空間的に発達する乱流混合層の
Large Eddy Simulation*
(周期的じょう乱の影響)宮内 敏雄*¹, 笛木 学*²Large Eddy Simulation of Spatially Developing Turbulent Mixing Layers
(Effect of Periodic Excitation)

Toshio MIYAUCHI and Manabu FUEKI

The aim of this study is to clarify the effect of periodic excitation on the development and structure of a turbulent mixing layer. To achieve this purpose, we simulated the spatially developing turbulent mixing layer by using a large eddy simulation. The frequencies of the excitation were 0, 30, 40, and 50 Hz. From these calculations, the growth rate of the momentum thickness, fluctuating velocity intensities, isovortical contours, isobaric contours and the trace of the minimum pressure points were clarified. From these results, the following conclusions were obtained. 1) In the early stage of the mixing layer, the higher the excitation frequency becomes, the faster the momentum thickness develops. 2) In the early stage, the bigger the amplitude of the flap becomes, the faster the momentum thickness develops. 3) In the later stage, the growth rate is suppressed by the periodic excitation.

Key Words: Turbulence, Numerical Analysis, Shear Flow, Turbulent Mixing, Spatial Development, Large Eddy Simulation, Periodic Excitation

1. 緒 言

空間的に発達する乱流混合層に周期的じょう乱を加えることにより乱流混合層中の大規模渦構造に影響を与え、混合層の発達を促進したり抑制したりすることが可能であることが明らかにされている⁽¹⁾。このような周期的なじょう乱の付与により混合層の発達を制御することは、工学上非常に重要であるが、実験的に乱流諸量を任意に設定することは困難であり、また渦度、圧力などの詳細を実験的に明らかにすることは困難であるため、数値流体力学的手法による周期的じょう乱の影響の解明が必要とされてきた。そこで本研究では乱流境界層に周期的じょう乱を加えたものを流入境界条件とし、空間的に発達する乱流混合層を対象として Large Eddy Simulation (LES) を用いた三次元非定常数値計算を行い、周期的じょう乱の混合層に与える影響を明らかにすることを目的としている。

2. 記 号

 C_σ : 式(5)

* 原稿受付 平成3年2月27日。

*¹ 正員, 東京工業大学工学部 (〒152 東京都目黒区大岡山2-12-1)。*² 学生員, 東京工業大学大学院。 C_s : 渦粘性係数中の定数 L_{ij} : 式(4) f_0 : じょう乱の基本周波数 (10 Hz) p : 圧力 $\bar{P}$: 式(8) r : 低速側主流速度の高速側主流速度に対する比 R : 数値誤差に対する補正項 Re : レイノルズ数 S_{ij} : 変形速度テンソル t : 無次元時間 u : x 方向の速度 u_i : 無次元速度の各成分 $\bar{u}''$: x 方向速度の変動強度 $\bar{u}''_{\max}$: 代表速度で無次元化した初期変動強度分布の
最大値 U_1 : 高速側主流速度 (代表速度) U_2 : 低速側主流速度 v : y 方向の速度 $\bar{v}''$: y 方向速度の変動強度 w : z 方向の速度 $\bar{w}''$: z 方向速度の変動強度 x : 空間座標 x_i : 無次元空間座標の各成分

y : 空間座標 $y_{0.5}$: $\bar{u} = \frac{1}{2}(U_1 + U_2)$ となる y 座標 z : 空間座標 δ_{ij} : クロネッカのデルタ θ : 局所運動量厚さ θ_1 : 高速側運動量厚さ (代表長さ) θ_2 : 低速側運動量厚さ Θ : z 方向初期じょう乱の位相 ν_T : 渦粘性係数 σ : フィルタ幅 σ_{ij} : 式(7) τ_{ij} : 式(6) Φ : x 方向初期じょう乱の位相 Ψ : y 方向初期じょう乱の位相 ω_z : z 方向の渦度

記号

 $\langle \rangle$: 時間平均 $-$: 空間平均 $'$: 空間平均からの変動 $''$: 時間平均からの変動 $\sim$: じょう乱の変動強度 $\sim$: 有次元量

3. 基礎方程式と計算方法

3.1 基礎方程式 基礎方程式は、三次元非圧縮性ナビエ・ストークス方程式および連続の式とナビエ・ストークス方程式から得られる圧力に対するポアソン方程式である。これらの方程式にフィルタ操作 (トップハット形フィルタ) を施し、代表速度 U_1 (高速側主流速度) と代表長さ θ_1 (高速側初期運動量厚さ) で無次元化すると、解くべき方程式は、次のようになる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} L_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} C_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial x_i \partial x_i} = -\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} L_{ij} - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} C_{ij} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \tau_{ij} + R \quad (2)$$

$$R = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

$$L_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (4)$$

$$C_{ij} = \bar{u}_i' \bar{u}_j' + \bar{u}_i \bar{u}_j' \quad (5)$$

$$\tau_{ij} = -\sigma_{ij} + \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (6)$$

$$\sigma_{ij} = \overline{u_i' u_j'} \quad (7)$$

$$\bar{P} = \frac{1}{\rho} \bar{p} + \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (8)$$

ここで式(3)は数値誤差に対する補正項である。式(4), (5)はそれぞれレナード項とクロス項であるが本計算では不等間隔差分を用いているため、これらの項を省略した。また、 τ_{ij} は次に示すように渦粘性仮説を用いて求め、Smagorinsky モデルを用いてモデル化を行っている。

$$\tau_{ij} = 2\nu_T S_{ij} \quad (9)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (10)$$

$$\nu_T = (Cs\sigma)^2 (2S_{ij} S_{ij})^{1/2} \quad (11)$$

モデル定数 C_s としては 0.175 を用いた。また、計算結果に示す圧力としては式(8)を用いている。

また、局所運動量厚さ θ は次式で定義される。

$$\theta = \frac{1}{(U_1 - U_2)^2} \int_{-\infty}^{\infty} (U_1 - \langle \bar{u} \rangle) (\langle \bar{u} \rangle - U_2) dy \quad (12)$$

3.2 計算方法 計算の対象は、 x 方向、 y 方向および z 方向の計算領域の長さがそれぞれ、1100 θ_1 , 200 θ_1 , 57 θ_1 の直方体の空間であり、流入境界である左端 y - z 面の中心を原点とし、 $x=0, y=0$ の位置に分離板の終端が存在するとした。格子系は x - y 平面において $x=0, y=0$ 付近に格子を集中させて不等間隔とし、 z 方向には等間隔としたスタッガード格子を用い、格子数は x 方向に 200、 y 方向に 80、 z 方向に 20 とした。空間微分項については中心差分を用い、時間前進法としては Adams-Bashforth 法を用いた。また式(2)は、MICCG 法により解を求めている。流入速度分布としては、分離板上側 ($y>0$)、分離板下側 ($y<0$) に主流速度がそれぞれ $U_1=13.5$ m/s, $U_2=8.1$ m/s、運動量厚さがそれぞれ $\theta_1=1.09$ mm, $\theta_2=1.35$ mm の乱流境界層を仮定し、さらに式(13)~(18)のようなランダムなじょう乱を加えた。

$$\bar{u}''(y, z, t) = \sum_{n=1}^{60} \bar{u}(y) \sin[2\pi n f_0 t + \Phi(y, z, n f_0)] \quad (13)$$

$$\bar{u}'' = \langle \bar{u} \rangle - \bar{u} \quad (14)$$

図1 計算格子

$$\bar{v}''(y, z, t) = \sum_{n=1}^{60} \bar{v}(y) \sin[2\pi n f_0 t + \Psi(y, z, n f_0)] \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\bar{v}'' = \langle \bar{v} \rangle - \bar{v} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\bar{w}''(y, z, t) = \sum_{n=1}^{60} \bar{w}(y) \sin[2\pi n f_0 t + \Theta(y, z, n f_0)] \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\bar{w}'' = \langle \bar{w} \rangle - \bar{w} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $\langle \rangle$ は時間平均を表している。また、 $\bar{u}''$, $\bar{v}''$, $\bar{w}''$ は無相関であると仮定し、流入乱流境界層のレイノルズ応力は零であるとした。

じょう乱の変動強度分布 $\bar{u}(y)$, $\bar{v}(y)$, $\bar{w}(y)$ としては Spalart⁽²⁾ によって与えられたものを用い、 x 方向速度の変動強度の最大値は主流速度の 7% とした。また、じょう乱は白色ノイズとし、周波数が 10 Hz から 600 Hz まで 10 Hz 間隔で与え、位相 $\Phi(y, z, n f_0)$, $\Psi(y, z, n f_0)$, $\Theta(y, z, n f_0)$ は一様乱数を用いて y 方向、 z 方向および各周波数 $n f_0$ に対してランダムに与えた。

次に周期的じょう乱について述べる。平面乱流混合層に周期的じょう乱を加えた数値解析はいろいろ行われている^{(3)~(5)}が、本研究では周期的じょう乱として Oster らの分離板先端でのフラップによる励起実験⁽¹⁾を参考にし、フラップの振幅と励起周波数をパラメータとして、 y 方向にガウス分布形の数値分布を与え、その最適速度がフラップの最高速度に等しくなるようにした。その際、分布の半値幅は $11 \theta_1$ とした。

上方境界 ($y=100 \theta_1$) および下方境界 ($y=-100 \theta_1$) の境界条件としては、 $\partial \bar{u} / \partial y = 0$ および $\partial \bar{P} / \partial y = 0$ の条件を課し、スパン方向には周期的境界条件を用いた。流出境界条件としては、 $\bar{v}$ と $\bar{w}$ の境界値を二次外挿により求め、 $\bar{u}$ の境界値をそれらの値から連続の式を用いて求めている。流出境界における圧力の値は Δt [時間] 前の境界の一つの内側の値からこう配零の条件を課して求めている⁽⁶⁾。さらに、物性値としては 0.1 MPa, 300 K の空気の値を用いた。レイノルズ数 Re は 981 である。

4. 計算結果および考察

フラップの振幅が 1.5 mm で励起周波数が 30 Hz の場合の x 方向変動強度分布の Oster らの加振実験結果⁽¹⁾ との比較を図 2 に示す。この図 2 において r は低速側主流速度の高速側主流速度に対する比を、 A はフラップの振幅を、 $\bar{u}_{\max}''$ は代表速度で無次元化された初期変動強度分布の最大値を、 f は励起周波数を示している。また、白抜き丸印が計算値、実線は実験値で

ある。半値幅やピーク値には実験結果との若干の相違がみられるが、全体としては実験値とよい一致を示している。

図 3 は $A=2.0$ mm, $f=40$ Hz の場合の y 方向変動強度分布を示している。図 3 (a) は $x=600$ mm の位置におけるもので計算値は実験値よりも半値幅がわずかに小さくなっている。図 3 (b) は $x=800$ mm におけるもので実験値と非常によく一致を示している。図 3 (c) は $x=1000$ mm におけるもので、計算値は実験値よりもピーク値がわずかに小さく、 $x=800$ mm における値とほぼ同じ値を示している。これは後に示す運動量厚さの成長からも明らかなように、計算の場合、 $x > 900$ mm で二次元大規模渦の位相がロックされて、運動量厚さが増加しなくなるためである。実験結果においても $x > 1000$ mm では同様に y 方向変動強度分布に変化は観察されない。

図 4 は z 方向変動強度分布を示している。図 4 (a) は $x=300$ mm の位置におけるもので実験値よりも半値幅、ピーク値がわずかに小さくなっている。図 4 (b), (c) はそれぞれ $x=600$ mm, $x=900$ mm の位置におけるものである。ピーク値は実験値よりも大きくなっているが半値幅は実験値と一致しており、下流に行くにしたがいピーク値が下がる傾向も示されている。これは流れが発達するにしたがい、流れ場がより

(a) $x=300$ mm

(b) $x=900$ mm

図 2 x 方向変動強度分布 ($A=1.5$ mm, $f=30$ Hz)

二次元的になるためである。

図5はレイノルズ応力の分布を示している。実験結果では $x=400$ mm から 800 mm までそのピーク値が増加し、 $x>800$ mm では減少する傾向が観察されているが、今回の計算ではあまり顕著ではない。しかし $x=1000$ mm において二つのピークが出現することは本計算でも示されている。

図6は周波数を 40 Hz とし、フラップの振幅を 1.5 mm, 2.0 mm と変えた場合と周期的じょう乱を加えない場合の運動量厚さの成長を比較したものである。周期的じょう乱を加えない場合には運動量厚さはほぼ線形的に成長しているが、40 Hz の周期的じょう乱を加えた場合、大きく波打っている場所が観察される。一つめのピークの位置は $x/\theta_1=630$ 付近で、二つめは

$x/\theta_1=870$ 付近である。平均対流速度を $(U_1+U_2)/2=10.8$ m/s とすると 40 Hz の場合その波長は 270 mm となり、このピークの間隔 260 mm とほぼ等しい値となる。一つめのピーク位置までは運動量厚さはほぼ線形的に成長しているが、その後少し成長率が鈍化し、二つめのピークの後さらに成長率が減少している。これは混合初期においては渦のランダムな合体が繰返されるため運動量厚さが線形的に増大するが、 $x/\theta_1>600$ においては二次元大規模渦が成長するため、合体による運動量厚さの増加が抑制されることによる。また、フラップの振幅 A が 1.5 mm と 2.0 mm の場合を比較すると、 $A=2.0$ mm の場合のほうが運動量厚さは大きくなっている。これは流れ場に加えられる変動が大きくなったためである。

(a) $x=600$ mm

(b) $x=800$ mm

(c) $x=1000$ mm

図3 y 方向変動強度分布 ($A=2.0$ mm, $f=40$ Hz)

(a) $x=300$ mm

(b) $x=600$ mm

(c) $x=900$ mm

図4 z 方向変動強度分布 ($A=2.0$ mm, $f=40$ Hz)

図7はフラップの振幅を1.5 mmとし、加える周期的じょう乱の周波数を30, 40, 50 Hzと変えた場合と周期的じょう乱を加えない場合の運動量厚さの成長を比較したものである。加える周波数が30 Hzの場合 $x/\theta_1=1050$ に比較的大きなピークが存在し、40 Hzの場合は上で述べたように $x/\theta_1=630$ と870に二つのピークがあり、50 Hzの場合は $x/\theta_1=400, 610, 800, 990$ にピークが観察される。50 Hzの場合、これらのピークの間隔は約210 mmであり、平均対流速度を10.8 m/sとしたときの50 Hzの波長216 mmにほぼ等しい。 $x/\theta_1 < 1000$ までは加える周波数が大きくなるほど

運動量厚さは大きくなっている。

次に、計算領域をスパン方向に平均した等渦度線図と等圧線図を示す。図8, 9は加振周波数が30 Hzの場合の、図10, 11は50 Hzの場合の z 方向の等渦度線、等圧線図である。これらの図において負の値を実線で示してある。等圧線と ω_z の等値線は文献(7)にも示したように密接な関係にあり、渦度の集中しているところでは圧力が低くなっている。加えた周期的じょう乱の周波数の影響は30 Hzの場合にはあまり顕著ではないが、50 Hzの場合、周期的じょう乱を加えないときと比べると明らかな違いが観察される。すな

図5 レイノルズ応力 ($A=2.0\text{ mm}$, $f=40\text{ Hz}$)

図6 運動量厚さ (加振振幅の影響)

図7 運動量厚さ (加振周波数の影響)

図 8 等渦度線 ($A=1.5$ mm, $f=30$ Hz
a : $t=2\,000$, b : $t=2\,100$, c : $t=2\,200$, d : $t=2\,300$,
e : $t=2\,400$, f : $t=2\,500$)

図 9 等圧線 ($A=1.5$ mm, $f=30$ Hz
a : $t=2\,000$, b : $t=2\,100$, c : $t=2\,200$, d : $t=2\,300$,
e : $t=2\,400$, f : $t=2\,500$)

図 10 等渦度線 ($A=1.5$ mm, $f=50$ Hz
a : $t=2\,000$, b : $t=2\,100$, c : $t=2\,200$,
d : $t=2\,300$, e : $t=2\,400$, f : $t=2\,500$)

図 11 等圧線 ($A=1.5$ mm, $f=50$ Hz
a : $t=2\,000$, b : $t=2\,100$, c : $t=2\,200$,
d : $t=2\,300$, e : $t=2\,400$, f : $t=2\,500$)

図 12 圧力極小位置の軌跡 ($A=1.5$ mm, $f=30$ Hz) 図 13 圧力極小位置の軌跡 ($A=1.5$ mm, $f=50$ Hz)

わち渦度は $x/\theta_1=450$ 付近から大きな巻込みを生じ大規模渦となっている。それ以後は大規模渦の合体は観察されない。このことは上で述べた運動量厚さや変動強度分布の計算結果とも合致しており、 $x/\theta_1=450$ 付近で大規模渦となった後、流れは二次元的になるため z 方向の変動強度が小さくなり、それ以上合体を繰返すことがないため運動量厚さの増加が抑制される。等圧線図にも同様の傾向が観察されている。

次に圧力極小位置の軌跡を示す。これは $y=0, z=0$ 断面における圧力極小点の x 方向位置を時間に対して示したものである。図 12 は周期的じょう乱の周波数が 30 Hz、図 13 は 50 Hz の場合を示しており、フラップの振幅は共に 1.5 mm である。30 Hz の場合には周期的じょう乱を加えない場合とほとんど差異がなく、ランダムな位置で渦の合体が繰返されているが、50 Hz の場合 x/θ_1 が 400 から 500 の間と 600 から 800 の間で主に渦の合体が生じている。また、渦は合体の後ある一定の間隔で並んでいる。これらは前に述べた運動量厚さの成長とも密接に関係している。この圧力極小位置の軌跡に示されている渦が主に合体する位置は、運動量厚さの流れ方向の成長率にピークが現れる位置とほぼ一致している。また、これらの図から求められる圧力極小位置の間隔は 50 Hz の場合約 200 mm となり、平均対流速度を $(U_1+U_2)/2=10.8$ m/s としたときの 50 Hz の場合の波長 216 mm に近く、加えられた周期的じょう乱の波長で二次元大規模渦の位相がロックされ、下流に流下することがわかる。このよう

に渦の合体が生じないために運動量厚さの増加が抑制される。

5. 結 論

周期的じょう乱により励起された比較的レイノルズ数の高い空間的に発達する乱流混合層を対象として Large Eddy Simulation (LES) を用いた三次元数値計算を行い、乱流諸量、圧力場、渦度場などについて検討を行い以下の結論を得た。

- (1) 混合初期において、0 Hz から 50 Hz の範囲で周期的じょう乱の周波数が大きいほど混合層の発達 は早くなる。
- (2) 混合初期において、フラップの振幅が大きいほど混合層の発達 は早くなる。
- (3) 混合後期において、周期的じょう乱により二次元大規模渦の位相がロックされて混合層の発達は抑制される。

文 献

- (1) Oster, D. and Wygnanski, I., *J. Fluid Mech.*, **123**(1982), 91.
- (2) Spalart, P. R., *J. Fluid Mech.*, **187**(1988), 61.
- (3) Riley, J. J. and Metcalfe, R. W., *AIAA Paper*, 80-0274(1980).
- (4) Kourta, A., Braza, M., Chassaing, P. and Haminh, H., *AIAA J.*, **25**(1987), 279.
- (5) Grinstein, F. F., Hussain, F. and Oran, E. S., *AIAA Paper*, 89-0977(1989).
- (6) 宮内・笛木, 機論, **57**-542, B(1991), 3340.
- (7) 宮内・笛木, 機論, **57**-535, B(1991), 930.