安定成層剪断流の乱流輸送機構*

(第1報、二次元乱流の直接シミュレーション)

大塚雅哉^{*1}, 山川正剛^{*1}

A Turbulence Transport Mechanism in a Stably Stratified Shear Flow
(1st Report: Direct Simulation of Two-Dimensional Turbulence)

Masaya OHTSUKA and Masanori YAMAKAWA

A turbulence transport mechanism of a stratified flow was studied analytically by using a third-order upwind difference method for the Navier-Stokes equation without any turbulence average modelling. A stably stratified shear flow was analyzed where two parallel streams of water with different densities moving at different velocities were merged at the entrance to the channel. Regular arrays of the cross-flow vortices and fluid mixing were calculated at the interface where the analytical grid transformation method was used for concentration of the mesh size at the interface without losing any discretization order. Non-dimensional distributions of density and velocity at a vertical cross section agreed with experimental data. Turbulent mass diffusivity became negative at the upper side of the mixing layer, where dissipation of buoyancy had a large effect.

Key Words : Turbulent Mixing, Shear Flow, Numerical Analysis, Finite Difference Method, Stably Stratified Flow, Countergradient Flux

1. ま え が き

安定成層剪断流は、原子力や海洋工学などの分野で重要な流れであるが、複雑な乱流構造を有するために、乱れの輸送機構はこれまで十分解明されていない。特に成層界面では、高さ方向の密度勾配により乱れが非等方となるとともに、浮力の卓越する流れでは間欠的な連行現象が生ずるため、従来の乱流モデルがこのような場に適用できるかどうかは明かではない。

Komori¹⁾らは、十分発達した一様乱流が仮定できる平行剪断流に対して乱流量を測定し、勾配 Richardson 数が 0.2 を越えると、熱の逆勾配拡散があることを指摘している。これは、 $k-\varepsilon$ 乱流モデルの様な勾配型の拡散モデルでは説明できず、非等方性を考慮した乱流のモデル化が必要であることを示している。これに対し、Schumann, U.²⁾は、浮力を考慮にいたれた Reynolds 応力モデルを用いて逆勾配拡散が説明できることを示している。しかし、これらは十分発達した一様乱流に対する研究であり、このような議論が混合層の発達領

域に適用できるかどうかは明かにされていない。特に混合層の発達領域では、組織的な渦の発達が観測されており、これが熱の輸送機構と深くかかわっていると考えられる。従って、成層界面における伝熱機構の解明には、組織的な渦構造の影響を明かにする必要がある。

本研究では、密度の異なる二平行剪断流を考え、浮力の働く場での組織的な渦構造をシミュレーションすることにより、逆勾配拡散の生成要因を検討するとともに、渦運動の効果について明かにした。

2. 記 号

- C : 物質濃度 ($1/m^3$)
- D : 物質拡散係数 (m^2/s)
- g : 重力加速度 (m/s^2)
- h : 空間メッシュ幅 (m)
- h_i : スプリッタ下流 1 cm における速度の最急勾配厚さ (m)
- k : 乱流運動エネルギー $= 1/2 u_i u_i$ (m^2/s^2)

* 原稿受付 平成3年4月15日。

^{*1} 正員、(株)日立製作所 エネルギー研究所 (●316 日立市森山町1168)。

P : 圧力 (Pa)

p : 圧力変動 (Pa)

t : 時間 (s)

U : 速度 (m/s)

U_0 : 高速側と低速側の平均速度 (m/s)

u : 乱れ速度 (m/s)

x : 実空間位置 (m)

X : 写像空間位置 (m)

ΔU : 入口での高速側と低速側の速度差 (m/s)

$\Delta \rho$: 入口での高速側と低速側の密度差 (kg/m³)

θ : 密度変動 (kg/m³)

ν : 動粘性係数 (m²/s)

ρ : 密度 (kg/m³)

ρ_0 : 高速側と低速側の平均密度 (kg/m³)

3. 解析方法

3.1 基礎式 基礎式として、以下の様な非圧縮流に対する連続の式、Navier-Stokes の式、物質濃度の輸送方程式を用いた。

$$\partial U_k / \partial x_k = 0 \quad (1)$$

$$\partial U_j / \partial t + U_k \partial U_j / \partial x_k = \partial P / \partial x_j + (\rho - \rho_0) / \rho_0 g_j + \nu \partial^2 U_j / \partial x_k^2 \quad (2)$$

$$\partial C / \partial t + U_k \partial C / \partial x_k = + D \partial^2 C / \partial x_k^2 \quad (3) \\ (k=1, 2; j=1, 2)$$

ここで、 U は速度、 C は物質濃度、 P は圧力、 ρ は密度、 ν は動粘性係数、 D は拡散係数である。また、浮力に対しては、Navier-Stokes方程式の浮力項のみで考慮するBoussinesq近似を用いた。

3.2 数値解法 (1)～(3)式の解を、直交差分法によって求めた。特に、成層界面での急峻な温度勾配及び流速勾配を模擬するために、座標変換法を用いて計算メッシュを成層界面に集中した。変換座標系を $\{X_k; k=1, 2\}$ 、実空間での座標系を $\{x_k; k=1, 2\}$ とし、次式を用いて座標系を変換した。

$$\partial / \partial x_k = \partial X_k / \partial x_k \cdot \partial / \partial X_k \quad (4)$$

ここで、変換は直交性を保ったまま、各方向独立に変換した。変換された基礎式に対して、対流項を次に示す様なLeonardによる三次風上差分法³⁾⁴⁾で離散

化し、それ以外の項を二次の中心差分法で離散化した。

$$[U \partial U / \partial X]_i = (U_i \alpha_1^T U_i + U_i \alpha_2^T U_i) / h \quad (5)$$

$$\alpha_1 = (-1/12, 2/3, 0, -2/3, 1/12) \quad (6)$$

$$\alpha_2 = (1/12, -1/3, 1/2, -1/3, 1/12) \quad (7)$$

$$U_i = (U_{i+2}, U_{i+1}, U_i, U_{i-1}, U_{i-2}) \quad (8)$$

ここで、 i はメッシュ番号、 h は変換座標系でのメッシュ幅である。メッシュ系はスタガードメッシュとし、速度はメッシュの辺で、圧力と濃度はメッシュの中心で定義した。時間方向の積分には、二次精度の有理Runge-Kutta法⁵⁾を用いた。圧力は、SMAC (Simplified Marker and Cell) 法に準じ、圧力補正值に対するポアソン方程式をICCG (Incomplete Cholesky Conjugate Gradient) 法⁶⁾で解いた。

3.3 計算条件 解析対象は、Koop, C. G. and Browand, F. K.⁷⁾による二平行密度成層剪断流実験とした。この実験では、密度と速度の異なった塩水が平行に実験水槽 (高さ100mm×奥行100mm×長さ1600mm) に流入する。流入部スプリッタの上方には密度の小さい低速流体が、下方には密度の大きい高速流体がそれぞれ流れる。本解析で対象とした実験条件は、以下のとおりである。

$$Re = \Delta U h_i / \nu = 300 \quad (9)$$

$$R_i = g \Delta \rho h_i / \rho_0 (\Delta U)^2 = 0.075 \quad (10)$$

ここで、長さスケール h_i は、スプリッタ下流1cmにおける速度の最急勾配厚さである。また、密度の最急勾配厚さは、速度の最急勾配厚さに比べて十分薄い。流入部の速度分布は、同一実験装置を用いたHo, C. M. and Huang, L. S.の実験結果⁸⁾より推定した。即ち、図1に示すように最急勾配厚さ h_i を持つtanhプロファイルを修正し、高速側と低速側に同一の境界層を持つ流速分布を仮定した。ここで、高速側の境界層の流速分布に乱流境界層における指数則分布を適用し、これをtanhプロファイルになめらかに接続した⁷⁾。また、流入部における流速変動としては、実験結果⁷⁾より、主流方向の流速の乱れを0.5%とした。また、実験で奥行方向に二次元的な流れが観測されていることから、解析体

系は図2に示すような二次元体系とした。メッシュ数は、主流方向50、垂直方向30であり、流出部は勾配ゼロの自由流出条件とした。ここで、成層界面でのメッシュ集中の為に、図3に示す様な解析的に微分可能な三次関数を高さ方向の座標変換関数として用い、座標変換に伴う数値微分誤差を排除した。

4. 解析結果

4.1 平均流速分布と平均密度分布 図4に渦度と密度の等高線図を示す。スプリッタの端から発生した微小な速度の揺らぎは徐々に大きくなり、後流で高速側から低速側への巻き込み渦に発達する。このような渦列によって高速側と低速側の流体が混合し、密度の揺らぎが生ずる。

図5に、密度と速度に対する積分厚さの発達を示す。密度に対する積分厚さは、未発達領域では速度の積分厚さよりも小さいが、巻き込み渦が生じる発達領域で増大する。一方、速度の積分厚さは、ほとんど一定の割合で発達する。実験結果の速度の積分厚さの発達率は

図1 流入部の流速分布

図2 解析メッシュ図

図3 高さ方向の座標変換

は 0.0065 ± 0.0005 であり、解析結果と一致する。

図6に、渦の発達領域である $x/h_i = 52.9$ における、密度と速度の時間平均値の高さ方向の分布を示す。実験値と解析結果は、密度に対して最大5%、速度に対して最大10%の差で一致する。速度は平均速度を持つ点に対して上下にほぼ点対称であるが、密度の混合層は、上部の低速側で薄くなる非対称な分布となる。解析では、低速側の混合層の積分厚さを最大10%過大に評価するが、密度の非対称な分布をシミュレーションすることができる。

図4 渦度と密度の等高線

h_i : THE VERTICAL MAXIMUM SLOPE THICKNESS OF THE VELOCITY AT THE ENTRANCE (m)

図5 密度と速度の積分厚さ

図6 密度と速度の高さ方向分布

4.2 乱流量の分布 図7に、渦の未発達領域と発達領域における乱流運動エネルギー k 、密度変動強度 θ^2 および乱流物質流束 $\overline{u_j \theta}$ の高さ方向分布を示す。これらの量は流速および密度勾配の急峻な混合領域に局在化しているが、乱流運動エネルギー k は、圧力と粘性の効果で、より滑らかな分布となる。ここで、 $x/h_i=52.9$ で乱流物質流束が正になる領域があり、これは、平均密度勾配に逆らって物質が輸送される逆勾配拡散が生じていることを示している。図8には、乱流物質拡散係数の分布を示す。この図から、渦の発達領域である $x/h_i=52.9$ では、密度分布の中間点近傍で乱流物質拡散係数の符号が逆転し、上部の領域で負となることがわかる。このような乱流物質拡散係数の非対称性が、図6で見られた平均密度分布の非対称性の原因となっているものと考えることができる。

4.3 乱流物質流束の輸送 乱流物質流束の輸送方程式は、次の様子書くことができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_j \theta}}{\partial t} = & -\overline{u_j k} \frac{\partial \overline{u_j \theta}}{\partial x k} - \beta \overline{\theta^2} g_j \\ & + (\overline{u_j u k} \frac{\partial \rho}{\partial x k} + \overline{u k \theta} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x k}) \\ & + 1/\rho p \frac{\partial \theta}{\partial x j} \\ & + \nu (\frac{\partial \overline{u k}}{\partial x j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x k}) \frac{\partial \theta}{\partial x k} \\ & - \frac{\partial \overline{u k u_j \theta}}{\partial x k} - 1/\rho \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x j} \\ & + \nu \frac{\partial \theta}{\partial x} (\frac{\partial \overline{u k}}{\partial x j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x k}) / \frac{\partial x k} \\ & + D \frac{\partial (\overline{u_i \theta} / \frac{\partial x k})}{\partial x k} \\ & - D \frac{\partial \theta}{\partial x k} \cdot \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x k} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、右辺第1項が対流項、第2項が浮力による散逸項、第3項が平均流による生成項、第4項が圧力変動による散逸項、第5項が粘性による散逸項、第6項が流速変動に伴う拡散項、第7項が圧力変動に伴う

拡散項、第8項が粘性による拡散項、第9項が物質拡散に伴う拡散、第10項が物質拡散に伴う散逸である。

図9に、 $x/h_i=31.8$ と 52.9 における対流項、浮力による散逸項、および平均流による生成項の高さ方向の分布を示した。 $x/h_i=31.8$ では、平均流による生成が大きめ、浮力および対流の効果が散逸として働いている。一方、 $x/h_i=52.9$ では、平均流による生成に代わって、対流が生成の効果として働くようになる。浮力による散逸のピークは $x/h_i=31.8$ の様に生成項と同じ位置にはなく、上方にずれ、界面上部で浮力散逸が大きく働く。従って、上部で生ずる逆勾配拡散は、乱流物質流束の浮力散逸によって発生していることがわかる。

図10は、渦による動的な運動の効果を調べるために、 $\overline{u_j \theta}$ に対する u_j と θ で作られる座標系の各象限からの寄与を示したものであり、Ⅱ及びⅣ象限が物質の逆勾配拡散のある領域に対応している。時間的には、Ⅰ→Ⅱ→Ⅲ→Ⅳ→Ⅰの順で各象限が現われる。第Ⅳ象限では渦相互の干渉により、下流の渦によって上部から輸送された密度の小さい流体が、上流の渦により再

図8 乱流物質拡散係数の高さ方向分布

図7 乱流量の高さ方向分布

図9 乱流物質流束の輸送における各項からの寄与

図10 乱流物質流束に対する各象限からの寄与

び上方へ押し上げられ、また、第Ⅱ象限では、下流の渦によって下部から輸送された密度の大きい流体が、下流の渦により再び下方へ押し下げられる。このような渦の動的な運動が逆勾配拡散には不可欠であり、成層界面上部における乱流物質流束の浮力散逸を可能にしていることがわかる。

5. 結 論

Koop, C. G. and Browand, F. K.⁷⁾の実験 ($Re = 300$, $Ri = 0.075$)に対して、安定成層剪断流の発達領域における乱流物質輸送機構を、高次差分法による直接シミュレーションで検討し、以下の結論を得た。

- (1) 密度と速度の時間平均値の高さ方向の分布は、界面で垂直方向のメッシュを集中したメッシュ体系 (垂直方向: 30, 水平方向: 50) に対し、実験値とそれぞれ10%, 5%の差で一致する。
- (2) 渦の発達領域において、成層界面上部で逆勾配拡散が生じる。
- (3) 逆勾配拡散は、乱流物質流束の浮力散逸で生じ、動的には、成層界面部の渦の相互作用によって生成される。

文 献

- (1) Komori, S. et al., J. Fluid Mech. Vol. 130, (1983) pp13-26
- (2) Schuman, U., Nucl. Engng. & Des. Vol. 100, (1987) pp255-262
- (3) Leonard, B. P., Computational Techniques in Transient Turbulent Flow, Vol. 2 (1981) Pineridge Press, Swansea
- (4) 大塚雅哉, 山川正剛, 機論 55-511 (平元), 592
- (5) Wambecq, A., J. of Comput. & Appl. Math., Vol. 2, No. 1 (1976) pp. 27-33
- (6) Meijerink, J. A. and Vorst, V. A., Math. Comp., Vol. 31, (1977) pp148-162
- (7) Koop, C. G. and Browand, F. K., J. of Fluid Mech., Vol. 93, (1979) pp135-160
- (8) Ho, C.M. and Huang, L.S., J. of Fluid Mech., Vol. 119, (1982) pp.443-473