二次元振動翼列の非粘性流解析*

鹿野 芳雄^{*1}, 名村 清^{*1}Numerical Analysis of Two-Dimensional Inviscid Flows through
an Oscillating Cascade

Yoshio SHIKANO and Kiyoshi NAMURA

A numerical technique for the computation of two-dimensional unsteady inviscid flows through an oscillating cascade is presented. To consider the oscillational phase difference between two blades, a concept of time phase shift is introduced on the periodic boundaries. A finite volume method is used to obtain the spatially discretized governing equations, while the second-order accurate Adams-Bashforth method is employed for the time integration. The example problems are the unsteady flows through oscillating cascades of the lens-type blades and compressor blades, and oscillational phase difference is chosen as a computational parameter. The present method gives unsteady periodic flow fields including the aerodynamic forces and moments acting on the blade clearly, and the positive damping energies are obtained in both test problems through all oscillational phase differences.

Key Words: Numerical Analysis, Cascade, Unsteady Flow, Forced Vibration, Flutter, Compressible Flow, Turbomachinery

1. 緒 言

タービンや圧縮機などの流体機械の翼が何らかの原因で振動すると、翼に働く流体力やモーメントが非定常的に変動し、これらが翼振動系に対して振動力として働く場合には、フラッタにより翼の破損事故を引き起こすことがある。したがって、翼が振動したときの非定常流体力やモーメントが、翼振動系に対して励振力として働くのか、あるいは、減衰力として作用するのかを事前に予測することは、流体機械の信頼性向上を図るために重要となる。

これまで、振動翼列に働く流体力やモーメントを数値解析で求める場合、翼の微小振動を仮定した微小じょう乱法が多く用いられていたが、振動振幅が大きい場合や、流体の粘性を考慮した計算は困難であった。幸い、近年の計算機の発展は著しく、大容量の計算を高速で行うことが可能になってきており、Euler方程式やNavier-Stokes方程式を用いる方法も提案されてきた。例えば、Huffら⁽¹⁾やGerolymos⁽²⁾の二次元非粘性流解析、Huff⁽³⁾の二次元粘性流解析などがある。

しかし、これらの方法では、各計算時刻における周期境界条件の適用を前提としているために、翼間を構成する二つの翼が位相の異なる振動をする、すなわち、翼間振動位相差を有して振動する場合には、位相差に応じて複数の翼間流れ解析領域を同時に計算する必要があり、計算量は増加するものと考えられる。

本論文では、翼列を構成する二つの翼が、任意の翼間振動位相差を有して振動する場合の二次元翼間流れを、一つの翼間流れ解析領域を対象として計算する解析手法を提案する。作動流体は、非粘性流体であると仮定し、任意の翼間振動位相差を考慮するために、過去の時刻における状態量を使用する時間位相遅れの周期境界条件設定法を導入している。

2. 支配方程式と境界条件

図1に解析領域を示す。本論文では、図1の下方の翼をNo.1翼、上方の翼をNo.2翼と呼び、No.1翼とNo.2翼が、翼間振動位相差を有して振動するときの翼間流れを計算する。このとき、翼振動にともなう解析領域の変化を記述するために、時々刻々計算格子を移動させているが、各時刻の格子座標は、あらかじめ作成しておいた代表的な振動位相における格子座標を、計算時刻の振動位相で補間して求めている。この

* 平成2年9月24日 第68期全国大会講演会において講演、原稿受付 平成2年11月21日。

^{*1} 正員、(株)日立製作所 機械研究所 (〒317 日立市幸町3-1-1)。

ような格子の移動を含めた圧縮性流体の二次元非粘性流を記述する支配方程式は、直交座標系 (x, y) で境界 $\Gamma(t)$ を有する微小領域 $\Omega(t)$ を考え、時刻 t_1 から t_2 までの積分形式で書くと、次式のように表すことができる。

$$\iint_{\Omega(t)} \vec{U} \cdot d\vec{\Omega} = - \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Gamma(t)} \vec{F}(\vec{U}, \vec{n}, \vec{b}) \cdot d\vec{\Gamma} dt \quad \cdots (1)$$

ここで、式(1)のベクトル $\vec{U}$ 、および $\vec{F}$ は、

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix}, \quad \vec{F}(\vec{U}, \vec{n}, \vec{b}) = (\vec{V} - \vec{b}) \cdot \vec{n} \cdot \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} + p \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ n_x \\ n_y \\ \vec{V} \cdot \vec{n} \end{bmatrix} \quad \cdots (2)$$

と書き表される。式(1)、(2)において t は時間、 ρ は密度、 $\vec{V}$ は流体の速度、 u, v はその x, y 方向の速度成分であり、 $\vec{b}$ は境界 Γ の移動速度、 p は静圧、 E は全エネルギー、 n_x, n_y は境界 Γ に立てた単位法線ベクトル $\vec{n}$ の x, y 方向の方向余弦である。なお、本論文では、圧縮性流れを扱うための補足関係式として、完全気体の状態方程式を使用する。

次に、境界条件について述べる。図1の解析領域は、各種境界に囲まれているが、流入境界では流体の全温、全圧、流入角を、流出境界では流体の静圧を与え、それらは周方向に均一で、時間的にも変化しない仮定する。その他の未知量に関しては、流入境界で運動エネルギー、流出境界で密度と速度成分を解析領域内部から外挿することにより計算する。

周期境界では、図1に示した No.1 翼と No.2 翼が任意の翼間振動位相差 ϕ を有して振動するため、同一時刻での周期境界条件を仮定することはできない。ここでは、過去の状態量を用いる時間位相遅れの周期境界条件設定法を導入する。いま、翼の振動周期を T とし、No.1 翼の振動位相が No.2 翼の振動位相より位相 ϕ だけ遅れているとすれば、図1に示した周期境界1の時刻 t における境界の値 $\vec{U}_1$ は、周期境界2の値 $\vec{U}_2$ を用いて、

$$\vec{U}_1(t) = \vec{U}_2(t - \tau) \quad \cdots (3)$$

図1 解析領域

と設定される。ここで、 τ は振動位相遅れ ϕ に相当する時間である。同様に、周期境界2の時刻 t における値 $\vec{U}_2$ は、周期境界1の値 $\vec{U}_1$ を用いて次式で設定される。

$$\vec{U}_2(t) = \vec{U}_1(t + \tau - T) \quad \cdots (4)$$

式(3)、(4)を適用することで、任意の翼間振動位相差を有して翼が振動する場合の翼間流れを、一つの翼間流れ解析領域だけで計算することが可能となる。なお、この方法は上述したような長所を有する反面、過去の時刻における状態量を求める際に、補間計算を行うために、過去のデータをストアしておく時間間隔によっては、厳密な周期境界条件を設定することが困難になるという短所もあることを述べておく。

最後に翼面境界であるが、この境界では流体が翼面に沿って流れるとし、次式により境界条件を設定する。

$$\vec{F}(\vec{U}, \vec{n}, \vec{b}) = p \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ n_x \\ n_y \\ \vec{b} \cdot \vec{n} \end{bmatrix} \quad \cdots (5)$$

ここで、境界の法線方向に静圧は変化しないとする。

3. 数値解析手法

本論文では、解析領域を任意形状の四角形要素に分割し、式(1)の右辺を RHS として、有限体積法により次式のように空間の離散化を行う。

$$\text{RHS} = - \sum_{j=1}^4 [(\vec{V} - \vec{b}) \cdot \vec{n} \cdot \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} + p \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ n_x \\ n_y \\ \vec{V} \cdot \vec{n} \end{bmatrix}]_j \cdot l_j \quad \cdots (6)$$

ここで、下添字 j は四角形要素の辺番号、 l_j は辺 j の長さである。また、式(6)の物理量は隣り合う要素との平均値、辺の移動速度 $\vec{b}$ は、辺を構成する二つの節点の移動速度の平均値を用いて計算する。

次に、時間積分法について述べる。本論文では、二次精度の Adams-Bashforth 法⁽⁴⁾を用いており、時間刻みを δt 、時間ステップを m とすれば、 $m \cdot \delta t$ から $(m+1) \cdot \delta t$ への時間積分を次式により計算する。

$$\Delta S_K^{n+1} \cdot \vec{U}_K^{n+1} - \Delta S_K^n \cdot \vec{U}_K^n = \delta t (1.5 \cdot \text{RHS}_K^n - 0.5 \cdot \text{RHS}_K^{n-1}) \quad \cdots (7)$$

ここで、下添字 K は要素番号を意味し、 ΔS はその要素面積、RHS は式(6)で計算された値である。

なお、計算の安定化を図るために、式(7)で計算された値は次式により平滑化される。

$$\vec{U}_K = (\sum \vec{U}_{K_i} + \phi \vec{U}_K) / (\phi + 4) \quad \cdots (8)$$

式(8)で、 $\bar{U}_{K1}$ は計算要素 K のまわりの要素の値であり、 ϕ は 200~1 000 程度の平滑化パラメータである。

以上に述べた解析手法で計算が行うが、本論文で重要となる翼に働く流体力やモーメントなどは、翼面静圧 P_s を次式のように翼回り S の周積分で求める。

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \oint_S n_x \cdot P_s dS, F_y = \oint_S n_y \cdot P_s \cdot dS \\ M_x &= - \oint_S n_x \cdot P_s \cdot L_y \cdot dS \\ M_y &= \oint_S n_y \cdot P_s \cdot L_x \cdot dS, M = M_x + M_y \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

ここで、 F_x, F_y, M_x, M_y は x, y 方向の流体力成分とモーメント成分、 M はその合成モーメント、 L_x, L_y はねじり中心位置からの x, y 方向の距離である。このとき、解析領域に含まれない翼面の静圧に関しては、周期境界と同様、式(3)、(4)の関係を適用し、過去の翼面静圧分布を用いる。また、フラッタ評価に必要な振動系への入力エネルギー W は、

$$W_T = \int_0^T \dot{M} \alpha dt, W_B = \int_0^T F_y \dot{y} dt \dots\dots\dots (10)$$

と計算される。ここで、 W_T, W_B はねじり振動、曲げ振動モードに対する入力エネルギーであり、 $\alpha, \dot{y}$ はねじり変位と曲げ変位の速度である。

4. 計算結果とその検討

計算対象とした翼は、図1に示したレンズ翼列と圧縮機翼列の翼間流れであり、前者では、翼重心位置を回転中心とするねじり振動モードと、 y 方向に平行移動する曲げ振動モードの2種類について、翼間振動位相差を 0° から 330° まで 30° ごとに覚えて計算を行った。また、後者では、翼重心位置を回転中心とするねじり振動モードについて、翼間振動位相差を 0° から 270° まで 90° ごとに覚えて計算を行った。なお、翼の振動は、円振動数 ω の正弦関数で記述されている。

4.1 レンズ翼列 計算の主要パラメータを表1に示すが、初めに、翼重心位置を回転中心として、振幅 5° 、振動数 2 kHz でねじり振動させた結果を示す。

図2は、翼間振動位相差 ϕ が $0, 90, 180, 270^\circ$ の場合について、No.1 翼の翼振動位相 ωt が 0° となる時刻の等速度線分布を 10 m/s ごとに示したものである。なお、以下に示す図でも、翼振動位相 ωt は No.1 翼の値を用いている。翼間振動位相差の違いにより、時々刻々の流路形状は異なり、その結果、翼間流れの様子も著しく異なる結果が得られる。特に、 $\phi=180^\circ$ の場合には No.1 翼と No.2 翼の振動位相が逆位相になるため、強いポンピング作用が発生し、 $\omega t=0^\circ$ の時

刻では翼前縁近傍の流れを上流側へ押し戻すために、等速度線の密集した部分で、急激な流れの減速が発生している。また、いずれの場合も、流出部で渦放出に起因する速度の高低が現れている。

図3には、翼間流れの時間変化を表すために、図2に示した翼間振動位相差 ϕ が 180° の場合を例にとり、翼振動位相 ωt が $90, 180, 270^\circ$ の時刻における等速度線分布を示している。なお、等速度線間隔は 10 m/s である。図2における $\omega t=0^\circ$ での急激な減速領域は、時間とともに翼列内を移動しており、非定常的に流れが激しく変化している様子を示している。

次に、局所的な流れの時間変動状況を示すために、図1に示した No.1 翼の翼幅中央位置の翼面に接する計算要素 N における静圧 P の変動を、流入全圧 P_0 で無次元化して図4に示す。横軸は、翼振動の2周期分の時間を示している。各翼間振動位相差での静圧の時間変動は、翼振動周期と同一の周期性を有し、局所的にも流れは周期変動流となっていることがわかる。ま

表1 レンズ翼列の計算主要パラメータ

Inlet total pressure (kPa)	120.0
Inlet total temperature (K)	330.0
Inlet flow angle (deg)	0.0
Outlet static pressure (kPa)	99.0
Chord (mm)	50.0
Pitch (mm)	30.0
Frequency (kHz)	2.0
Torsion amplitude (deg)	5.0
Bending amplitude (mm)	1.5
Reduced frequency	3.8
Computational elements	110×20

図2 $\omega t=0^\circ$ における等速度線分布

図3 $\phi=180^\circ$ における等速度線分布の時間変動

た、翼間振動位相差 ϕ が 180° の場合の静圧変動が最も変動振幅が大きく、強い非定常性を示している。

図5には、流れ場全体の時間変動状況を示すために、図1に示したNo.1翼に働くモーメント M の変動を示す。いずれの翼間振動位相差でも、図4と同様、周期性のある変動となる。また、二つの翼の振動位相が逆位相となる 180° のモーメント変動振幅が最も大きく、流れの変動が激しいことを意味している。

以上、ねじり振動モードの結果を示してきたが、次に、翼を振幅1.5 mm、振動数2 kHzで y 方向に曲げ振動させたときの結果について述べる。初めに、図2と同様、翼間振動位相差 ϕ が $0, 90, 180, 270^\circ$ の場合について、翼振動位相 ωt が 0° の時刻における等速度線分布を図6に示す。曲げ振動モードの場合も、逆位相である ϕ が 180° のときの流速分布が最も激しく変化し、急激な減速領域が現れるなど、ポンピング作用が強いことを示している。

図7には、翼間流れの時間変動例を示すために、翼間振動位相差が 180° の場合の、翼振動位相 ωt が $90, 180, 270^\circ$ の時刻における等速度線図を10 m/sごとに示している。曲げ振動モードにおいても、図6における $\omega t = 0^\circ$ での急激な流れの減速領域が、時間の変化とともに翼列内を移動していることがわかる。

次に、図4と同様、計算要素 N の静圧変動を図8に示す。ここでも静圧変動は、翼振動周期で変動し、周期性のある流れ場が得られている。また、翼間振動位相差 ϕ が 180° の場合の変動が最も大きくなることは、ねじり振動モードと同じである。

ここで、曲げ振動モードで重要となる翼に働く流体

力変動を示すために、図1のNo.1翼に働く y 方向流体力 F_y の変動を図9に示す。各翼間振動位相差の y 方向流体力は、図5に示したねじり振動モードのモーメント変動と同様、周期性のある変動となり、流れ場全体が周期性のある変動であることを表している。また、逆位相の翼間振動位相差が 180° の場合の変動が最も大きく、非定常性の強い結果を示す。

以上、ねじりと曲げの各振動モードにおける結果を示してきたが、最後に、式(10)から求めたねじり振動モードと曲げ振動モード時の翼振動系への入力エネル

図6 $\omega t = 0^\circ$ における等速度線分布

図7 $\phi = 180^\circ$ における等速度線分布の時間変動

図4 要素 N における静圧の時間変動

図8 要素 N における静圧の時間変動

図5 No.1翼に働くモーメントの時間変動

図9 No.1翼に働く y 方向流体力の時間変動

ギー W_T , W_B と翼間振動位相 ϕ の関係を図 10 に示す。図 10 に示された入力エネルギーは、いずれの翼間振動位相差 ϕ でも負の値となり、流れの非定常変動は翼振動系に対して減衰力として作用するという結果が得られている。また、最も強い減衰力は、ねじり振動モード、曲げ振動モードともに ϕ が 180° の場合に発生しており、前述した各図での $\phi=180^\circ$ における流れの大きな変動は、翼振動系に対して強い減衰力として作用していることになる。

4.2 圧縮機翼列 本計算例は、圧縮機翼列の翼を翼重心位置を回転中心として、振幅 2° 、振動数 1 kHz でねじり振動させた場合のものである。定常状態での流入マッハ数は約 0.92 であり、その計算の主要パラメータを表 2 に示す。

初めに、定常状態における等マッハ数線図を図 11 に示す。等マッハ数線間隔は 0.05 である。翼負圧面入口部で等マッハ数線がやや密集している部分に弱い衝撃波が発生している。

図 12 は、このときの翼面静圧分布を実験値⁽⁵⁾⁽⁶⁾と圧力係数で比較したものである。横軸は翼面の x 座標を翼弦長 C で無次元化した値、また、縦軸の圧力係数 C_p は、流入部全圧を P_0 、流入部静圧を $P_{s,i}$ 、翼面静圧を P_s として、次式により求めた値である。

$$C_p = (P_0 - P_s) / (P_0 - P_{s,i}) \dots\dots\dots (11)$$

図 12 に示した翼面静圧分布は、計算値と実験値がほぼ一致した分布となり、定常状態における数値解析手法の妥当性を確認することができる。

次に、翼が振動した場合の、非定常計算の結果につ

表 2 圧縮機翼列の計算主要パラメータ

Inlet total pressure (kPa)	125.0
Inlet total temperature (K)	300.0
Inlet flow angle (deg)	58.5
Outlet static pressure (kPa)	101.9
Chord (mm)	90.0
Pitch (mm)	60.0
Frequency (kHz)	1.0
Torsion amplitude (deg)	2.0
Reduced frequency	1.9
Computational elements	110×25

図 10 入力エネルギーと翼間振動位相差の関係

いて述べる。図 13 は、 $\omega t=0^\circ$ の時刻における等マッハ数分布を各翼間振動位相差について示した図である。なお、等マッハ数線間隔は 0.05 である。ここでも、4.1 節のレンズ翼列の計算例と同様、翼間振動位相差 ϕ の違いにより、流れ場が著しく異なる様子がとらえられている。また、 ϕ が 90° と 270° の場合には、翼前縁近傍に衝撃波が発生しているのがわかる。

図 14 は、翼間流れの時間変動を示す図で、図 13 に示した翼間振動位相差 ϕ が 180° の場合を例に、翼振動位相 ωt が $90, 180, 270^\circ$ の時刻における等マッハ数

図 11 定常流の等マッハ数線分布

図 12 定常流の翼面圧力分布

図 13 $\omega t=0^\circ$ における等マッハ数線分布

図 14 $\phi=180^\circ$ における等マッハ数線分布の時間変動

図 15 翼負圧面中央における静圧の時間変動

図 16 No. 1 翼に働くモーメントの時間変動

線分布を示す。図 14 から、翼間流れの様子が時間とともに大きく変化していることがわかる。なお、 ωt が 270° で等マッハ数線が密集している領域があるが、この部分は亜音速流れであり衝撃波の発生はない。

次に、翼負圧面の翼中央部に接する計算要素における静圧の時間変動を図 15 に示すが、ここでも、翼間振動位相差が異なると変動状況も異なる結果が得られる。また、 ϕ が 180° と 270° の場合の変動振幅が大きくなる結果が得られている。

図 16 には、図 11 に示した翼列の下側の翼 (No. 1 翼) に働く非定常モーメント M の時間変動を示す。4・1 節のレンズ翼列とは異なり、圧縮機翼列では逆位相の ϕ が 180° よりも、 ϕ が 270° の場合の変動が大きくなる。このような変動状況は、4・1 節のレンズ翼のよう

図 17 入力エネルギーと翼間振動位相差の関係

な流れ場とは異なり、翼形状や衝撃波など種々の因子が相互に関係していることを示唆している。

最後に、式 (10) で計算した翼振動系への入力エネルギー W_T と翼間振動位相差 ϕ の関係を図 17 に示す。図 17 に示されるように、この計算例でも、4・1 節のレンズ翼列の場合と同様、計算したすべての翼間振動位相差に対して入力エネルギーは負の値を示し、流れの非定常変動は翼振動系に対して減衰力として作用する結果が得られた。また、図 16 に示した非定常モーメント変動が最も大きい $\phi=270^\circ$ の場合が、減衰力としても最も大きい値を示している。

5. 結 言

翼列を構成する二つの翼が、翼間振動位相差を有して振動するときの翼間流れを計算する二次元非粘性流解析手法を提案し、レンズ翼と圧縮機翼の翼列を対象とした計算を行った結果、次の結論を得た。

(1) 時間位相遅れの周期境界条件設定法の導入により、一つの翼間流れ解析領域だけで、翼間振動位相差を考慮した計算が可能となった。

(2) 計算結果から得られる各種物理量の変動は周期変動となり、定性的にはあるが、振動する翼列の翼間流れを表現していると考えられる。

文 献

- (1) Huff, D. L. and Reddy, T. S. R., *AIAA Paper*, 89-2805 (1989).
- (2) Gerolymos, G. A., *AIAA J.*, 26-12 (1988), 1483-1492.
- (3) Huff, D. L., *AIAA Paper*, 87-1316 (1987).
- (4) 例えば, Roache, P. J. (高橋・ほか訳), コンピュータによる流体力学 (上), (1978), 108, 構造計画研究所.
- (5) Schreiber, H. A. and Starken, H., *Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbines Power*, 106 (1984), 288-294.
- (6) 日本機械学会編, 第 3 回 CFD ワークショップ成果報告書, (1990), 78-79.