い形状の渦輪をアスペクト比を変化させて、系統的に調べることは工学的に重要である。過去にアスペクト比が1.25~5.0のだ円渦輪に対する計算と実験が行われているが⁽⁷⁾、さらに広範囲のアスペクト比について解析する必要がある。

本論文は、このような観点にたつて、図1のような長方形の二つの短辺をその長さに等しい直径をもつ半円で置き換えた細長い形状の渦輪（擬だ円渦輪と呼ぶ）の変形と分裂を、三次元離散渦法を用いた数値解析によって明らかにしたものである。解析の結果、アスペクト比が2~20の範囲では、擬だ円渦輪の変形・分裂には4種類のパターンがあることがわかった。

2. 数値解析法

図1に擬だ円渦輪および主な記号の定義を示す。渦輪の中心線の長径を L 、短径を $2R$ (R : 半円部分の半径) とする。中心線の曲率が連続的に変化するだ円形渦輪と異なり、擬だ円渦輪は直線部と半円部のつなぎ目で曲率が不連続となるが、だ円形渦輪でアスペクト比が大きい場合、長径の両端の曲率が大きくなることに伴う数値解析上の困難を回避できる。実用的にも擬

* 平成2年3月31日 第67期通常総会講演会において講演、原稿受付 平成2年11月30日。

^{*1} 正員、北海道大学大学院 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)。

^{*2} 正員、北海道大学工学部。

だ円ノズルのほうがだ円ノズルより製作が容易である。なお、アスペクト比 3:1 の擬だ円ノズルから放出される噴流に関する実験的研究も行われている⁽⁸⁾。

本研究の三次元離散渦法では、渦管をその中心線に沿って多数の要素(渦要素と呼ぶ)に分割し、すべての渦要素の運動を計算することによって渦輪の全体としての変形を求める。任意の時刻における渦要素 a (a : 渦要素の番号) は、その中心の位置ベクトル $\mathbf{x}^a$ 、渦度ベクトル $\boldsymbol{\omega}^a$ 、体積 $d^3\mathbf{x}^a$ によって規定される。

渦要素 a の中心 $\mathbf{x}^a$ に誘起される速度 $\mathbf{u}^a$ は、特異性を取り除いた Biot-Savart の法則

$$\frac{D\mathbf{x}^a}{Dt} = \mathbf{u}^a = -\frac{1}{4\pi} \sum_b \frac{\mathbf{r}^{ab} \times \boldsymbol{\gamma}^b}{r_{ab}^3} q \left(\frac{r_{ab}}{\sigma_b} \right) \quad \dots\dots (1)$$

ここに

$$\mathbf{r}^{ab} = \mathbf{x}^a - \mathbf{x}^b, \quad r_{ab} = |\mathbf{r}^{ab}|$$

$$\boldsymbol{\gamma}^a = \boldsymbol{\omega}^a d^3\mathbf{x}^a$$

$$q(\xi) = \xi^3 / (\xi^2 + a)^{3/2} \quad (a: \text{定数})$$

から計算される⁽⁹⁾。定数 a の値は、渦核内の渦度分布によって決まり、これが Gauss 分布 $(\Gamma/\pi\sigma^2) \exp(-s^2/\sigma^2)$ (Γ : 循環, σ : 渦核半径, s : 半径) のときは $a=0.4131$ である。本論文ではこの値を採用する。

渦要素の強さ $\boldsymbol{\gamma}^a$ は、粘性項を無視した渦度方程式を変形して得られる式

$$\begin{aligned} \frac{D\boldsymbol{\gamma}^a}{Dt} = & \frac{1}{4\pi} \sum_b \left\{ \frac{\boldsymbol{\gamma}^b \times \boldsymbol{\gamma}^a}{(r_{ab}^2 + a\sigma_b^2)^{3/2}} - \frac{3(\boldsymbol{\gamma}^b \times \mathbf{r}^{ab})(\boldsymbol{\gamma}^a \cdot \mathbf{r}^{ab})}{(r_{ab}^2 + a\sigma_b^2)^{5/2}} \right\} \\ & \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

を用いて計算する。

流体の粘性を無視すれば $d^3\mathbf{x}^a$ は一定である。渦要素を半径 δ_a 、長さ l_a の円筒形としたとき体積は

$$d^3\mathbf{x}^a = \pi\delta_a^2 l_a \quad \dots\dots\dots (3)$$

である。渦要素の循環 Γ は

$$\Gamma = \pi\delta_a^2 |\boldsymbol{\omega}^a| \quad \dots\dots\dots (4)$$

で与えられる。 Γ と δ_a の値が与えられたとき、渦度 $\boldsymbol{\omega}^a$ の値は式(4)から求められる。

擬だ円渦輪の変形に伴い、渦要素は伸縮(主に伸長)を受けるので、その長さは時間とともに変化する。伸長によって渦要素の長さ l_a が初期値 $(l_a)_{t=0}$ の 2 倍以上になったときは、これを長さ $l_a/2$ の二つの渦要素に分割した。渦核半径 σ_a は渦要素が分割されるまでは一定とし、分割されたときは

$$\sigma_a = (\sigma_a)_{t=0} \left\{ \frac{d^3\mathbf{x}^a}{(d^3\mathbf{x}^a)_{t=0}} \right\}^{1/3} \quad \dots\dots\dots (5)$$

とした。渦要素の半径 δ_a 、長さ l_a はその伸縮に伴い循環および体積が一定となるように変化させた。

後に述べるように、アスペクト比の大きい擬だ円渦輪では二つの部分が接触し、その後で分裂する変形モードがある。このとき接触部分を構成する渦要素の渦度が急激に増加し、計算を続けることができなくなる。これを避けるために、渦度ベクトルの向きが反対の二つの渦要素が、ある距離まで接近して次の条件を満たした場合、これらの渦要素を消去した。

$$-1.0 \leq \frac{\boldsymbol{\gamma}^a \cdot \boldsymbol{\gamma}^b}{|\boldsymbol{\gamma}^a||\boldsymbol{\gamma}^b|} \leq -0.995, \quad \frac{r_{ab}}{\sigma_b} \leq 4.0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

この後さらに渦度の発散が生じたときはその段階で計算を打ち切った。

渦要素の位置および強さの時間発展は次の Adams-Bashforth 法によって計算する。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+\Delta t) = & \mathbf{x}(t) + \frac{1}{2} \{ 3\mathbf{u}(t) - \mathbf{u}(t-\Delta t) \} \Delta t \\ \boldsymbol{\gamma}(t+\Delta t) = & \boldsymbol{\gamma}(t) \\ & + \frac{1}{2} \left\{ 3 \left(\frac{D\boldsymbol{\gamma}}{Dt} \right)_{(t)} - \left(\frac{D\boldsymbol{\gamma}}{Dt} \right)_{(t-\Delta t)} \right\} \Delta t \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここに、 t は時間、 Δt は計算を進める時間間隔である。三次元離散渦法においては、渦輪を構成する渦要素の連結性が強制されていないので、渦度ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ はソレノイダル条件 $\nabla \cdot \boldsymbol{\omega} = 0$ を厳密には満足していない。そのため、図 1 の渦輪のように、静止した非粘性流体中を有限の大きさをもつ渦領域が運動するときに、一定に保たれるべき運動エネルギー、ヘリシティ、運動量、角運動量および全渦度は必ずしも一定にならない可能性がある。本計算ではこれらの物理量の時間変化を求め、計算結果の物理的妥当性を判断する一つの基準とした。

初期状態において連続な渦度領域を多数の渦要素の集合によって置き換えたとき、式(1)および式(2)を基礎方程式とする離散渦法の計算結果が、渦要素の増

図 1 擬だ円渦輪の定義

加とともに Euler 方程式の解に収束することが証明されている⁽¹⁰⁾。図1の渦輪についていえば、その断面を多数の渦要素に分割し、かつ中心軸に沿って配列することを意味する⁽¹¹⁾。これに対して本計算では渦輪の断面を一つの渦要素によって置き換えているので、厳密解への収束は必ずしも保証されていない。しかし、渦輪が十分に細い($\sigma/R \ll 1$)ときには本計算結果は、渦糸近似法⁽⁷⁾による計算結果と同一になるものと考えられる。言い換えれば、本計算法は細い渦輪の運動を数値的に解析するための一つの離散化法と解釈することができる。この離散化法の妥当性は実際の計算結果における前述の5個の物理量の保存性および渦要素の連結性によって判定できる。

3. 数 値 計 算

数値計算は次の初期形状をもつ擬だ円渦輪について行った。

渦 核 半 径： $\sigma/R=0.2$

渦要素の長さ： $l/R=0.1571$

(半円部分を20等分したことに対応する)

アスペクト比： $L/(2R)=2.0 \sim 20.0$

すべての計算において短半径 $R=0.01$ m, 循環 $\Gamma=0.0225$ m²/s とした。非粘性流体では R と Γ は渦輪の変形の時間スケール R^2/Γ を与えるので、それぞれの値を一定にしても一般性が失われることはない。渦核半径 σ と隣り合う二つの渦要素の間隔 h との比は $\sigma/h=1.27$ である。なお、本計算によって求めたこの円形渦輪の移動速度と Saffman の理論値 $V_c=(\Gamma/4\pi R)\{\ln(8R/\sigma)-0.558\}$ ⁽⁹⁾ との差は2%以内であった。渦要素を

移動させる時間間隔は $\Gamma\Delta t/R^2=0.00500$ とした。この値を1/2にしても、後に示す分裂時間などの計算結果に有意な差はなかった。なお、この時間間隔を同じ渦核半径 $\sigma/R=0.20$ をもつ円形渦輪の移動速度 V_c を使って無次元化すると $V_c\Delta t/R=0.00126$ となる。この Δt の値は円形渦輪がその半径 R に等しい距離を進む時間の1/500以下であり、十分に小さいと考えてよい。

4. 計算結果および考察

4.1 変形の様式 アスペクト比 $L/(2R)$ の値によって、擬だ円渦輪は以下に述べる4種類の基本的な変形を示す。

(1) モード I (図2)：渦輪の長軸と短軸が切替わるモード [$2 < L/(2R) < 4$] 渦輪は全体として回転しているのではなく、単に長軸と短軸が入れ換わるような変形をしている。図2には4回の切り替えが示されているが、切り替えごとに変形の変形効果が残るために、変形は擬周期的である。無次元時間 $t^*(=\Gamma t/R^2)=72.0$ においては、渦要素の配列が不規則になる。この後すぐに局所的な渦要素の塊が形成され、そこで渦要素の急激な増殖が起こる。これは、渦度の急激な増加(渦度の発散)が起こることに対応している。この渦度の発散は計算方法に粘性を陽に組み込んでいないことに起因すると推測される。

図6に軸の切り替えの周期 τ_{sw} とアスペクト比 $L/(2R)$ の関係を示す。切り替え周期についてはさらに二つの渦核半径 $\sigma/R=0.10, 0.15$ に対する計算結果も示してある。なお周期 τ_{sw} は、渦要素の z 方向座標(図

(a) $\Gamma t/R^2=0.0$; (b) 18.0; (c) 36.0; (d) 54.0; (e) 72.0

図2 モード I：長軸と短軸の擬周期的な切り替え [$L/(2R)=1.94$]

1 参照) の偏差

$$\Delta z = \sum_a \left(z_a - \frac{1}{N} \sum_p z_p \right)^2 \dots\dots\dots (8)$$

が極小値をとる時間間隔とした。ここに N は渦要素の数である。本計算の時間範囲では、周期 τ_{sw} は切り回りの回数が増加しても一定であった。周期はほぼアスペクト比の増加とともに直線的に増加することがわかる。これは、擬だ円渦輪の変形が主として半円形の部分から始まるために、アスペクト比が大きいほどこの変形が平行部分に伝ばするまでに長い時間を要するからである。また、周期 τ_{sw} は渦核半径 σ の小さいほど短くなる。これは σ の小さいほど渦要素による誘起速度が大きくなり、変形がより早く進行するからである。

(2) モード II (図 3) : 長軸と短軸が 1 回切換ってから 2 個の渦輪に分裂するモード [$5 < L/(2R) < 8$] 分裂した直後には、二つの渦輪はわずかではあるが互いに近づく方向の移動速度をもっている。したがって、十分に長い時間後では、二つの渦輪の相互干渉が生ずる可能性がある。しかし、本計算では $t^* = 84.0$ のすぐ後で、過度の発散が生じるためその段階まで計算を進めることができなかった。初期状態の擬だ円渦輪が二つに分裂する時刻 τ_{sp} とアスペクト比の関係を図 7 に示す。このモード II における分裂時間 τ_{sp} はアス

ペクト比とともにほぼ直線的に増加する。

(3) モード III (図 4) : 軸の切り回りをしないで 2 個の渦輪に分裂し、これらがさらに再結合して一つの渦輪になるモード [$9 < L/(2R) < 11$] 分裂の直後に形成された二つの渦輪は、互いに斜めに衝突する方向の移動速度をもっている。そのため、二つの渦輪は再結合して、長軸と短軸が切換った一つの渦輪を形成する。この傾向は実験においても認められる⁽¹²⁾。図 7 に第 1 回めの分裂が発生する時刻 τ_{sp} を示してある。モード III の範囲でも τ_{sp} は直線的に増加しているが、その値はモード II の場合よりも小さい。

(4) モード IV (図 5) : 軸の切り回りをしないで 3 個の渦輪に分裂するモード [$12 < L/(2R) < 20$] $L/(2R) = 20.0$ は本計算で採用したアスペクト比の上限である。分裂するとき ($t^* = 60.0$) に形成される中央部分の渦輪は、 $L/(2R)$ が 12 よりやや大きいときには著しく x 方向に扁平になるので、対向する渦要素の核が重なり合ってしまう。この状況ではこれらの渦要素の渦度は粘性のために相殺されてしまうものと考えられる。したがって、このときの変形はモード III に分類すべきかもしれないが、本計算では渦度の相殺の程度が明らかでないので、モード IV に属するものとした。モード III とモード IV の境界をなすアスペクト比の値を正確に求めることは困難である。

(a) $\Gamma t/R^2 = 0.0$; (b) 36.0; (c) 60.0; (d) 84.0

図 3 モード II : 軸の切り回りの後 2 個に分裂 [$L/(2R) = 5.87$]

図7に渦輪が3個に分裂するまでの時間を示す。モードIVの分裂時間はアスペクト比にかかわらずほぼ一定であることがわかる。

図5の $t^*=60.0$ における3個の渦輪の配列をみると、中央部の小さな渦輪はその両側の大きな渦輪よりも移動速度が大きく、後者よりも先行するようである。両側の渦輪の移動速度は、さらに時間が経過したとき両者が衝突する方向を向いている。この衝突によってこれら二つの渦輪は再結合のあと再分裂をして、初期状態の長軸と垂直な方向に移動すると推測される⁽¹³⁾。 $t^*=60.0$ のすぐ後で渦度の発散が生じたので、再結合・再分裂の過程まで計算を進められなかった。

しかし、可視化実験の結果⁽¹²⁾は上の推測と矛盾しないようにみえる。

擬だ円渦輪が(第1回めの)分裂を行うまでの間に移動する距離 x_{sp} は、例えば、 $L/(2R)=4.93$ (モードII)のとき $x_{sp}/(2R)\approx 3.0$; $L/(2R)=9.95$ (モードIII)のとき $x_{sp}/(2R)\approx 2.0$; $L/(2R)=14.98$ のとき $x_{sp}/(2R)\approx 2.5$ である。すなわち、分裂はノズルのすぐ下流(2~3)($2R$)の位置で起こる。

分裂時間 τ_{sp} はモードIIとモードIIIを分けるアスペクト比(約8)において不連続的な変化を示す。モードIIで分裂までの時間が長いのは、長軸と短軸の切替りに要する時間が含まれるからである。

(a) $\Gamma l/R^2=0.0$; (b) 38.5; (c) 46.5; (d) 64.5; (e) 73.5

図4 モードIII: 2個の渦輪に分裂の後再結合 [$L/(2R)=8.85$]

(a) $\Gamma l/R^2=0.0$; (b) 18.0; (c) 45.0; (d) 60.0

図5 モードIV: 3個の渦輪に分裂 [$L/(2R)=12.0$]

4.2 力学的特性量 非粘性流体の渦運動において、渦領域が有限の領域を占めており、ここから十分離れた位置の流速が零のときには、運動エネルギー T 、ヘリシティ H 、運動量 I 、角運動量 A 、全渦度 Ω は保存される。これらの力学的特性量は次式によって与えられる。

$$\frac{T}{\rho} = \frac{1}{2} \int \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} d^3x = \int_0^\infty E(k) dk \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$H = \int \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega} d^3x = \int_0^\infty F(k) dk \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\Omega = \int \boldsymbol{\omega} d^3x = \sum_a \boldsymbol{\gamma}^a \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{I}{\rho} = \frac{1}{2} \int \mathbf{x} \times \boldsymbol{\omega} d^3x = \frac{1}{2} \sum_a \mathbf{x}^a \times \boldsymbol{\gamma}^a \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{A}{\rho} &= \frac{1}{3} \int \mathbf{x} \times (\mathbf{x} \times \boldsymbol{\omega}) d^3x \\ &= \frac{1}{3} \sum_a \mathbf{x}^a \times (\mathbf{x}^a \times \boldsymbol{\gamma}^a) - \frac{8}{9} \pi \int_0^\infty \xi^4 p(\xi) d\xi \sum_a \sigma_a^2 \boldsymbol{\gamma}^a \\ &\quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここに $E(k)$ はエネルギースペクトルであり、速度のフーリエ変換を用いて次式のように求められる。

$$E(k) = E_0(k) + E_{\text{int}}(k)$$

$$E_0(k) = \frac{1}{6\pi^2} \sum_a \sigma_a^2 k^2 \{K_1(a^{1/2} \sigma_a k)\}^2 (\boldsymbol{\gamma}^a \cdot \boldsymbol{\gamma}^a)$$

$$\begin{aligned} E_{\text{int}}(k) &= \frac{1}{4\pi^2} \sum_{a,b} a \sigma_a \sigma_b k^2 K_1(a^{1/2} \sigma_a k) \\ &\quad \times K_1(a^{1/2} \sigma_b k) \{(\boldsymbol{\gamma}^a \cdot \boldsymbol{\gamma}^b) \phi_1(kr_{ab}) \\ &\quad + (\boldsymbol{\gamma}^a \cdot \mathbf{n}^{ab})(\boldsymbol{\gamma}^b \cdot \mathbf{n}^{ab}) \phi_2(kr_{ab})\} \end{aligned}$$

ただし、 K_1 は変形ベッセル関数、 $\mathbf{n}^{ab} = \mathbf{r}^{ab}/|\mathbf{r}^{ab}|$ および

$$\phi_1(y) = \frac{1}{y^3} \{(y^2 - 1) \sin y + y \cos y\}$$

$$\phi_2(y) = \frac{1}{y^3} \{(3 - y^2) \sin y - 3y \cos y\}$$

である。ヘリシティスペクトルも同様に求められる

$$F(k) = F_{\text{int}}(k)$$

$$\begin{aligned} F_{\text{int}}(k) &= \frac{1}{2\pi^2} \sum_{a,b} a \sigma_a \sigma_b K_1(a^{1/2} \sigma_a k) K_1(a^{1/2} \sigma_b k) \\ &\quad \times \frac{k^2}{r_{ab}^2} \left(\frac{\sin kr_{ab}}{r_{ab}} - \cos kr_{ab} \right) (\boldsymbol{\gamma}^a \times \boldsymbol{\gamma}^b) \cdot (\mathbf{x}^a - \mathbf{x}^b) \end{aligned}$$

となる。なお、エンストロフィも同様の方法で計算することができるが、ここでは省略する。

角運動量 A の第2項に含まれる積分は、ここで採用した渦度分布関数 $p(\xi)$ については対数的に発散するので、以下に示す A の計算ではこの項を省略してある。ただし、 $p(\xi)$ としてより高次の式を採用すれば⁽¹⁴⁾、この積分は有限となる。

図8に $\sigma/R=0.20$ 、 $L/(2R)=8.85$ (モードIII, 図4) に対する全エネルギー T 、ヘリシティ H 、運動量 I の z 方向成分 I_z の時間発展を示す。 $t^*=60.0$ 以降は全エネルギー、運動量ともに減少しているが、これは先に述べた渦要素の消去によってその数が減少していることによる。ここには示していないが、図8の時間範囲では運動量の x, y 方向成分は z 方向成分の $1/100$ 以下、角運動量の3成分の変動は $1.2\Gamma R^3$ 以下、全渦度の3成分の変動は $0.45\Gamma R$ 以下であった。他のアスペクト比においても、渦要素の急激な増殖が起こるまでは、全エネルギー、運動量の時間変化はたかだか10%以内であった。ヘリシティ、角運動量、全渦度は擬円渦輪では零となるはずであるが、時間進行に伴い変化する傾向がみられた。しかしその大きさは渦度の発散が生じるまでは、ヘリシティは $2.0\Gamma^2$ 以下、角運

(○ : $\sigma/R=0.20$, △ : $\sigma/R=0.15$, ● : $\sigma/R=0.10$)

図6 軸の切り換りの周期とアスペクト比の関係

図7 分裂時間とアスペクト比の関係($\sigma/R=0.20$)

(a) 全エネルギー；(b) ヘリシティ；(c) 運動量 [(a)の2本の水平な直線は全エネルギーの初期値の0.9倍と1.1倍を示す]

図8 力学的特性量の時間変化 [$L/(2R)=8.85$]

動量は $12.5\Gamma R^3$ 以下、全渦度は $1.0\Gamma R$ 以下であった。

5. 結 論

非円形噴流の渦構造と発達過程を調べるための基礎資料を得ることを目的として、擬だ円渦輪の変形過程を三次元離散渦法によって計算した。主な結果は次のとおりである。

(1) 擬だ円渦輪はアスペクト比 $L/(2R)$ の値によって四つの基本的な変形過程を示す：長軸と短軸が次々と切替る(モードI)；長軸と短軸が1回入れ換わった後で2個の渦輪に分裂する(モードII)；長軸と短軸が切替ることなく2個の渦輪に分裂し、その後再結合して一つの渦輪になる(モードIII)；軸が切替わるこ

となく3個の渦輪に分裂する(モードIV)。

(2) モードIにおける軸の切替り周期はアスペクト比および渦核半径の増加とともに増加する。

(3) モードII, IIIにおける分裂時間はアスペクト比とともに増加するが、モードIVでは分裂時間はアスペクト比によらず一定である。

(4) モードII, III, IVにおける分裂は擬だ円渦輪が初期状態から短直径の2~3倍移動した位置で起こる。

(5) 全エネルギー、運動量の時間的変化は、渦輪の変形・分裂後の渦度の発散が生じるまでは初期値のたかだか10%以内である。

本研究に関する有益な討論と可視化実験結果の提供をいただいた北海道工業大学 豊田国昭教授に謝意を表する。

文 献

- (1) Ho, C. M. and Gutmark, E., *J. Fluid Mech.*, **179** (1987), 383.
- (2) 豊田, Hussain, F., 機論, **55-518**, B (1989), 3205.
- (3) Koshigoe, S., Gutmark, E., Schadow, K. C. and Tubis, A., *AIAA J.*, **27** (1989), 411.
- (4) Kambe, T. and Takao, T., *J. Phys. Soc. Japan*, **31-2** (1971), 591.
- (5) Hussain, F. and Husain, S., *J. Fluid Mech.*, **208** (1989), 257.
- (6) 土屋・羽田・堀越・佐藤, 機論, **51-461**, B (1985), 85.
- (7) Dhanak, M. R. and De Bernardinis, B. J., *Fluid Mech.*, **109** (1989), 189.
- (8) Schadow, K. C., Gutmark, E., Koshigoe, S. and Wilson, K. J., *AIAA J.*, **27** (1989), 1347.
- (9) Leonard, A., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **17** (1985), 523.
- (10) Anderson, C. and Greengard, C., *SIAM J. Numer. Anal.*, **22** (1985), 413.
- (11) 北村・石井・木谷, 第4回数値流体力学シンポジウム講演集, (1990), 227.
- (12) 豊田, 私信.
- (13) Aref, H. and Zawadzki, I., (Moffat, H. K. and Tsinober, A., Eds), *Topological Fluid Dynamics*, (1990), 535, Camb. Univ. Press.
- (14) Winckelmans, G. and Leonard, A., (Cafisch, R. E., Ed), *Mathematical Aspects of Vortex Dynamics*, (1989), 25, SIAM Philadelphia.