空気輸送のシミュレーションのための実験研究* (第2報, 高レイノルズ数線形せん断流中の球に働く揚抗力)

山本 富士夫*¹, 幸川 光雄*¹, 紋谷 英樹*²
寺西 厚*³, 宮本 浩幸*⁴

An Experimental Study for Simulation of Pneumatic Conveying (2nd Report, Lift and Drag Applied on a Sphere in High Reynolds Number Linear Shear Flows)

Fujio YAMAMOTO, Mitsuo KOUKAWA, Hideki MONYA,
Atsushi TERANISHI and Hiroyuki MIYAMOTO

Effects of the velocity gradient of linear shear flows at a high Reynolds number ($Re_s=4\,000-35\,000$) on lift and drag applied on a spherical particle are investigated by measuring surface pressure distribution, using a pendant method, and by comparing computed and photographed trajectories of a sphere falling in upward shear flows. It is made clear that lift is applied on a sphere from the higher velocity side to the lower velocity side, that it increases as the velocity gradient becomes greater, and that drag is hardly affected by the velocity gradient.

Key Words: Multiphase Flow, Shear Flow, Fluid Force, Particle, Lift, Drag, High Reynolds Number, Trajectory

1. 緒 言

本研究は、固気二相流の数値シミュレーションに必要な基礎データを提供することを目的として始められた。せん断流中の粒子に働く揚抗力の問題は古くから多くの研究者たちによって議論されてきた。円柱については Bretherton⁽¹⁾ の、球については Saffman⁽²⁾ の研究がよく知られている。彼らは、理論研究によって、低レイノルズ数におけるおそいせん断流中で揚抗力が高速側に作用することを明らかにした。一方、Jordan-Fromm⁽³⁾ は、円柱回りの線形せん断流の数値解析によって、レイノルズ数が400のとき平均揚抗力が低速側に働くことを示した。Lee-Durst⁽⁴⁾ は、発達した管内流れにおけるこの問題についてLDVを用いて調べ、流体の粒子に対する相対速度の符号によって揚抗力の方向が決まると述べている。彼らの研究によれば、揚抗力は、100 μm と200 μm の比較的小さい粒子の場合には管の中心部分にあるとき高速側に、管壁の近くにある

とき低速側(壁側)に作用し、400 μm と800 μm の比較的大きな粒子の場合には高速側(管中心側)に働くとしている。著者らは、以前に1/7乗則速度分布の二次元ダクト流れの中の円柱に作用する揚抗力について、表面圧力分布測定法と、それと並行してペンダント法で調べた結果、円柱が壁面に近いとき両者間のすきま流れの影響で揚抗力は高速側(管中心側)に働くが、そうでないときには低速側(管壁側)に働くことを明らかにしたが、速度こう配の影響とすきま流れの影響とを分離できなかった⁽⁵⁾。そこで、線形せん断流を作り、速度こう配が円柱の揚抗力に及ぼす影響を調べ、揚抗力係数 C_{Lc} の値はシアパラメータ $K_c [= d_c/U_{cen}(\partial U/\partial y)]$ とともに増大することと、抗力係数の値はせん断流の場合のほうが一様流に比べてわずかに大きくなることを示した⁽⁶⁾。

本研究では、上述の研究者たちが調べたものよりずっと高いレイノルズ数の線形せん断流中の球に働く揚抗力を扱う。球に働く流体力を測定するために、ペンダント法と球の表面圧力分布測定法とを用いる。実験は鉛直二次元ダクトを用いて行われる。気流の速度こう配とレイノルズ数が揚抗力に及ぼす効果について検討を加える。揚抗力の実験値を球の運動方程式に代入して、上向きに線形せん断流をするダクト内を落下す

* 原稿受付 平成3年2月25日。

*¹ 正員、福井大学工学部 (〒910 福井市文京3-9-1)。

*² 正員、渋谷工業(株) (〒920 金沢市大豆田本町)。

*³ 正員、ブラザー工業(株) (〒467 名古屋市瑞穂区堀田通9-35)。

*⁴ 学生員、福井大学大学院。

る球の運動軌跡を計算し、その結果とカメラで撮影した実際の落下球の軌跡とを比較検討する。

記 号

- b : ダクト断面の半幅 (=75 mm)
 $\tilde{c}$: 球の速度
 C_D : 抗力係数
 C_L : 揚力係数
 c_x, c_y : $\tilde{c}$ の x, y 成分
 d : 球の直径
 $\vec{F}_D, \vec{F}_L$: 球に働く抗力, 揚力
 G : ダクト流れの無次元速度こう配 $=2b\lambda/U_d$
 g : 重力の加速度
 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$: x, y, z 方向の単位ベクトル
 K_s : 球に関するシアパラメータ $=\lambda d_s/U_{cen}$
 m : 球の質量
 p : 圧力
 Re_d : ダクトに関するレイノルズ数 $=2bU_d/\nu$
 Re_s : 球に関するレイノルズ数 $=dU_{cen}/\nu$
 t : 時間
 T_u, T_v : 気流速度の x, y 成分の乱れ強さ
 U : 気流の時間平均速度
 U_d : 気流のダクト断面平均速度
 U_{cen} : 気流の球中心に対する近寄り速度
 w : 気流の球に対する相対速度
 x, y, z : 直角座標系 (図1参照)
 α : ペンダントの傾き角度
 λ : 速度こう配 $=\partial U/\partial y$
 ν : 空気動粘性係数
 ρ_a : 空気密度
 添 字
 c : 円柱について
 s : 球について
 x, y : x, y 方向の成分

2. 実験装置と実験方法

2.1 ダクト内の線形せん断流 図1に、線形せん断流をする鉛直く形断面ダクトとその中の球およびその駆動装置の概略を示す。空気は、 y 方向に一定の速度こう配を、 z 方向に一樣な速度分布をもって鉛直上方(x 方向)に流れる。ダクトの横断面は150 mm×150 mmのく形である。線形せん断流は上流側に不等間隔平行格子を置くことによって得られる。その間隔の基本的な調整は、まずOwenとZiekiewicz⁽⁷⁾の理論にしたがって行われるが、一定の速度こう配が得られるまで何回も微調整を行う必要がある。実験には、

$G=0, 0.2, 0.4, 0.6$ の4とおりの速度こう配を用意した。いずれの速度こう配についても線形性と二次元性が満足できるものであることと、速度の x 成分の乱れ強さ T_u とレイノルズ応力 $-\overline{uv}/U^2$ の分布は前報⁽⁶⁾で述べたとおりである。

2.2 ペンダント法による揚力の測定 揚力係数の測定はダクトのテスト部分でペンダント法を用いて行われる。供試球の直径は、 $d_s=5$ mmと10 mmである。ペンダントの傾き角度 α はビデオモニタ上で測定される。ペンダントは、実験中ある振幅で振動するので、傾き角度の時間平均値 α を用いる。揚力の値は次式より求められる。

$$F_L = (mg - F_b - F_D) \tan \alpha \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに、 m は球の質量、 g は重力の加速度、 F_D は球に働く抗力、 F_b は浮力である。 F_D の値は文献(8)中の Re_s - C_{Ds} 曲線から引用された C_{Ds} の値を用いて計算される。

2.3 表面圧力分布による揚抗力の測定 線形せん断流中に固定された球の表面圧力分布の測定を、 $G=0, 0.2, 0.4, 0.6$ と $U_d=U_{cen}=12, 15, 17, 19$ m/sとを組合せた各場合について行う。ここに、 U_{cen} は気流の球中心に対する近寄り流れの速度である。供試球は外部の駆動装置によって x 軸回りに回転される。球の直径は、 $d_s=25, 30, 35$ mmである。球に関するシアパラメータ K_s は0~0.12の範囲にある。球の表面圧力を p 、ダクトの同じ断面における壁面の静圧を p_w とすれ

図1 実験ダクトと座標系 (長さの単位 mm)

ば、圧力係数 C_p は次のように定義される。

$$C_p = (p - p_w) / (\rho_a U_{cen}^2 / 2) \quad \cdots (2)$$

ここに、 ρ_a は空気密度である。

球の抗力係数 C_{Ds} と揚力係数 C_{Ls} は、圧力係数をシンプソン法を用いて次の数値積分を行うことによって求められる。

$$C_{Ds} = (1/\pi) \int_0^\pi \int C_p \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\phi d\theta \quad \cdots (3)$$

$$C_{Ls} = -(1/\pi) \int_0^\pi \int C_p \cdot \cos \phi \cdot \sin^2 \theta \cdot d\phi d\theta \quad \cdots (4)$$

2.4 線形せん断流中の落下球の軌跡 線形せん断流中の球の運動軌跡に及ぼす揚力の影響を調べるために、落下球の軌跡をストロボ付きのカメラで撮影する。供試球は、直径が $d=5\text{ mm}$ で密度が $4\,470\text{ kg/m}^3$ のガラス球である。写真上の各時刻における球の中心座標はパーソナルコンピュータとグラフィックデジタイザを用いて測定される。落下球の速度はWilkinsonの数値微分法を用いて計算される。

3. 線形せん断流中の球の運動軌跡の計算

鉛直ダクト内の上向き線形せん断流中を落下する単一球の運動軌跡を計算し、実験の軌跡と比較検討する。球に働く力としては、重力 mg 、揚力 $\vec{F}_L$ および抗力 $\vec{F}_D$ を考える。マグナス力や回転球に働く粘性トルク、ダクト壁と球との衝突などは無視される。線形せん断流の速度 U は次式で表される。

$$U = U_d \left(1 + \frac{Gy}{2b} \right) \quad \cdots (5)$$

ここに、 b はダクトの半幅、 $G=2b(\partial U/\partial y)/U_d$ は無次

元速度こう配である。座標系の原点を供試球が落下を始める点にとる。それはダクトの中央に位置する。

さて、運動方程式は次のように簡単に表される。

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -mg \vec{i} + \vec{F}_D + \vec{F}_L \quad \cdots (6)$$

ここに、 $\vec{r}$ は位置ベクトルである。すなわち、 $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$ で、 $\vec{i}$ と $\vec{j}$ はそれぞれ x と y 方向の単位ベクトルである。 $\vec{F}_D$ と $\vec{F}_L$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\vec{F}_D = \frac{1}{8} C_{Ds} \rho_a \pi d p^2 |\vec{W}| \vec{W} \quad \cdots (7)$$

$$\vec{F}_L = -\frac{1}{8} C_{Ls} \rho_a \pi d p^2 |\vec{W}|^2 \frac{\vec{K} \times \vec{W}}{|\vec{K} \times \vec{W}|} \quad \cdots (8)$$

ここに、 $\vec{W} = \vec{U} - \vec{c}$ は気流の球に対する相対速度である。また、式(8)の中で負符号を用いている理由は、本論文の座標系では F_L が y の負の方向に作用するので、 C_{Ls} の値を正として扱うためである。

球の速度 $\vec{c}$ は次式で与えられる。

$$\vec{c} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} \quad \cdots (9)$$

ここで、 $C_{Ds} \gg C_{Ls}$ 、 $|c_y|/|\vec{W}| \ll 1$ 、および、 $\vec{K} \times \vec{W}/|\vec{K} \times \vec{W}| = \vec{j}$ と仮定すると、式(6)は次のように x と y の成分に分けられる。

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -g + \frac{3}{4} C_{Ds} \frac{\rho_a}{d \rho_p} |\vec{W}| (U - c_x) \quad \cdots (10)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\left[\frac{3}{4} C_{Ds} \frac{\rho_a}{d \rho_p} |\vec{W}| c_y + \frac{3}{4} C_{Ls} \frac{\rho_a}{d \rho_p} (U - c_x)^2 \right] \quad \cdots (11)$$

4. 実験結果と検討

4.1 ペンダント法で測定された揚力係数 図2

図2 球のペンダントの写真 ($G=0.6$, $d=5\text{ mm}$)

図3 球表面の圧力分布 (ϕ 方向)

は糸でつるされた球のペンダントの写真で、これにより、せん断流中では球に揚力が作用するためにペンダントが鉛直線より傾いていることがわかる。ペンダント法の実験の結果、揚力係数の値は、 $G=0.6$, $Re_s=4000\sim6000$ のとき $C_{Ls}=0.02$ であった。 C_{Ls} は G に対するデータは広く散らばったが、 C_{Ls} は G が 0 から 0.6 まで増加するにつれて大きくなる傾向を示した。

4.2 表面圧力分布の測定による揚抗力 図3は、緯度 θ をパラメータとして経度 ϕ の方向に対する球表面の圧力分布を示したものである。ここで、 $\phi=0$ という経度線はある一つの緯度 θ に対して最高の気流速度側に位置する。また、 $\theta=0$ という緯度は球の前縁に相当する。図3から明らかなように、同じ θ に対していつも高速側 ($\phi=0$ の側) の圧力のほうが低速側 ($\phi=\pm\pi$ 側) の圧力より高いことがわかる。このような圧力分布のために、球には気流の低速側に向かう揚力が作用することになる。

図4は、 G と d をパラメータとして抗力係数 C_{Ds} をレイノルズ数の関数として示したものである。定義によって $K_s=Gd/2b$ であるから、 G と d がある一つの値をとれば K_s の値もただ一つ決まる。この図4において、線形せん断流 ($G\neq 0$) の場合の C_{Ds} と一様流 ($G=0$) の場合の C_{Ds} との間で顕著な差が見られない。Schlichting の著書⁽⁸⁾ によれば、一様流の場合の C_{Ds} の値は、 $Re_s=10000$ のとき 0.40 であり、それよりレイノルズ数が大きくなるにつれて少し増大し、 $Re_s=30000$ のとき 0.43 となる。本実験のデータはこ

図4 抗力係数とレイノルズ数の関係

図5 揚力係数と無次元速度こう配の関係

図6 落下する球の写真 ($d=5$ mm)

のこととよく一致している。線形せん断流の場合には、 C_{Ds} の値は、図4に見られるように 0.46 ± 0.03 であり、これは一様流の場合の値より少し大きい。なお、 ± 0.03 は測定と数値計算における不確かさによるばらつきである。

図5は、 d と U_{cen} の二つのパラメータを用いて揚力係数がシアパラメータ K_s とともに大きくなることを示している。一様流 ($G=0$) の場合は、明らかに $C_{Ls}=0$ である。

4.3 鉛直ダクト内の落下球の軌跡 図6(a)~(c)は、実験ダクト内の上向き線形せん断流の中を落下する球の運動軌跡のストロボ写真である。これらの写真より、軌跡は落下するにつれて鉛直線より気流の低速側にずれていくことがわかる。また、球には揚力が作用していることと、軌跡の鉛直線からのずれが速度こう配 G とともに大きくなることが認められる。なお、上部において軌跡のふらつきが観察されるが、これは球の落下開始点の近くで球のホルダの周りの気流が強く乱れて、それが球の運動に影響したものと思われる。

図7は、写真から得た軌跡と二つの C_{Ds} の値に対する計算された軌跡とをまとめて示したものである。 $C_{Ds}=0.45$ という値を用いると、各時刻における計算された球の座標と実験によるそれとは、微小なずれが見られるもののよく一致する。図7中の点A、B、Cは、落下開始から同じ時間経過後の球の座標である。文献(8)から引用した $C_{Ds}=0.40$ を用いると、軌跡としてはよく一致しているように見えるが、実は各時刻にお

ける球の座標はかなりずれている。球は $C_{Ds}=0.45$ を用いたときより抗力が小さくなり高速で落下するため点Bは点Cより下に来る。

落下球の時間経過に対する座標と速度の変化を図8

図7 計算および実験から求めた落下する球の軌跡 ($d=5$ mm)

(a) 座標

(b) 速度成分

図8 落下する球の座標と速度の時間変化 ($d=5$ mm)

(a), (b)に示す。実線および破線は計算結果である。図8中に示されている $C_{Ls}=0.02$ と $C_{Ds}=0.45$ とを用いると、座標と速度の x, y 成分 c_x, c_y の計算値はどの時刻においても実験値とよく一致する。他の速度こう配 G の値に対しても座標と軌跡について計算値と実験値とのよい一致を見ることができた。それらをまとめて、 G の値が大きくなるとともに軌跡の鉛直線からのずれは大きくなり、 C_{Ls} の値も大きくなることが確かめられた。

なお、実際には C_{Ds} はレイノルズ数の関数であるから、運動中の球に対する気流の相対速度が変化すればその値も変わるはずである。しかしながら、本計算でそれを一定として扱った根拠は、本実験の Re_s の値が6040~6130の範囲にあり、文献(8)中の Re_s - C_{Ds} 曲線にしたがってその範囲を含む $Re_s=3000$ ~10000では C_{Ds} は一定とみなされることによる。

5. 結 論

鉛直ダクト内を通る高レイノルズ数線形せん断流中の単一球に働く揚抗力係数について実験的に調べ、レイノルズ数 $Re_s=4000$ ~6130 と 15000~34700, およびシアパラメータ $K_s=0$ ~0.12 の範囲に対していくらかのデータを提供した。得られた結論は次のとおり

である。

(1) 高レイノルズ数せん断流中の球は気流の球に対する近寄り流れの高速側から低速側の方向に揚力を受ける。

(2) 揚力係数の値は速度こう配とともに大きくなり、抗力係数の値は速度こう配の影響をほとんど受けない。

本研究の一部は、文部省科学研究費補助金(63550131)を受けて行われたものである。記して謝意を表する。

文 献

- (1) Bretherton, F. P., *J. Fluid Mech.*, **12**-4 (1962), 591.
- (2) Saffman, P. G., *J. Fluid Mech.*, **22**, Part 2 (1965), 385, Corrigendum for the paper is found in *J. Fluid Mech.*, **31**, Part 4 (1968), 624.
- (3) Jordan, S. K. and Fromm, J. E., *Phys. Fluid*, **15**-16 (1972), 972.
- (4) Lee, S. L. and Durst, F., *Int. J. Multiphase Flow*, **8**-2 (1982), 125.
- (5) Yamamoto, F. and Monya, H., *Mem. Faculty Eng., Fukui University*, **36**-1 (1988), 139.
- (6) 山本・紋谷, 機論, **55**-515, B (1989), 1836.
- (7) Owen, P. R. and Zienkiewicz, H. K., *J. Fluid Mech.*, **2**-6 (1957), 521.
- (8) Schlichting, H., *Boundary-Layer Theory* 6th Ed., (1968), 17, McGraw Hill Book Co., New York.