磁性流体の粘性ダンパの振動特性に関する基礎的研究*

島田 邦雄^{*1}, 神山 新一^{*2}A Basic Study on Oscillatory Characteristics
of Magnetic Fluid Viscous Damper

Kunio SHIMADA and Shinichi KAMIYAMA

Basic studies of a magnetic fluid viscous damper are carried out theoretically and experimentally to clarify the effect of an applied magnetic field on the characteristics of a vibrating spring-mass system in the magnetic fluid. Experimental study shows that the application of magnetic field is effective reducing the resonance characteristics of the system. Theoretical analysis which is conducted by taking into account the aggregate of magnetic particles shows reasonable agreement with the experimental data.

Key Words: Magnetic Fluid, Oscillatory Flow, Forced Vibration, Damper, Damping, Natural Frequency, Magnetic Field

1. 緒 言

見掛け上, 強い磁性を有する流体としての磁性流体を用いた応用機器の開発^{(1)~(3)}に, 振動流の特性を利用した磁性流体ダンパ^{(4)~(7)}や, アクチュエータ⁽⁸⁾⁽⁹⁾などが挙げられる。しかしながら, これらの応用開発における基礎的研究としての磁場下での磁性流体中にある物体の振動特性に関する研究は, 数少ないのが現状である。

そこで, 本研究では, これらの磁性流体の応用開発の一例として, 磁性流体の粘性ダンパについて取り上げ, その基礎的研究として, 最も基本的なばね-マス系の振動特性に及ぼす磁場の影響について理論的および実験的に研究を行った。特に, 理論解析においては, 磁場の印加による磁性粒子の凝集から生ずる見掛け粘度の増加を説明するために, 著者らが前に行った粒子の凝集を考慮した磁性流体の振動流における理論式⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾を用いて解析を行い, 実験結果と比較検討した。

主 な 記 号

f : 周波数
 H_y : 磁場の強さ
 k : ボルツマン定数
 M : ダンパの系の質量
 m : 磁気モーメント
 r^* : 半径 $= r/R_0$
 T : 温度
 t^* : 時間 $= \omega t$
 v_z^* : 流速 $= v_z/v_p$
 η : 粘度
 μ_0 : 真空の透磁率
 ρ : 凝集粒子の軸比
 θ : 周方向座標
 ω : 角周波数 $= 2\pi f$
 $*$: 無次元表示

2. 実験装置および実験方法

本研究で用いた粘性ダンパの実験装置の概略を図1に示す。外筒⑥に満たされた磁性流体④中に内筒⑤を浸し, 振動試験機⑩により流体に振幅 a の振動変位 u を与え ($u = a \sin \omega t$), ばね⑬によりその強制振動を

* 平成3年3月16日 東北支部第26期総会講演会において講演, 原稿受付 平成3年6月27日。

^{*1} 正員, 東北大学大学院。

^{*2} 正員, 東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平2-1-1)。

受ける内筒⑤の変位 Z を光学式変位計⑮により測定する。ばね⑬は、内筒⑤を支えるために4本使用しており、さらに、ばね⑬の振動中のたわみを抑えるためにばねの中に支持棒⑫を用いている。このときに使用したばねのばね定数 k_0 は 14.06 N/m である。また、与える振動変位 u は、加速度計⑨により測定し、内筒⑤の振動変位 $Z[Z = z_0 \sin(\omega t + \phi)]$ と共にスペクトラム解析される。

内筒⑤の半径 R_i の大きさは、 8 mm と 4 mm の2種類であり、長さ l が 54 mm である。また、外筒⑥の半径は、 $R_o = 11.0 \text{ mm}$ である。この内筒⑤に対して、ばね-マス系の全質量 M は、 39.6 g である。

使用した磁性流体は、質量濃度 20% の水ベース磁性流体であり、実験における液温は 31.2°C で、動粘度 $\nu = 1.809 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 、密度 $\rho_m = 1.198 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ である。

また、永久磁石⑦を用いて磁性流体に非一様磁場を垂直に印加し、その磁場分布と円筒⑤と磁場分布との位置関係を図2に示す。ここで、図2中の座標 x, y は図3による座標である。

この磁場分布において、理論計算にあたっては、磁性流体に作用する磁場分布の平均値に近い値として $x = 0 \text{ mm}$, $y = -9.5 \text{ mm}$ における磁場の強さを用いた。

① Weight	⑩ Vibration Exciter
② Upper Plate	⑪ Measurement Plate
③ Supporting Bar	⑫ Spring Support
④ Magnetic Fluid	⑬ Spring
⑤ Inner Cylinder	⑭ Camera
⑥ Outer Cylinder	⑮ Optical Amplifier
⑦ Permanent Magnet	⑯ Spectrum Analyzer
⑧ Piston	⑰ Frequency Counter
⑨ Impedance Head	⑱ D.C. Power Amplifier

図1 実験装置概略図

3. 理論解析

本実験における粘性ダンパに対して理論解析を行うのに、図3に示すようなモデルと座標を取る。

粘性ダンパに関する理論的研究にはいくつか挙げられるが^{(12)~(14)}、ここではこれらの解析手法を磁場中の磁性流体の振動流に適用して理論解析を行う。すなわち、図3に示すような系を入力変位 u に対する出力変位 Z の相対変位 $\xi (= u - Z)$ が出力変位 Z の絶対変位に等しい系に置き換えて、系内の液体の流れを非定常流として取扱って解析し、粘性減衰係数と付加質量を求め、ついで、これらの値を系に関する振動の方程式に適用するという方法である。なお、運動方程式については、著者らが前に磁性流体の振動流を磁性粒子の凝集を考慮して行った理論式⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾を適用することにする。(内筒⑤から見たときの内筒⑤と外筒⑥の間に流体が存在する)領域1における運動方程式は、無次元表示で次式のように表される。

図2 磁場分布と円筒の位置 (l)

図3 解析モデル

$$W_o^2 \frac{\partial v_{z,1}^*}{\partial t^*} = \left(-\frac{\partial p^*}{\partial z^*} \right)_1 + \left(1 + \frac{2\Delta\eta_{1,1}}{\eta} \right) \frac{1}{r^*} \frac{\partial v_{z,1}^*}{\partial r^*} + \left(1 + \frac{2\Delta\eta_{2,1}}{\eta} \right) \frac{\partial^2 v_{z,1}^*}{\partial r^{*2}} + \left(1 - \frac{2\Delta\eta_{3,1}}{\eta} \right) \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial^2 v_{z,1}^*}{\partial \theta^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Delta\eta_{1,1} &= \frac{\alpha}{8} \left[\left\{ \frac{\xi - \tanh \xi}{\xi + \tanh \xi} + \lambda \left(3L_2 - \frac{L_3}{\xi} \right) \right\} \sin^2 \theta + \frac{\lambda}{\xi} \left(2L_1 - \frac{L_2}{\xi} \right) \right] \\ \Delta\eta_{2,1} &= \frac{\alpha}{8} \left[\left\{ \frac{\xi - \tanh \xi}{\xi + \tanh \xi} + \lambda L_2 \right\} \cos^2 \theta + \lambda \left(2L_2 - \frac{L_3}{\xi} \right) \sin^2 \theta + \frac{\lambda}{\xi} \left(2L_1 - \frac{L_2}{\xi} \right) \right] \dots\dots\dots (2) \\ \Delta\eta_{3,1} &= \frac{\alpha}{8} \left[\left\{ \frac{\xi - \tanh \xi}{\xi + \tanh \xi} + \lambda \left(3L_2 - \frac{L_3}{\xi} \right) \right\} \cos^2 \theta + \frac{\lambda}{\xi} \left(2L_1 - \frac{L_2}{\xi} \right) \right] \end{aligned}$$

$$L_1 = \coth \xi - 1/\xi, \quad L_2 = 1 - 3/\xi, \quad L_3 = L_1 - 5L_2/\xi, \quad \lambda = (1 - \rho^2)/(1 + \rho^2), \quad \xi = \mu_o m H_y / kT$$

$$W_o = R_o \sqrt{\omega \nu}$$

ただし、 $z^* = z/R_o$, $r^* = r/R_o$, $v_{z,1}^* = v_{z,1}/v_p$, $p^* = p/(\eta v_p/R_o)$ であり、 p^* は磁気圧項を含めた圧力、 v_p は内筒⑤の速度、 α は文献(10), (11)に示すような粒子の回転粘度であり、凝集する粒子数 Nu により決められる。

また、連続方程式は、次のように表される。

$$\pi(R_i/R_o)^2 \sin t^* = - \int_0^{2\pi} \int_{R_i/R_o}^1 v_{z,1}^* r^* dr^* d\theta \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $t^* = \omega t$ であり、境界条件は次のようになる。

$$\begin{aligned} v_{z,1}^* &= 0 \quad \text{at } r^* = 1 \dots\dots\dots (4) \\ v_{z,1}^* &= \sin t^* \quad \text{at } r^* = R_i/R_o \end{aligned}$$

また、初期条件は次式のように表される。

$$v_{z,1}^*(r^*, \theta) = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(1)において、圧力こう配を次式のようにおく。

$$(-\partial p^*/\partial z^*)_1 = P^* \sin(t^* + \phi_1) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 ϕ_1 は内筒⑤の速度と圧力こう配の位相差である。

一方、内筒⑤の上、下面に働く圧力差による抵抗力 D_p は、次式のように表される。ただし、 $l^* = l/R_o$ である。

$$D_p = \frac{\pi \eta R_i^2 v_p}{R_o} \int_0^{l^*} P^* dz^* \quad \dots\dots\dots (7)$$

また、速度こう配 F^* は、次式のように記述される。

$$F^* \sin(t^* + \delta) = - \frac{R_i}{R_o} \int_0^{2\pi} \frac{\partial v_{z,1}^*}{\partial r^*} \bigg|_{r^* = R_i/R_o} d\theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 δ は内筒⑤の速度と速度こう配の位相差である。この F^* により内筒⑤の受ける摩擦抵抗力 D_f は、次式から求まる。

$$D_f = \eta v_p R_o \int_0^{l^*} F^* dz^* \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(1), (2)を条件(4), (5)の下でクラנק・ニコルソンの陰解法により解いて $v_{z,1}^*$ を求め、式(3)により P^* を求め、式(7), (9)より D_p , D_f を求める。この値を使って、次式により減衰係数 C と圧力こう配および流体粘性に起因する付加質量 M_A を定義する⁽¹³⁾。

$$\begin{aligned} C &= (D_p + D_f)/v_p \\ M_A &= (D_p + D_f)/\omega v_p \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

これらの値を使って、質量 M の内筒⑤の運動方程式をたてると次のようになる。

$$\begin{aligned} (M + M_A + M_o) \ddot{\xi} + (C + C_o) \dot{\xi} + k_o \xi + F_d \\ = M \omega^2 a \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここで、 M_o は粘性を無視した振動流下で生じる付加質量であり、また、 C_o はばねの内部減衰や空気抵抗などによる減衰力などの係数である。この C_o の値は、実験値による液体が存在しないときのばね-マス系の共振周波数 p_o 時における出力変位の振幅比 z_o/a により決定され、 k_o の値はこのときの p_o により決定されるばね定数であり、本実験の場合は p_o が約 7.9 Hz であった。また、 F_d はクーロン摩擦力である⁽¹⁵⁾。磁場を印加した場合には、磁気圧による出力変位の減衰を差引いた出力変位を考える。今、 $u = a \sin \omega t$ なる振動を与えたとき、式(11)を解くと、出力変位 Z は、次式のように表される。

$$Z = \xi + u = \xi' - \delta + u \quad \dots\dots\dots (12)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \xi' &= A \sin(\omega t + \phi), \\ A &= q_1 / \sqrt{(p_1^2 - \omega^2)^2 + 4\mu_1^2 \omega^2}, \\ \phi &= -\tan^{-1} [2\mu_1 \omega / (p_1^2 - \omega^2)], \\ p_1 &= \sqrt{4k_o / (M + M_A + M_o)}, \\ \mu_1 &= (C + C_o) / 2(M + M_A + M_o), \\ q_1 &= M \omega^2 a / (M + M_A + M_o), \quad \delta = F_d / 4k_o, \\ M_o &= \gamma \rho_m \pi R_i^2 l \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここで、 γ は付加質量係数であり、 $\gamma = 1$ として計算した⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾。

4. 実験結果と考察

図4に、 $R_i=8\text{ mm}$ のときの磁場下における式(10)による減衰係数 C と付加質量 M_A の計算値を示す。

また、図4中には通常の定常流を仮定したときの理論式(14)による値も示してある。

$$C=6\eta l R_i^2 / R_o(R_o-R_i) \quad \cdots \cdots (14)$$

凝集を考慮することにより C , M_A が大きくなり、周波数により変化することがわかる。

また、式(14)によると内筒⑤の半径が $R_i=4\text{ mm}$ のときは、 8 mm のときに比べて C が非常に小さい。このことは、流体による出力変位の減衰はあまり大きくないことを意味し、後に示す実験結果を説明できる。

図5に、 $R_i=8\text{ mm}$ の内筒を用いた場合の無磁場下と磁場下における与える振動 u の振幅 a の違いによる内筒⑤の振動の出力変位 z_o/a の周波数応答曲線を示す。

図5の横軸の基準値として p_o をとってある。また、図5中の理論曲線については、実線は式(11)による理論値、破線は式(11)で液体がないときの理論値である。クーロン摩擦力 F_d の値は入力変位の振幅により異なるので⁽¹⁵⁾、図5中の理論値は、入力変位が $a=2.5\text{ mm}$ のときのクーロン摩擦力の値をとって示してある。

無磁場下の場合には、液体がないときの機械的な振動に支配されるが、磁場を印加した場合には周波数の小さな領域では粘性力が支配的となるために出力変位

図4 減衰係数と付加質量

は減衰し、本実験の場合には振幅が約 $1/2$ となり、共振が明確に現れなくなる。その要因として粒子の凝集が考えられる。本理論値では、凝集粒子の数 Nu が一定としたときのものであるが、実験値と比較することにより、凝集する粒子数 Nu が周波数により変化するものと考えられる。

また、周波数の大きな領域について見てみると、出力変位は、流体のない場合の振動に近づくようになる。また、両者の中間領域では、磁場下における出力変位は無磁場下の場合に比べて大きい。これは、磁場の印加により磁場付近に粒子が凝集し、すきまの流れが拘束されるためと考えられる。

図6に、 R_i が異なるときの出力変位 z_o/a の周波数応答曲線を示す。

図6中には、作動流体として磁性流体と比較するため、通常の流体である水を使用した場合も示してある。内筒⑤と外筒⑥のすきまが小さいとき、出力変位 z_o/a の減衰が顕著となる。すなわち、 $R_i=4\text{ mm}$ の場合では磁場の印加による出力変位の減衰は小さい。また、そのすきまが大きくなると出力変位の共振周波数が高周波数側にずれることがわかる。また、これらの結果は、磁性流体の粘性ダンパの共振を抑えるには、内筒⑤と外筒⑥のすきまを小さくすることが有効である。

図5 周波数応答曲線 ($R_i=8\text{ mm}$ の場合)

図6 周波数応答曲線 (R_i が異なる場合)

図 7 入力変位と出力変位の位相差

ることを意味しており、このことは、外筒⑥が静止していてピストン⑧が振動していて内筒⑤の半径 R_i が同じとき、内筒⑤に空洞を設けた場合の出力変位 z_o/a の周波数応答曲線が空洞を設けない場合に対して大きな変化がないという実験結果⁽¹⁸⁾ からわかる。

図 7 に、入力変位 u と出力変位 Z の位相差を示す。位相の遅れが小さくなる。この実験結果は、粒子の凝集を考慮した理論値により、定性的に説明し得る。

5. 結 言

磁性流体の応用開発の基礎研究の一例として、磁性流体粘性ダンパの振動特性に関する実験および理論解析を行った。それによると、磁場の印加はばね-マス系

の周波数応答曲線において共振を抑えるように作用し、また、低周波数領域では出力変位を減少させるが、逆に共振周波数を越えた領域では増大させる働きをする。これらの結果は、磁場の作用下における磁性流体の粒子の凝集によるものである。

終わりに臨み、本研究には平成 2 年度科学研究費 [試験研究(2)] の援助を得ていることを付記し謝意を表する。

文 献

- (1) 神山・下飯坂, 機誌, 87-799 (1985), 596.
- (2) 神山, 自動化技術, 17-6 (1985), 53.
- (3) 神山, 油圧と空気圧, 16-7 (1985), 26.
- (4) Raj, K. and Moskowitz, R., *IEEE Trans. Mag.*, Mag-16 (1980), 358.
- (5) Nakatsuka, K., ほか 3 名, *J. Mag. Mag., Mat.*, 65 (1987), 359.
- (6) 萬岡・山内, 磁性流体連合講演会論文集, (1987), 44.
- (7) 岩田・梅宮, 磁性流体連合講演会論文集, (1989), 54.
- (8) 神山・ほか 3 名, 機論, 53-494, B (1987), 3014.
- (9) Sato, A., ほか 3 名, *Proc. 2nd KSME-JSME Fluid Eng. Conf.*, 2 (1990), 2-310.
- (10) Kamiyama, S. and Shimada, K., *Proc. 2nd KSME-JSME Fluid Eng. Conf.*, 2 (1990), 2-299.
- (11) 島田・神山, 機論, 57-534, B (1991), 526.
- (12) 関口・浅見, 機論, 48-433, C (1982), 1427.
- (13) 浅見・関口, 機論, 49-442, C (1983), 1011.
- (14) 浅見・関口, 機論, 53-495, C (1987), 2228.
- (15) 加藤・ほか 2 名, 機論, 35-273 (1969), 1147.
- (16) Fritz, R. J., *Trans. ASME, Ser. B*, 94-1 (1972), 167.
- (17) 久保田・鈴木, 機論, 50-449, C (1984), 243.
- (18) 神山・島田, 磁性流体連合講演会論文集, (1991), 46.