円管内振動流における乱流遷移の前兆*

中野 厚史^{*1}, 遠山 浩伸^{*2}
谷 下 一夫^{*3}, 吉川 昭^{*4}

Precursor of Transition to Turbulence in an Oscillatory Flow

Atsushi NAKANO, Hironobu TOHYAMA,
Kazuo TANISHITA and Sho KIKKAWA

The measurements of velocity on the turbulence occurring in a purely oscillatory pipe flow were performed by hot-wire anemometer for the Reynolds number Re (defined using the amplitude of cross-sectionally averaged velocity) of 30 000 and for the value of the Stokes parameter $\lambda = a/(\nu/\omega)^{1/2}$ (a =internal radius of tube, ν =kinematic viscosity, ω =angular frequency) of 8. The transition to turbulence occurring in an oscillatory flow is evaluated in terms of turbulent intensity, skewness and flatness factors. The peak of skewness and flatness factors appears in front of the peak of turbulent intensity. Particularly, the rise of the flatness factor preceding the transition to turbulence signifies the appearance of an intermittent nature of turbulence and is characterized as a precursor of the transition to turbulence.

Key Words: Pipe Flow, Oscillatory Flow, Transition, Turbulence, Biological Engineering

1. 結 言

非定常流に発生する乱れについては, Sergeev⁽¹⁾の実験以来, さまざまな観点で研究が行われている。Mizushima ら(1975)⁽²⁾はバースト現象を調べるために, 拍動流に発生する乱れに関して詳細な検討を行っている。さらに Hino ら⁽³⁾や近江らの一連の研究⁽⁴⁾によって非定常流に発生する乱れの特徴が次第に明らかにされている。しかしながら, 非定常管内流の乱流遷移のメカニズムに関しては, 明確でない点が多く残されている。小橋ら⁽⁵⁾⁽⁶⁾は, 平板脈動境界層の乱流遷移に関して, 非定常性の影響を調べ, 非定常性が層流境界層内の微小かく乱の増幅を促進し, 乱流塊が減速期で発生することを見いだしている。この乱流塊の挙動に着目して, 近江ら⁽⁷⁾は, 円管内脈動入口流れに発生する乱れについて検討を行っている。一方, 大動脈内の血液流は, 心臓からの血液の駆出による周期的な非

定常流であるが, かなり広い生理的条件のもとで乱れが生じていることが, Nerem ら⁽⁸⁾や Yamaguchi ら⁽⁹⁾によって示されており, この乱れの病態生理学的意義に関しても関心が寄せられている。しかしながら生体内での血液流に及ぼす要因が多いため, 大動脈に発生する乱流の性質を明らかにすることが困難である。

そこで本研究では, 大動脈において乱流が発生する様子を明らかにするため, 非定常性の乱流遷移に対する影響を調べるためのモデル実験として直円管内の正弦振動流に発生する乱流を計測した。吉川ら⁽¹⁰⁾は大動脈において計測された乱流データを軸方向の高次モーメントによって乱流遷移の様子を議論している。そこで本研究では乱流遷移前後での流れの性質の変化に着目し, 軸方向の速度変動の統計的性質の変化から乱流遷移の様子を把握することを試みた。

記 号 表

a : 管内半径
 f : 変動速度の周波数
 I : 乱流強度 [式(4)]
 K : とがり度 [式(6)]
 N : 速度データの標本数
 P : 変動速度のパワースペクトル [式(7)]

* 昭和62年11月28日 関西支部第247回講演会において講演, 原稿受付 平成3年3月4日。

^{*1} 正員, 国立循環器病センター研究所(●565 吹田市藤白台5)。

^{*2} ソニー・ブルコ生命保険(株)(●107 東京都港区南青山1-1-1)。

^{*3} 正員, 慶応義塾大学理工学部(●223 横浜市港北区日吉3-14-1)。

^{*4} 東邦大学理工学部(●274 船橋市三山2-2-1)。

r : 管断面の半径位置

$R = r/a$

$Re = u_m \cdot 2a/\nu$

S : ひずみ度 [式(5)]

u : 瞬間流速

u' : 流速の変動成分

$\langle u \rangle$: 流速のアンサンブル平均 [式(1)]

u_m : 管断面平均流速の振幅

t : 時間

ν : 空気の動粘性係数

λ : ストークスパラメータ $= a/(\nu/\omega)^{1/2}$

ω : 振動流の角振動数

2. 実験方法

本研究では、図1に示されるような全長12.3 m 内径30 mmの亚克力管流路で実験を行った。作動流体を空気とした。流路の一端はベルマウスを介して大気中へ開放し、他端はベルマウスを介して内径280 mm、長さ355 mmのピストン-シリンダ部に接続されている。ピストンはサーボモータ(ブラシレス DC サーボモータ, VLBS-030-250 東栄電機製, 定格出力300 W 定格トルク1.15 N・m 定格回転数2500 rpm)とスコッチヨーク機構を用いて正弦的に作動流体である空気を駆動した。測定は流路の中央で行い、定温度形熱線流速計(KANOMAX MODEL 1011)によって断面内半径方向で2 mmごと(8箇所)の速度を計測した。プローブは、ミニチュアシングルセンサ(MODEL 1260-T 1.5, 外径は1.9 mm)を用いた。測定された信号はいったんFMデータレコーダ(TEAC)に取り込み、20 kHzでA-D変換した後、トリガ信号により1周期1サンプルとして450サンプルを切り出して統計的处理を行った。データ処理はすべてミニコンピュータシステム(D. G. MV-8000 II)によって行った。その結果、以下のように定義されるアンサンブル平均、乱流強度、ひずみ度(Skewness)、とがり度(Flatness factor)を求めた。

瞬時の流速を $u_i(t)$ とするとそのアンサンブル平均 $\langle u_i(t) \rangle$ は以下になる。

$$\langle u_i(t) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i(t) \quad (1)$$

ここで N は標本数(450サンプル)である。変動成分 $u'_i(t)$ は、アンサンブル平均との差として求められる。

$$u'_i(t) = u_i(t) - \langle u_i(t) \rangle \quad (2)$$

さらに $u'_i(t)$ の n 次モーメント関数を $m_n(t)$ とする

$$m_n = \langle [u'_i(t)]^n \rangle \quad (3)$$

となり、 $n=2, 3, 4$ から、乱流強度 I 、ひずみ度 S 、とがり度 K がそれぞれ求まる。

$$I = (m_2)^{1/2} \quad (4)$$

$$S = m_3 / (m_2)^{3/2} \quad (5)$$

$$K = m_4 / (m_2)^2 \quad (6)$$

ひずみ度は変動速度の分布のひずみを表し、 $S=0$ で正規分布となり、 $S<0$ で分布が負の方向に、 $S>0$ で正の方向にすそを引く形になる。とがり度は変動速度の分布のとがりを表し、 $K=3$ で正規分布となり、 $K<3$ で分布が平たんに、 $K>3$ で分布がとがった形となる。さらに1周期を4分割して各期間(時間間隔を T とすると)におけるパワースペクトル $P(f)$ を求めた。

$$P(f) = \left\langle \left| \int_T u'(t) e^{-j2\pi f t} dt \right|^2 / T \right\rangle \quad (7)$$

流動条件として、管断面平均速度の振幅を代表流速とするレイノルズ数 $Re=30\,000$ 、およびストークスパラメータ $\lambda = a/(\nu/\omega)^{1/2} = 8$ と設定した。この条件を選んだ理由は、乱流遷移前後における流れの変化を調べるのが本研究の目的であるため、Hinoらや近江らの実験をもとに得られている流れの状態安定図の中で、とくに再層流化を伴い乱れへの遷移が明確に表れる流動条件であるためである。

3. 結果および考察

図2は $Re=30\,000$ 、 $\lambda=8$ の流動条件のもとで管断面3箇所($R=0, 10/15, 14/15$)における瞬間流速、乱流強度、ひずみ度、とがり度の時間変化である。 $R=0$ における結果[図2(a)]で、瞬間速度波形の最初の最小値から次の最小値までがピストンの往路に対応し、その次の最小値までが復路に対応する。速度波形からほぼ対称な流れと見られるがここでは往路におけるデータを検討の対象とする。管中心における結果では、加速末期で比較的高周波の乱れに遷移しているが、乱流強度は急激に増加して最大値に達した後、緩やかな配で減少している。流速の最小となる位相で乱流強度に鋭い谷が現れているが、熱線流速計の低流速時の非線形性によるアーチファクトとして検討の対象か

図1 実験装置の概要

ら除外する。同位相で高次モーメントに現れているスパイクも乱流強度の谷のために現れるので、同種類のアーチファクトである。ここで興味深いのは、乱流に遷移する際の高次モーメントの変化である。ひずみ度は乱流強度の立ち上がるときに極大となり、その後わずかに遅れて乱流強度が最大となる。一方ひずみ度の最大ととがり度の最大が現れる位相は一致している。ところが $R=10/15$ の位置では乱流への遷移の様子が異なってくる。まず加速末期の直前で遷移し、管中心での遷移時期よりわずかに早い。乱れが発生してから乱流強度が立ち上がるが、その最大値は管中心の値より大きい。そのときひずみ度は最小値（負のピーク）が表れるが、その最小値が表れる位相は、管中心の場合と同様乱流強度の立ち上がるときである。とがり度は、ひずみ度の最小値が表れる位相で最大となるが、その値は管中心での値の3倍以上となっている。さらに最も管壁に近い位置 ($R=14/15$) では、加速期の後半で著しく乱流に遷移する前で弱い乱れが表れてい

る。乱流強度は加速期の開始点ですでに上昇しはじめ、加速末期の直前で最大となり、その絶対値は、 $R=10/15$ の値よりもさらに大きい。注目すべきはひずみ度、とがり度ともに大きな変化を示さず、それぞれ0, 3の値を維持しており、正規分布に近い分布であることを示す。

実際には、管中心から2 mm ごとに8箇所流速の測定を行っているため、これらの速度のデータから管断面内の1周期中の変化を等高線によって表示して、乱流遷移の様子を眺めてみる。

図3は乱流強度の等高線図である。加速末期直前で乱流強度が急激に立ち上がる時期は、 $r=9$ mm の位置まで一定であるが、それより管壁に近づくにつれて加速期の前半のほうにやや移行している。乱流強度の最大値は管壁に近づくにつれて増加するため、減速期における乱流強度の減少する割合が管壁に近づくにつれて増加している。乱流エネルギーは、レイノルズ応力が平均流に対してなす仕事として生成されるため、

図 2(a) 瞬間流速 u 、乱流強度 I 、ひずみ度 S 、とがり度 K の時間変化 ($Re=30\,000$, $\lambda=8$, $R=0$). 瞬間流速波形に関しては、450 個の速度波形の中から任意に選出した 3 個の速度波形を示してある

図 2(b) 瞬間流速 u 、乱流強度 I 、ひずみ度 S 、とがり度 K の時間変化 ($Re=30\,000$, $\lambda=8$, $R=10/15$)

図 2(c) 瞬間流速 u , 乱流強度 I , ひずみ度 S , とがり度 K の時間変化 ($Re=30\,000$, $\lambda=8$, $R=14/15$)

平均速度のこう配が大きくなるほど乱流エネルギー生成が大きくなる。図 3 においては平均速度のこう配が最も大きくなる最大速度の位相において、管壁近くで乱流強度の最大が表れている。これは平均速度こう配すなわち流れの大規模構造から乱流エネルギーが生成されることを示している。

図 4 は、ひずみ度の等高線図を示す。図 4 においてハッチングを施してある領域を正のひずみ度の流域とする。ひずみ度の分布のパターンは、半径位置 $r=8\text{ mm}$ を境として異なる傾向を示している。 $r=8\text{ mm}$ よりも管中心よりでは、ひずみ度が乱流強度の立ち上がる位相で最大となり、減速期においては $-0.4 \sim -0.5$ の値を示している。ところが $r=8\text{ mm}$ よりも管壁側では乱流強度の立ち上がる位相で最小値を示し、ひずみ度の値が最も低く表れる半径位置は $r=10\text{ mm}$ である。減速期においてはひずみ度は半径方向で零から -0.5 の値をとり、大きな変化が見られないのも特徴的である。ひずみ度は変動速度の三乗に依存しているため、物理的には乱流エネルギー束に対応する量と考えられる。Ueda-Mizushima⁽¹¹⁾ は半径方向の変動速度を含めたひずみ度によって、管内の乱流におけるバースト現象をとらえている。本研究では軸方向の速度変動によるひずみ度を求めたが、乱流強度が立ち上がる直前でひずみ度が増加つまり乱流エネルギーの軸方向の輸送が増加する点が遷移を特徴づけるものとして注目し値する。

図 5 は、とがり度の等高線図であるが、乱流強度およびひずみ度の等高線図と対応させて見ると、遷移の様子が明確になる。管中心付近では乱流強度の立ち上

図 3 乱流強度の等高線図 ($Re=30\,000$, $\lambda=8$)

図 4 ひずみ度の等高線図 ($Re=3\,000$, $\lambda=8$) 図 5 とがり度の等高線図 ($Re=3\,000$, $\lambda=8$). 破線は図 3 から得た乱流強度の最大値の峰を表す

がるときにとがり度の分布にスパイクが表れている。ところが、そのスパイクは $r=6\text{ mm}$ の位置から、最大値が増加すると同時にスパイクの幅も大きくなっている。 $r=9\sim 10\text{ mm}$ の位置で、とがり度の山の頂上 ($F=19.5$) が表れ、 $r=12\text{ mm}$ 以降でとがり度は減少し、3 に近づいている。ただし図 5 では等高線の密集を避けるため、10 以上のとがり度の等高線の表示を省略してある。 $r=10\text{ mm}$ 付近でとがり度の分布で最大値が表れる事実は、乱流への遷移を特徴づけるものとして興味深い。とがり度が 3 より大きいとき、特定な速度変動が生ずる確率が高くなるため、分布がとがる。物理的には速度変動の分布が偏ることはある特定な速度変動が多く表れることより乱れの間欠性を表すことになる。つまり図 5 よりこの乱れの間欠性が振動

流における乱流への遷移の直前で表れている。図 5 中乱流強度の等高線の峰を破線で表してあるが、それよりとがり度の最大値は約 60 ms 早く表れている。このような乱流への遷移の際表れる間欠性については、すでにいくつかの実験で観測されている。田中・宮嶋⁽¹²⁾は、加速により層流化したダクト内の乱れの回復過程で、間欠的な挙動が表れることを見いだしている。平行平板間で発達した乱れが二次元縮小流路内で層流化し、それに続く平行平板間流路に流入後再び乱流になる過程で間欠的な乱れが表れ、その乱れの性質を調べるため、加速終了後の平行平板間流路内に 2 箇所の流速を同時測定した。2 箇所の流速の相関から乱流への回復は残っている乱れが一様に増幅するのではなく、間欠的に新たな乱れが発生し、それが成長すると解釈

した。すなわち平板境界層流れの乱流自然遷移に表れる乱流はん点 (turbulent spot) に類似している。Batchelor-Townsend⁽¹³⁾ はすでに、乱流境界層内の速度変動の測定から、乱れの微細構造は、局所的にスポット状に散在しているとみなした。さらに Sandborn⁽¹⁴⁾ は、乱流境界層内の乱れの間欠性をとがり度によって評価している。速度変動のとがり度をフィルタを用いて周波数の依存性を調べたところ、高周波成分のほうがとがり度が高い結果を得ている。つまり小さなスケールの渦が乱流塊として生じている。乱れの間欠性は、境界層内の乱流遷移域から生じていることから Sandborn は乱流遷移と間欠性との関連に注目したが、両者の関連についての明確な見解を与えていない。しかしこれらの研究において、乱流遷移する際、乱れの間欠性が観測されていることから、乱流遷移のメカニズムにおいて乱れの間欠性が遷移の前兆として重要な役割を果たしていると言える。したがってこれらの点からとがり度が乱れの間欠性を表す指標であり、さらに乱流塊が表れる確率に対応する指標としてとらえることができると言える。さらに図5のとがり度の等高線図で、 $r=10\text{ mm}$ 付近にとがり度の山の頂上表れていることから乱流の間欠性が管中心と管壁との間で最大となるという間欠的乱れの発生の局在性もきわめて特徴的と思われる。

次に加速から減速期へ移行する際発生する乱流への遷移の直前で乱れがいったん間欠的になるという1周期の流体運動をとくに高次モーメントの変化から位相

図6 高次モーメントによる1周期の位相の分割 ($R=0$)

を分割して、遷移前後の渦運動の変化を見るためそれぞれの期間におけるパワースペクトルを求めた。図6で管中心における高次モーメントの時間変化において以下のように位相を分割した。

- 第1相：アンサンブル平均速度が零になる位相からひずみ度、とがり度が最大になるまでの期間
- 第2相：ひずみ度、とがり度が最大になる位相から乱流強度の最大になるまでの期間
- 第3相：乱流強度の最大となる位相からひずみ度が有意に負の値になるまでの期間
- 第4相：アンサンブル平均速度が零になるまでの期間

これらの期間におい乱流強度、ひずみ度、とがり度が著しく変化を見せている。これらの各相において管中心軸上の流速から求めたパワースペクトルを図7に示す。第1相では低周波数で強度が弱い、第2相で徐々に増加し、第3相では、最大となり、第4相において減少する。ところが高周波数領域では第1, 2相よりも第3, 4相で強度が著しく増加する。すなわち相対的に第1, 2相では高周波数成分が少ない分布であるのに対して、乱流強度の大きい第3, 4相では、高周波

図7 管中心の速度変動から求めた各相におけるパワースペクトル

図8 川瀬・吉川ら⁽¹⁵⁾によって得られたウィグナー分布

数成分が増加する分布となっており、その傾きが $-5/3$ に近い部分が表れるという定常流における等方性乱流に類似した分布となっている。しかしながら図6のような分割方法では、各相の時間間隔が異なるため、パワースペクトルの時間分解能が各相によって異なる。さらに非定常流に生ずる乱流では本来瞬時に表れるスペクトル分布をとらえる必要があり、定常スペクトルではある期間内の平均的な性質しかわからない。ある瞬時に表れるスペクトルを把握する有用な方法としてウィグナー分布が知られており、川瀬・吉川⁽¹⁵⁾は本研究で得られた管中心の流速データに対してウィグナー分布を求め、乱流の性質に関して興味深い検討を行っている。図8は川瀬・吉川⁽¹⁵⁾によって得られたウィグナー分布の結果である。乱流強度の立ち上がる第2相では、低周波成分が大きい。ところが第3, 4相では、低周波成分が減少するものの高周波成分はわずかに増加している。すなわち乱流が遷移の初期には、低周波成分が著しいのに対して遷移後乱流強度が比較的大きい領域では、低周波成分が減少し、相対的に高周波成分が増加する。ウィグナー分布の変化は相対的には、図7の定常スペクトルで求めた結果と一致しており、1周期を分割した各相におけるパワースペクトルから渦運動の様子を近似的にとらえることができると言える。

高次モーメントで位相を分割して求めたパワースペクトルでは、遷移後乱れに寄与している渦スケールの分布が相対的に高周波側に寄り、小さな渦にエネルギーが伝達されていく。遷移直前で最大となるとがり度が遷移後の高周波成分の増加に寄与していることを示唆しているが、遷移前後での渦運動の変化を詳細に把握するためには、時間分解能の高いスペクトルを求める必要があろう。

4. 結 言

直円管内の振動流に発生する乱流遷移において、遷移前後の流れの変化は、変動速度の高次モーメントによって特徴的に記述することができる。乱流強度が立ち上がる直前でとがり度が最大になるという乱れの間欠性が表れる。さらに1周期の各期間で求めたパワースペクトル変化から、遷移後渦スケールの分布が相対的に低周波から高周波側に移行することがわかった。

本研究を遂行するにあたり、予備実験に関しては当時慶応大学理工学部卒業研究の学部生であった駒井豊氏、田中慶氏、データ処理に関しては当時早稲田大学理工学部卒業研究の学部生であった矢島秀浩氏、田村浩道氏のご助力を得た。

文 献

- (1) Sergeev, S. I., *Fluid Dyn.*, **1** (1966), 121.
- (2) Mizushima, T., Maruyama, T. and Hirasawa, H., *J. Chem. Eng. Jpn.*, **8** (1975), 210.
- (3) Hino, M., Kashiwayanagi, M., Nakayama, A. and Hara, T., *J. Fluid Mech.*, **131** (1983), 363.
- (4) 近江・井口, 機論, **47-418, B** (1981), 993.
- (5) 小橋・恩地, 航空宇宙技術研究所報告, TR-65 (1964), 1.
- (6) 中川・ほか2名, 機論, **43-367** (1977), 1005.
- (7) 近江・ほか2名, 機論, **52-479, B** (1986), 2526.
- (8) Nerem, R. M. and Seed, W. A., *Cardiovasc. Res.*, **6** (1972), 1.
- (9) Yamaguchi, T., ほか4名, *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **105** (1983), 177.
- (10) 吉川・ほか2名, ながれ, **3** (1984), 236.
- (11) Ueda, H. and Mizushima, T., *Proc. 5th Biennial Symp. Turbulence*, (1977), 357.
- (12) 田中・宮嶋, 第23回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1986), 147.
- (13) Batchelor, G. K. and Townsend, A. A., *Proc. R. Soc., A*, **199** (1949), 238.
- (14) Sandborn, V. A., *J. Fluid Mech.*, **6** (1959), 221.
- (15) 川瀬・吉川ほか4名, 第4回生理生体工学シンポジウム論文集, (1989), 251.