中空液滴の加速上昇運動*

川野 聡恭^{*1}, 橋本 弘之^{*2}, 須山 俊昭^{*3}

Buoyancy-driven Accelerated Motion of an Encapsulated Liquid Drop

Satoyuki KAWANO, Hiroyuki HASHIMOTO and Toshiaki SUYAMA

The buoyancy-driven motion of an encapsulated liquid drop in liquid-liquid-gas systems was analyzed experimentally and theoretically. To investigate the accelerated motion of the encapsulated drop in detail, the optical measuring device for the local upward velocity was designed. Furthermore, a simplified effective theory based on the experimental data was proposed for the rectilinear accelerated motion of the spherical encapsulated drop produced from the compound jet in the systems. The effects of drop radius and liquids, physical properties on the accelerated motion were clarified numerically. The drag components, which were composed of the steady drag term, the added mass term and the Basset history integral term, were also analyzed. The numerical results of the upward velocity quantitatively agreed with the experimental results in the intermediate Reynolds numbers; $Re \sim O(100)$.

Key Words: Multiphase Flow, Numerical Analysis, Bubble, Flow Measurements, Encapsulated Liquid Drop, Compound Fluids, Buoyancy Motion, Drag.

1. 緒 言

液滴の内部に気泡を含むいわゆる中空液滴は熱・物質交換や人工血液などの分野で注目されているほか⁽¹⁾, その凝固によって生成される固体球殻は航空宇宙機用軽量資材, 固体燃料, 薬剤および人工臓器などへの応用が期待されている⁽²⁾. 著者らは, これらの基礎研究として, 気-液-液系を用いた中空液滴の簡易連続生成法⁽³⁾, その生成流動機構⁽⁴⁾⁽⁵⁾ および抵抗係数⁽⁶⁾に関する研究を行った. さらに, このような中空液滴を有効に利用して固体球殻の安定な連続生成が可能であることも明らかにした⁽⁷⁾. これらの研究成果によれば, 中空液滴の工学的応用に際しては, 液体中を上昇運動する中空液滴の挙動を明確に把握する必要があることが示唆された. しかしながら, 液体中の中空液滴の運動に関する従来の研究には, その終速度に着目したものを知見するのみで⁽⁶⁾, 中空液滴生成直後の加速運動を予測し得る理論や, その精密な計測はほとんどなされていない現状である.

そこで, 本研究では, 実際に液体中での種々の中空液滴の加速上昇運動について詳細な実験観察を行い, その観察結果を十分に踏まえた簡易理論解析を展開した. その結果, 非定常運動する中空液滴に働く抗力成分の物理的意味を明確にすることができた. また, 具体的な数値解析により中空液滴の大きさや液体の物性値が加速上昇運動に及ぼす影響を定量的に明らかにするとともに, 実験との対比によってここに展開した理論解析の妥当性を示した.

2. 主 な 記 号

C_d : 定常流における抵抗係数
 g : 重力の加速度
 r_e : 中空液滴の外半径
 Re : レイノルズ数 $= 2r_e \rho_2 V / \mu_2$
 r_b : 中空液滴内部の気泡半径
 t : 時間
 V : 中空液滴の上昇速度
 Z : 中空液滴中心の変位
 α : アリキメデス数 $= 2\rho_2(r_b^3 g)^{1/2} / \mu_2$
 γ : 密度比 $= \rho_1 / \rho_2$
 ζ : 半径比 $= r_e / r_b$
 χ : 粘度比 $= \mu_1 / \mu_2$

* 原稿受付 平成3年6月17日.

*¹ 正員, 東北大学大学院 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉).*² 正員, 東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平2-1-1).*³ 学生員, 東北大学大学院.

- μ : 粘度
 ρ : 密度
 添字および肩字
 i : 液体 1 または 2
 t : 終速度
 1: 液体 1 (中空液滴を構成する液相)
 2: 液体 2 (中空液滴周囲の液相)
 *: r_0 および g による無次元量

3. 実験装置および計測システム

本研究で使用した連続中空液滴発生装置の概略を図 1 に示す。円筒容器(内径 72 mm, 高さ 400 mm, 肉厚 4 mm) に互いに混和しない 2 種類の液体を満たし, 容器底部中央に設置した円筒ノズルから気体(空気)を噴出する。2 種類の液体の物性値や気体の噴出状態がある特定の範囲⁽⁴⁾⁽⁵⁾ にあれば, 容器内の水平液液界面に下層液体から成る複合噴流⁽⁵⁾ が形成され, その先端部から直径 4.5~7.0 mm 程度の中空液滴(内部に 1 個または 2 個の気泡を含む)が安定にしかも連続的に生成される。本実験では, 下層液体(液体 1 に対応)に黒インクおよび黒インク添加蒸留水の 2 種類の液体を用い, 上層液体(液体 2 に対応)にケロシンおよび混合割合の異なるケロシン-シリコンオイル混合液の 3 種類を用いた。実測した供試液体の物性値および略記号を表 1 に示す(ただし, σ は参考までに記した表面張力)。なお, 下層液体の深さを 10 mm とし, 気体噴出ノズルは内径 δ が 0.2, 0.3 mm および 0.4 mm の 3 種類を用い, 噴出気体の流量 Q は $1.88 \cdot 10^{-7} \sim 1.76 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ の範囲とした。また, 供試流体の温度は 7~11°C であった。

中空液滴の局所上昇速度は以下のように測定した。図 2 (a) に示すように, 光学系の指向性を配慮して 2 組の発光部(LED) と受光部(フォトダイオード)を互いの光線が対向するように配置する。中空液滴がそれぞれの光線を横切ると透過光強度が変化するので, それに比例した電圧信号 E_A, E_B の時間差 Δt と 2 本の光線間隔 L ($=10 \text{ mm}$) から局所上昇速度が求めら

れる。図 2 (b) は実際に得られた電圧信号の一例, 図 2 (c) はその相互相関 R_{AB} である。図 2 (b) 中の各点 a~e に着目すれば, 中空液滴の生成がほぼ周期的であり, その生成頻度は 13 個/s 程度であることがわかる。また, 図 2 (c) 中の Δt は相互相関の 128 回の平均値で, 図 2 の場合の平均速度 V ($=L/\Delta t$) は 0.197 m/s となる。なお, 後述の V に関する実験値もすべて 128 回の平均値で, その妥当性が二重露光写真法⁽⁶⁾ による値との比較により確認されている。

4. 実験観察

本装置における中空液滴は複合噴流先端部からある初速度で放出され, その後, 浮力の作用で液体 2 の中を加速上昇運動し, やがて終速度に至る。図 3 は中空液滴が液体 2 中を上昇する様子を瞬間写真撮影したものである(円筒容器のレンズ効果を避けるため, 液体 2 を満たした矩形ジャケットが容器の外側に設置されている)。図 3 中のスケールの零点は複合噴流先端部から 12 mm 上方に相当する。図 3 に示す中空液滴はほぼ球状で, その内部にただ 1 個の気泡を含む。また, その上昇軌道は初期段階ではほぼ直線になる。中空液滴が液液界面から 200 mm 程度上昇した後では螺旋状

図 1 連続中空液滴発生装置

表 1 供試液体の物性値

Liquids	Symbol	Viscosity $\mu \text{ Pa}\cdot\text{s}$	Density $\rho \text{ kg/m}^3$	Surface tension $\sigma \text{ N/m}$
Water - Ink mixture	IW	$1.20 \cdot 10^{-3}$	999	0.0612
Black Ink	I	$1.75 \cdot 10^{-3}$	999	0.0537
Kerosene	K	$1.82 \cdot 10^{-3}$	825	0.0265
Kerosene - Silicone oil mixture 1	KS1	$3.03 \cdot 10^{-3}$	883	0.0229
Kerosene - Silicone oil mixture 2	KS2	$2.56 \cdot 10^{-3}$	838	0.0237

もしくはジグザグ状の運動が観察されるが、これらの運動は通常の気泡のそれに比して小さい（これが中空液滴の鉛直方向運動に与える影響は比較的小さいと考えられる）。また、中空液滴の外側界面は、その生成直後、二次のルジャンドル関数で近似される振動を行う。図3では、個々の中空液滴の間隔がほぼ一定で、既に終速度 $V_t = 0.277 \text{ m/s}$ ($Re_t = 620$) に達している。

5. 理論解析

以上の実験観察を踏まえ、中空液滴の上昇運動を予測するために、便宜上、次のような理論モデルを考え

(a) 計測システムおよび原理

(b) 透過光強度の時間変動

(c) 透過光強度の相互相関

図2 中空液滴の局所上昇速度の計測法
(I-K, $Q = 0.57 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, $\delta = 0.4 \text{ mm}$)

る。すなわち、中空液滴は図4に示すように同心球で、上昇運動中に変形せず、その上昇軌道は円筒容器の中心軸に沿うものと仮定する。また、中空液滴の運動に及ぼす流体の圧縮性、温度、液滴内部の気体の運動（その μ および ρ が液体のそれらに比して非常に小さい）および円筒容器側壁面の影響は小さいと考え無視する。さらに、鉛直方向に隣り合う中空液滴の間隔は十分大きく、それらの干渉は無視できるものとする。

5.1 非定常ストークス流れ 中空液滴の通常の加速運動における非定常抗力の解析的な導出は一般に困難であるから、本節では、まず、その運動が非常に遅い場合 ($Re \rightarrow 0$) に限定する。

軸対称球座標系、非定常、非圧縮 Navier-Stokes 方程式の慣性項を省略し、ストークスの流れ関数 ψ を導入すると中空液滴内部および周囲の流れに対して次の方程式が得られる。

$$E^2 \left(E^2 - \frac{1}{\nu_i} \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi_i = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

図3 中空液滴の上昇運動
(IW-K, $Q = 0.84 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, $\delta = 0.3 \text{ mm}$)

図4 理論モデル

(r, θ) は中空液滴中心を原点にした軸対称球座標系で、 θ は中空液滴の前よどみ点からの角度、 ν は動粘度を表す。また、オペレータ E^2 は次式で表される。

$$E^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\sin \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

連続の方程式は ψ の導入によって自動的に満足される。流れの速度成分は ψ を用いて次のように表される。

$$v_r = -\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi_i}{\partial \theta}, \quad v_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi_i}{\partial r} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、式(1)の時間に対してラプラス変換を施せば、次式を得る。

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{2}{r^2} \right) \left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{2}{r^2} - \frac{s}{\nu_i} \right) \psi_i^t = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 θ に関しては定常ストークス近似解と同様に、 ψ に対して $\sin^2 \theta$ の形で関与すると考える⁽⁸⁾。肩字 L はラプラス変換後の値を示す。ここで、互いに独立な解を仮定し、 $\psi_i^t = \psi_{i1}^t + \psi_{i2}^t$ とすれば、

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{2}{r^2} \right) \psi_{i1}^t = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{2}{r^2} - \frac{s}{\nu_i} \right) \psi_{i2}^t = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

となり、次の一般解を得る。

$$\psi_{i1}^t = \left(c_{i1} r^2 + \frac{c_{i2}}{r} \right) \sin^2 \theta \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} \psi_{i2}^t = & \left\{ c_{i3} \left(\sqrt{\frac{s}{\nu_i}} - \frac{1}{r} \right) \exp \left(r \sqrt{\frac{s}{\nu_i}} \right) \right. \\ & \left. + c_{i4} \left(\sqrt{\frac{s}{\nu_i}} + \frac{1}{r} \right) \exp \left(-r \sqrt{\frac{s}{\nu_i}} \right) \right\} \sin^2 \theta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (8)$$

係数 $c_{i1} \sim c_{i4}$ は既報⁽⁶⁾ に示した境界条件より決定され、 $\psi_2^t (= \psi_{21}^t + \psi_{22}^t)$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \psi_{21}^t = & -\frac{V^L}{2r} \left\{ r_e^3 + \frac{3r_e \nu_2}{s} \frac{(x+2\lambda) \left(r_e \sqrt{\frac{s}{\nu_2}} + 1 \right)}{x + \lambda \left(r_e \sqrt{\frac{s}{\nu_2}} + 3 \right)} \right\} \\ & \times \sin^2 \theta \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_{22}^t = & \frac{3}{2} V^L \frac{r_e \nu_2}{s} \frac{x+2\lambda}{x + \lambda \left(r_e \sqrt{\frac{s}{\nu_2}} + 3 \right)} \left(\sqrt{\frac{s}{\nu_2}} + \frac{1}{r} \right) \\ & \times \exp \left\{ (r_e - r) \sqrt{\frac{s}{\nu_2}} \right\} \sin^2 \theta \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ただし、 λ は r_b, r_e, s, ν_1 から成る関数である (式は省略)。抗力 F^L は次式から計算される⁽⁸⁾。

$$F^L = -\pi \rho_2 r_e s \int_0^\pi \left(r_e \frac{\partial \psi_{21}^t}{\partial r} + 2\psi_{22}^t \right) \sin \theta d\theta \quad \dots\dots\dots (11)$$

剛体球および気泡の場合には上式の解析的なラプラス逆変換 (抗力成分の理論的表示) が可能であるが⁽⁸⁾、一般に、液滴⁽⁹⁾ や中空液滴の場合には困難になる。こ

では、安定な中空液滴の ζ は 1 に近い⁽³⁾⁻⁽⁶⁾ ことに注目し (例えば、比較的簡単に凝固中空殻が生成される亜硝酸塩系溶融塩では、 $\zeta \leq 1.05$ であった⁽⁷⁾)、 $\zeta = 1 + \varepsilon$ として、 λ を ε のべき級数に展開する。その結果、 λ は ε のオーダーであることがわかった。そこで、例えば、前記の実験⁽⁷⁾ では、 $x \cong 3.5$ で⁽⁷⁾、 $x \gg \lambda$ となるから、式(9)、(10)の λ を省略し、非定常抗力 F を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} F = & -4N\pi\mu_2 r_e V - \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r_e^3 \right) \rho_2 \frac{dV}{dt} \\ & - 4Nr_e^2 \sqrt{\pi \rho_2 \mu_2} \int_0^t \left(\frac{dV}{dt} \right)_{t=\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

式(12)の右辺第1項は定常抗力項、第2項は付加質量項、第3項はいわゆる Basset の履歴項であり、この場合、 N は定数で 1.5 である。もし逆に、 $x \ll \lambda$ の場合に、 λ に対して x を無視すれば、 $N=1$ となり、式(12)のほかに、 V の t に関する 2 回微分項も導出される。しかし、実験観察から明らかなように、複合噴流から生成される中空液滴はある程度大きな初速度を持ち、比較的滑らかに加速されるので、ここでは、加速度の時間変化 (2 回微分項) が他に比して十分小さいと考える。したがって、 $x \gg \lambda$ が必ずしも成立しない場合でも、定数 N を実験などから定めれば、式(12)を用いて中空液滴の加速上昇運動をある程度精度良く予測できることが推察される。なお、 $x \gg \lambda$ なる近似の下では、 F は剛体球の非定常抗力を表す BBO (Basset-Bousinesq-Oseen) 方程式と完全に一致する。このことは、 x が大きく、 ε が小さいと液膜内部での流動量が小さくなり、中空液滴界面の境界条件が剛体球のそれと同じになることを意味している。

5.2 有限な Re における運動 ここで用いた中空液滴の連続発生装置では、安定な中空液滴が上昇する場合の Re は 100 のオーダーであることが確認されている⁽⁶⁾。したがって、ここでは、Odar⁽¹⁰⁾ が剛体球に対して用いた BBO 方程式の有限な Re への拡張手法を中空液滴に適用して理論解析してみる。5.1 節の解析結果を踏まえ、次式で表される浮力 F_b 、定常抗力 F_d 、付加質量による抗力 F_a および運動の履歴抗力 F_h が中空液滴に作用すると考える。

$$F_b = \frac{4}{3} \pi r_e^3 \rho_2 g - \frac{4}{3} \pi (r_e^3 - r_b^3) \rho_1 g \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$F_d = \frac{1}{2} C_d \rho_2 \pi r_e^2 V^2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$F_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r_e^3 \rho_2 \frac{dV}{dt} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$F_h = C_h \cdot 4r_e^2 \sqrt{\pi \rho_2 \mu_2} \int_0^t \left(\frac{dV}{dt} \right)_{t=\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \quad (16)$$

式(14)中の C_d は抵抗係数であり、中空液滴がほぼ球形で、 $Re \leq 1000$ 程度の定常運動に適用可能な以下の近似式⁽⁶⁾を使用する。

$$C_d = \frac{0.195}{2.25^n} \cdot Y^{2n+1} \left\{ 1 + \frac{9.06}{\sqrt{Re}} \left(\frac{1.5}{Y} \right)^n \right\}^2 \quad (17)$$

ただし、

$$Y = \frac{3x+y}{2x+y}, \quad y = \frac{(\xi^2-1) \cdot (2\xi^2+\xi+2)}{(\xi^4+\xi^3+\xi^2+\xi+1)}, \quad n=1.9 \quad (18)$$

また、式(16)中の C_h は、剛体球の場合⁽¹⁰⁾を参考にして次式で表すことにする。

$$C_h = Y \left\{ C_e + \frac{1-C_e}{(A_c+1)^3} \right\} \quad (19)$$

ただし、 C_e は中空液滴の実験との対比から決定されるべき定数である。また、無次元パラメータ A_c は Navier-Stokes 方程式の非定常項と慣性項の比に対応し、次式で表される。

$$A_c = \frac{V^2}{2r_e \frac{dV}{dt}} \quad (20)$$

$V \rightarrow 0$ として、 C_d および C_h を求めると ($C_d = 16Y/Re^{(6)}$), F_d および F_h は $N=Y$ とした式(12)の右辺第1項および第3項にそれぞれ一致する (Y は 1~1.5 の値を取り、 $\xi \rightarrow 1$ または $x \rightarrow \infty$ で $Y=1.5$ となり、 $x \rightarrow 0$ で $Y=1$ となる)。結局、中空液滴に加わる力 $\Sigma F = F_b - F_d - F_a - F_h$ を考慮して、運動方程式を r_0 および g で無次元化すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dV^*}{dt^*} = & \frac{\xi^3 - \xi^3 \gamma + \gamma}{\xi^3 \gamma - \gamma + \frac{1}{2} \xi^3} - \frac{3}{8} C_d \frac{\xi^2}{\xi^3 \gamma - \gamma + \frac{1}{2} \xi^3} V^{*2} \\ & - C_h \cdot \frac{6\xi^2}{\sqrt{2\pi a}} \left(\frac{1}{\xi^3 \gamma - \gamma + \frac{1}{2} \xi^3} \right) \\ & \times \int_0^{t^*} \left(\frac{dV^*}{dt^*} \right)_{t^*=\tau^*} \frac{d\tau^*}{\sqrt{t^*-\tau^*}} \quad (21) \end{aligned}$$

ただし、 Re は $Re = a\xi V^*$ と書ける。また、

$$\left. \begin{aligned} V^* &= \frac{V}{\sqrt{r_0 g}}, \quad Z^* = \frac{Z}{r_0} \\ t^* &= \frac{t}{\sqrt{r_0/g}}, \quad \tau^* = \frac{\tau}{\sqrt{r_0/g}} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

である。式(21)は非線形方程式であるが、四次精度の Runge-Kutta 法によって初期値問題として数値解を求めることができる。

5.3 抗力に対する検討 本節では、気-液-液系における中空液滴の有限な Re での加速上昇運動 ($Re = 394 \sim 509$) の実験結果と対比しつつ、式(14)~(16)

に示した各抗力について考察する。図5に実験値と四つの代表的な理論モデル (Case I~IV) との比較ならびに Case IVにおける F_b と F_d, F_a, F_h との比を示した。ただし、理論の初期値は $Z^* = 13.0$ における V^* の実験値を用いた。Case I~IVは、それぞれ、 F_a と F_h を無視した場合、 F_h のみを無視した場合、 $C_h = 1.5$ の場合、 $C_e = 0.26$ の場合 (C_e の具体的な値については後述する) である。物理的には、Case Iは加速度が非常に小さい場合、IIは Re が比較的高い場合⁽¹¹⁾、IIIは Re が低く $x \gg \varepsilon$ である場合、IVは有限な Re 範囲において運動の履歴効果 (Basset 項の効果) が比較的小さい場合にそれぞれ適用できると考えられる理論モデルである。図5から明らかなように、Case Iは理論値が実験値を大きく上回りあまり実用的でなく、終速度の算出にのみ有効である。Case IIでは理論値と実験値との差異が相当小さくなる。Case III, IVはいずれも F_h の効果を含めた場合であるが、Case IIIでは理論値が実験値を下回っており、式(12)中の Basset 項を有限な Re 範囲にも適用するには係数を乗ずるなどの配慮が必要であることがわかる。式(19)および式(21)を考慮して $C_e = 0.26$ とした Case IVでは、理論値は Case IIとIIIのほぼ中間となり、最も良く実験値と一致する。Case II~IVの比較により、気-液-液系における中

図5 四つの理論モデルと抗力成分の大きさ

中空液滴の有限な Re 範囲での加速運動では、その履歴効果 (F_h) は無視できない程度に大きいということが言える。また、図 5 から明らかなように、 F_h は F_d に比して Z^* に無関係に非常に小さく、また、 C_h もほとんど変化しない。これは、中空液滴が比較的大きな初速度を有し、加速運動の距離が短いことに起因している。したがって、急激な加減速運動を伴わない中空液滴の場合には、Case II による解析もある程度有効であると言えるが、より高い精度を必要とするときは Case IV による解析が望ましい。

5.4 数値計算例 Case IV ($C_e=0.26$) における中空液滴の加速上昇運動について、加速領域を表す代表値として、 V^* が V_t^* に到達するまでの距離 Z_t^* (中空液滴の助走区間を表す) および時間 t_t^* を検討してみる。中空液滴の加速領域に及ぼす無次元パラメータ α , ζ , γ および x の影響をそれぞれ図 6~9 に示す。ただし、IW-K 系の $r_b=2.0$ mm, $r_e=2.6$ mm の中空液滴

を基準値として用いた。また、中空液滴の無次元初速度 V_0^* は便宜上 0.5 とした。 $Re \geq 1000$ では C_d 式の適用範囲外と考え (図中の●点), さらに、実験観察から $V_t^* < V_0^*$ となる運動も観察されなかった (図中の■点) これらの範囲の結果は省略してある。なお、本数値計算では $dV^*/dt^* < 0.001$ で中空液滴が終速度に達したと判定した。ただし、 V_t^* の数値解は解析解と誤差 $\pm 0.1\%$ 以内で一致することを確認してある。図 6 より、 α の増加とともに V_t^* , Z_t^* および t_t^* は増加するが、その増加割合は減少することがわかる。これは、浮力が増加しても、それにも増して抗力が増加することに対応している。図 7, 8 より、 ζ または γ が増加すると式 (13) の浮力 F_b が減少するため、 V_t^* は減少することがわかる。また、 ζ および γ の増加につれ、 Z_t^* または t_t^* が急激に減少する点が存在するが、これは、 V_t^* が V_0^* に近づくと Z_t^* または t_t^* が零に近づくためである。図 9 より、 x が増加すると、 V_t^* , Z_t^* および

図 6 加速領域に及ぼす α の影響 図 8 加速領域に及ぼす γ の影響 図 7 加速領域に及ぼす ζ の影響 図 9 加速領域に及ぼす x の影響

β^* は減少し、その後一定値に漸近することがわかる。これは x が増加すると、式(18)の Y が1.5に漸近するため、加速上昇運動の特性が変化しなくなることを示している。

6. 理論と実験の対比

ここでは最も有効な Case IV による理論値と実験値の比較検討を種々の液-液系および種々の大きさの中空液滴に対して行う。図 10 は液体 1 を変えた場合、図 11 は液体 2 を変えた場合の Z と V の関係を表したものである。図 10, 11 中のプロット点は実験点であり、実線は理論値である。 Z の原点は円筒容器内の水平液界面であり、 H は複合噴流先端までの距離に対応する。ただし、数値解析における初速度および初期変位はそれぞれ左端の実験値を用いた。また、 r_b および r_e (それぞれ体積評価に基づく等価半径の対数幾何平均) は約 100 個の中空液滴の瞬間写真より実測して求めた。なお、 C_e の値はすべての実験値に対し、理論値との誤差範囲が最も小さくなるよう有効数字 2 桁まで求められ、 $C_e=0.26$ が得られた。図 10, 11 より、理論値と実験値は誤差 $-4.0 \sim 4.6\%$ 以内で非常に良く一致していることがわかる (ただし、本実験範囲における中空液滴の発生頻度は 16 個/s 程度以下であった)。いずれの液-液系の場合にも、中空液滴の加速領域では理論値が実験値を、加速領域終了後は実験値が理論値を若干上回る。これらは、中空液滴生成直後のその界面の振動および中空液滴の上昇に伴う円筒容器内の対流の効果であるとそれぞれ考えられる。しかし、本実験範囲 ($256 \leq Re \leq 571$) では、式(21)は工業的な実用上

の観点からは十分な精度を有していると言える。さらに、二重円管から連続生成される中空液滴も大きな初速度を有し、滑らかに加速されるので⁽²⁾、この場合にも本理論解析の適用が可能であると考えられる。したがって、運動する中空液滴の熱・物質伝達特性の解析に本研究の式(21)を適用することにより、中空液滴を用いた熱・物質交換器⁽¹⁾の性能予測や性能向上、または、固体球殻連続生成装置⁽²⁾⁽⁷⁾の小型化、高性能化のための基礎資料が蓄積できると考えられる。

7. 結 言

気-液-液系において複合噴流から生成される安定な中空液滴の加速上昇運動について理論ならびに実験的研究を行った。得たる知見を要約して以下に示す。

(1) 詳細な実験観察に基づき、中空液滴の加速上昇運動を簡単に記述し得る理論モデルを提示した。さらに、中空液滴に働く抗力成分の大きさを定量的に示すとともに、中空液滴の大きさや液体の物性値が加速運動に及ぼす影響を明らかにした。

(2) 中空液滴の上昇速度の変化をその大きさや供試液体を変えて種々の実験条件の下で実測した。さらに、本実験範囲では、理論値と実験値は非常に良く一致することを確認、理論解析の妥当性を裏付けた。これらの結果、中空液滴の局所上昇速度やその助走距離などの理論的な予測が可能になった。

文 献

- (1) Johnson, R. E. and Sadhal, S. S., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 17 (1985), 289.

図 10 中空液滴の局所上昇速度 (理論と実験の対比 1)

図 11 中空液滴の局所上昇速度 (理論と実験の対比 2)

- (2) Lee, M. C., ほか3名, *Aerosp. Am.*, **24** (1986), 72.
 - (3) Hashimoto, H. and Kawano, S., *Proc. Int. Conf. Mech. Two-Phase Flows*, Taipei, (1989), 341.
 - (4) 橋本・川野, 機論, **56**-525, B (1990), 1522.
 - (5) 川野・橋本, 機論, **56**-526, B (1990), 1652.
 - (6) 川野・橋本, 機論, **57**-534, B (1991), 441.
 - (7) 橋本・川野, 機論, **57**-539, B (1991), 2180.
 - (8) Morrison, F. A. Jr., and Stewart, M. B., *Trans. ASME*,
J. Appl. Mech., **98** (1976), 399.
 - (9) Sy, F. and Lightfoot, E. N., *AIChE, J.*, **17** (1971), 177.
 - (10) Odar, F., *J. Fluid Mech.*, **25** (1966), 591.
 - (11) Clift, R., ほか2名, *Bubbles, Drops, and Particles*, (1978), 316, Academic Press, Inc.
-