定常負荷を伴って振動する亜音速環状翼列の モード別非定常空気力応答*

利 光 和 彦^{*1}, 難 波 昌 伸^{*1}

Modal Analysis of Unsteady Aerodynamic Response of Subsonic Annular Cascade with Steady Loading under Elastic Vibration

Kazuhiko TOSHIMITSU and Masanobu NANBA

Aerodynamic analysis based on the double linearization theory has been combined with a structural analysis by a finite element method to study the unsteady aerodynamic response of a rotating subsonic annular cascade composed of twisted blades undergoing three-dimensional elastic vibrations with chordwise displacements and flexible deformations. Numerical results are presented to demonstrate the unsteady pressure difference distributions on blade surfaces, aerodynamic works, three-dimensional effects and flutter boundaries for two kinds of cascade blades. In particular, it is found that the second elastic vibration mode can be most unstable for a turbine-type cascade with small camber operating at a subsonic Mach number.

Key Words: Subsonic Flow, Unsteady Flow, Flutter, Annular Cascade, Elastic Vibration, Steady Loading

1. 序 論

航空機エンジンに代表されるターボ機械の高効率化は、主に(1)羽根の薄肉化による翼列の軽量化、(2)翼弦長の増加による段当たりの圧力比の増加、(3)タービン入口ガス的高温化による熱効率の向上によって実現される。これらは、幅広く低剛性の翼列が高温・高負荷条件下で作動することを意味し、非定常空気力を正確に予測するためには、翼振動を断面変形や翼弦方向変位を伴う三次元弾性振動として取り扱う必要がある。

さて、これらの振動翼列に対する非定常空気力の理論計算法は、有限体積法(FVM)や有限要素法(FEM)などの領域型解法と境界積分法(BIM)などの境界型解法の二つに大別できる。前者は、現段階では最も厳密に現象を取り扱うことが可能な方法であり、Yangら⁽¹⁾⁽²⁾は有限要素法、Verdon⁽³⁾は有限体積法によって、二次元亜音速・遷音速・超音速翼列の非剛体振動下における非定常空気力を解析し、フラッタ限界への影響を調べている。これらの方法は、今後さらに発展すると予想さ

れるが、計算機能力の制約から解析モデルは単純な二次元翼列にとどまっている。後者は、大学などの研究機関を中心として独自の発展を遂げつつあり、計算時間や計算領域が比較的少なくすむために、形状の複雑な問題にも容易に拡張可能である。この性質を利用して、今成ら⁽⁴⁾は渦格子法を用いて三次元直線翼列が弾性振動をする場合の非定常空気力を解析し、第五次断面変形モードでの非定常空気力がフラッタ限界を決定する可能性があることを指摘している。しかし、流れは非圧縮性流に限られ、翼列モデルも直線翼列であるために、ねじれた羽根に生じる翼弦方向変位の効果は含まれていない。一方、著者ら⁽⁵⁾は流れ場を微小な定常じょう乱とこれよりさらに微小な非定常じょう乱の重ね合わせで表す独自の理論(二重線形理論:DLT)によって、二次元亜音速・超音速翼列において翼弦方向変位と断面変形変位を考慮した非定常空気力解析を行った。さらにまた、羽根の振動形に一樣断面片持ち梁の一次曲げおよび一次ねじり振動形を仮定した環状翼列モデルに対して二重線形理論を展開し、非定常空気力と設計パラメータの関係を調べた。⁽⁶⁾⁽⁷⁾

本論文は、構造解析(断面変形や翼弦方向変位を伴

* 原稿受付 平成3年6月27日。

^{*1} 正員、九州大学工学部(〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)。

$$\begin{pmatrix} K_{QA}(r, \eta, z) \\ K_{QL}(r, \eta, z) \\ K_{QQ}(r, \eta, z) \\ K_{QS}(r, \eta, z) \\ K_{QD}(r, \eta, z) \\ K_{QLS}(r, \eta, z) \\ K_{QQS}(r, \eta, z) \end{pmatrix} = -e^{-i\lambda z} \int_{-\infty}^z e^{i\lambda z} \times \nabla \begin{pmatrix} K_{PA}(r, \theta, z) \\ K_{PL}(r, \theta, z) \\ K_{PQ}(r, \theta, z) \\ K_{PS}(r, \theta, z) \\ K_{PD}(r, \theta, z) \\ K_{PLS}(r, \theta, z) \\ K_{PQS}(r, \theta, z) \end{pmatrix} dz \quad (4)$$

$\theta = \eta + \Omega z$

式(3),(4)の圧力場核関数の詳細は文献(7)に記載されている。

羽根の定常迎え角・そり・厚みをそれぞれ $\alpha_0(r) \cdot \mu_0 \mu(r) f(z) \cdot \tau_0 \tau(r) g(z)$ とすれば、らせん面 $\theta - \Omega z = 2\pi m/N$, ($m = 1, 2, \dots, N$) から羽根の上下面までの時間平均周方向距離 $rb_{\eta}^{\pm}(r, z)$ は次式で表せる。(図1)

$$rb_{\eta}^{\pm}(r, z) = [-\alpha_0 \alpha(r) z + \mu_0 \mu(r) f(z) \pm \tau_0 \tau(r) g(z)/2] \Lambda(r)^2 \quad (5)$$

ただし、 $\Lambda(r) = \sqrt{1 + \Omega^2 r^2}$ である。翼面上境界条件(流れが翼面に沿う条件)は以下のような定常・非定常成分に分解できる。

$$\bar{q}_n(r, \pm 0, z) = \frac{1}{\Lambda(r)} \frac{\partial [rb_{\eta}^{\pm}(r, z)]}{\partial z} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \bar{q}_n(r, \pm 0, z) &= i\lambda a_n(r, z) + \frac{\partial a_n(r, z)}{\partial z} \\ &- a_n(r, z) \frac{\partial \bar{q}_n(r, \pm 0, z)}{\partial n} \\ &+ \bar{q}_s(r, \pm 0, z) \frac{1}{\Lambda(r)} \frac{\partial a_n(r, z)}{\partial z} \\ &+ \bar{q}_r(r, \pm 0, z) \frac{r}{\Lambda(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\Lambda(r)}{r} a_n(r, z) \right] \\ &- a_s(r, z) \frac{\partial \bar{q}_n(r, \pm 0, z)}{\partial s} \end{aligned} \quad (7)$$

式(1),(6)および式(2),(7)より定常・非定常翼面圧力差 $\Delta \bar{p}(r, z)$, $\Delta \bar{p}(r, z)$ を決定する線形積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} &\int_h^1 dr_0 \int_{-C_A/2}^{C_A/2} \Delta \bar{p}(r_0, z_0) \bar{K}_{qnA} dz_0 \\ &= - \int_h^1 dr_0 \int_{-C_A/2}^{C_A/2} \bar{Q}(r_0, z_0) \bar{K}_{qnQ} dz_0 \\ &\quad + \left[\frac{\partial rb_{\eta}^{\pm}(r, z)}{\partial z} \right] \Lambda(r) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} &\int_h^1 dr_0 \int_{-C_A/2}^{C_A/2} \Delta \bar{p}(r_0, z_0) \bar{K}_{qnA} dz_0 \\ &= i\lambda a_n(r, z) + \frac{\partial a_n(r, z)}{\partial z} \\ &+ \int_h^1 dr_0 \int_{-C_A/2}^{C_A/2} \Delta \bar{p}(r_0, z_0) \left\{ -a_n(r_0, z_0) \bar{K}_{qnL} \right. \\ &\quad - a_n(r, z) \frac{\partial \bar{K}_{qnF}}{\partial n} - a_s(r_0, z_0) \bar{K}_{qnLS} \\ &\quad - a_s(r, z) \frac{\partial \bar{K}_{qnF}}{\partial s} + \frac{1}{\Lambda(r)} \frac{\partial a_n(r, z)}{\partial z} \bar{K}_{qnF} \\ &\quad \left. + \frac{r}{\Lambda(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\Lambda(r)}{r} a_n(r, z) \right] \bar{K}_{qnF} \right\} dz_0 \\ &+ \int_h^1 dr_0 \int_{-C_A/2}^{C_A/2} \bar{Q}(r_0, z_0) \left\{ -a_n(r_0, z_0) \bar{K}_{qnQ} \right. \\ &\quad - a_n(r, z) \frac{\partial \bar{K}_{qnQ}}{\partial n} - a_s(r_0, z_0) \bar{K}_{qnQS} \\ &\quad - a_s(r, z) \frac{\partial \bar{K}_{qnQ}}{\partial s} + \frac{1}{\Lambda(r)} \frac{\partial a_n(r, z)}{\partial z} \bar{K}_{qnQ} \\ &\quad \left. + \frac{r}{\Lambda(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\Lambda(r)}{r} a_n(r, z) \right] \bar{K}_{qnQ} \right\} dz_0 \\ &+ \int_h^1 dr_0 \int_{-C_A/2}^{C_A/2} \left[-\bar{Q}(r_0, z_0) \bar{K}_{qnS} \right. \\ &\quad \left. + \bar{D}(r_0, z_0) \bar{K}_{qnD} \right] dz_0 \end{aligned} \quad (9)$$

式(8),(9)中の未知量 $\bar{Q}$, $\bar{Q}$, $\bar{D}$ は翼面および後流面を横切って生ずる速度場核関数の不連続量に基づく跳躍量が各式中で相殺されるように決められ、次式となる。

$$\bar{Q}(r, z) = \tau_0 \tau(r) g'(z) \Lambda(r) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}(r, z) &= M_a^2 \Delta \bar{p}(r, z) \left(i\lambda + \frac{\partial}{\partial z} \right) a_n(r, z) \\ &+ \tau_0 \tau(r) g'(z) \frac{\partial a_s(r, z)}{\partial z} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{D}(r, z) &= -\Delta \bar{p}(r, z) \frac{\partial a_n(r, z)}{\partial r} \\ &+ \left[\left(i\lambda + \frac{\partial}{\partial z} \right) a_n(r, z) \right] \int_{-C_A/2}^z \frac{\partial \Delta \bar{p}(r, \zeta)}{\partial r} d\zeta \end{aligned} \quad (12)$$

なお、 $\bar{Q}$, $\bar{Q}$, $\bar{D}$ の物理的な意味は文献(8),(9)に述べたとおりである。結局、式(8)の $\Delta \bar{p}(r, z)$ は迎え角・そり・厚み成分の線形結合

$$\begin{aligned} \Delta \bar{p}(r, z) &= \alpha_0 \Delta \bar{p}_a(r, z) \\ &+ \mu_0 \Delta \bar{p}_\mu(r, z) + \tau_0 \Delta \bar{p}_\tau(r, z) \end{aligned} \quad (13)$$

で表される。一方、 $\Delta \bar{p}(r, z)$ は式(9)の右辺第一項及び第二項の効果を表すそれぞれ振動成分および迎え角・そり・厚み成分の線形結合として

$$\begin{aligned} \Delta \bar{p}(r, z) &= \Delta \bar{p}_a(r, z) + \alpha_0 \Delta \bar{p}_a(r, z) \\ &+ \mu_0 \Delta \bar{p}_\mu(r, z) + \tau_0 \Delta \bar{p}_\tau(r, z) \end{aligned} \quad (14)$$

で表わされる。したがって、本手法は、一度 $\Delta \bar{p}_a$, $\Delta \bar{p}_\mu$ など決定すれば、式(13),(14)によって任意の α_0 , μ_0 , τ_0 に

対する $\Delta\bar{p}$, $\Delta\dot{\bar{p}}$ を容易に決定することができ、 α_0, μ_0, τ_0 などに依存した格子作成が必要とされる領域型解法に比べて格段に計算能率が良い。

4. 非定常空気力係数

本報では、第 n 次振動モードでの局所非定常翼面圧力差係数 $C_p^{(n)}(r, z)$ を次式で定義する。

$$C_p^{(n)}(r, z) = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho_0 W_s^2} \Delta\bar{p}^{(n)}(r, z) \quad (15)$$

ただし、 W_s は s 軸方向の非じょう乱流速で $W_s = \Lambda(r)$ である。非定常空気力が、振動する羽根になす一周期当たりの局所仕事係数は、各半径位置において

$$w^{(n)}(r) = \pi \Lambda(r) \int_{-C_a/2}^{C_a/2} a_n(r, z) \cdot \Im[\Delta\bar{p}^{(n)}(r, z)] dz \quad (16)$$

により与えられる。さらに、局所仕事係数を翼幅方向に積分して得られる全体仕事係数は

$$W^{(n)} = \int_h^1 w^{(n)}(r) dr \quad (17)$$

である。構造減衰が零の場合、全体仕事係数 $W^{(n)}$ が正であれば翼列フラッタが発生することになる。

5. 数値計算結果と考察

数値計算に用いた翼列条件は、 $M_a = 0.3$, $\Omega = 2.5$, $NC_a = 2.0$, $h = 0.4$ を基本とする。また、翼形状は式(5)によって指定でき、本報では、翼弦方向のそり・厚み分布は放物形 $f(z) = g(z) = 1 - 4(z/C_a)^2$ とする。

〔固有振動モード解析〕 翼を図2に示すような100個の四角形板要素（Felippa要素）に分割し、解析には汎用有限要素法プログラム（FEM4・富士通社製）を用いた。なお、翼厚は面内応力に抗する板厚（ t_m ）と曲げに抗する板厚（ t_b ）によって指定する。⁽¹⁰⁾ 解析する翼形は、厳密には、後述する非定常空気力解析に用いる翼形と同一でなければならない。しかし、本報で対象と

図2 固有振動モード解析に用いた要素分割

する翼の迎え角・そり・厚みが比較的小さく、それらの変化が固有振動モードを大きく変化させないことを考慮し、固有振動モード解析においては式(5),(19),(20)で $\mu_0 = 5\%$, $M_1 = 0$, $\tau_0 = 2\%$, $T_1 = 0$ とした翼に相当する二種類の翼形を考えることにする。（表1）ただし、振動モードは、直交座標系 $(r, r\theta, z)$ における最大成分が1となるように基準化しており、材料常数は、ヤング率 = 204(GPa), ボアソン比 = 0.31, 質量密度 = 0.801×10^4 (kg/m³) である。

図3, 4に Model 1, 2 の第一次から第三次固有振動モードおよび固有振動数を示す。Model 1 の第一次および第三次モードはそれぞれ一様断面片持ち梁の第一次曲げおよび第一次ねじり振動モードに類似している。これらに関する非定常空気力は s, n 成分別々にはあるが文献(7)で報告しているため、Model 1 については主に第二次モードでの空力応答を調べることにする。一方、Model 2 はそりのために曲げねじり連成振動が生じる。したがって、断面変形変位を伴う第一次モードによって生じる非定常空気力を中心に調べることにする。なお、以下で用いる右肩添え字⁽ⁿ⁾は振動モードの次数を表す。

〔非定常空気力解析〕 翼列翼の翼幅方向迎え角・そり・厚み分布は

$$\alpha(r) = 1 + A_1 \cos \frac{(r-h)\pi}{1-h} \quad (18)$$

$$\mu(r) = [1 + M_1 \cos \frac{(r-h)\pi}{1-h}] C_a \quad (19)$$

$$\tau(r) = [1 + T_1 \cos \frac{(r-h)\pi}{1-h}] C_a \quad (20)$$

とする。

式(8),(9)の積分方程式を数値的に解くために、翼面圧力差分布 $\Delta\bar{p}$, $\Delta\dot{\bar{p}}$ を翼弦方向には後縁でクック条件を満足する第6項までのグロート級数で近似し、翼幅方向には本モデルの音響場の半径方向モード形を表す固有関数によって級数展開した。⁽⁷⁾ 翼面上の積分代表点は翼弦方向に5点、翼幅方向に7点とし、速度場核関数の正則部を含む積分では、 z_0 に関してガウスの12点積分公式を用い、 r_0 に関しては41点台形積分公式

表1 構造解析に用いた翼形 ($r_T^* = 1\text{m}$)

	Model 1	Model 2
N	20	30
C_a	0.1	0.6667
$\alpha_0 \alpha(r)$	0	0
$\mu_0 \mu(r) f(z)$	0	$0.05 \cdot C_a \cdot f(z)$
t_m, t_b	$0.02 \cdot C_a \cdot g(z)$	$0.02 \cdot C_a \cdot g(z)$

(a) 第一次モード (固有振動数 3.8Hz)

(b) 第二次モード (固有振動数 23.5Hz)

(c) 第三次モード (固有振動数 58.8Hz)

図3 固有振動モード (Model 1)

を用いた。一方、特異部を含む積分は、翼の振動振幅を三次式

$$a_{n,s}(r, z) = a0_{n,s}(r) + a1_{n,s}(r)z + a2_{n,s}(r)z^2 + a3_{n,s}(r)z^3 \quad (21)$$

で近似し、解析的に求めた。

(1) 非定常翼面圧力差 図 5, 6に翼間位相差 $\sigma/N = 0.25$ で迎え角・そり・厚みが翼幅方向に一樣な場合 ($A_1, M_1, T_1 = 0$) の非定常翼面圧力差分布の各成分を示す。実線が本三次元理論値を、破線がストリップ理論値を表し、両者の差は三次元効果を表す。本理論値はストリップ理論値より翼幅方向に平坦な分布をする。

(2) 局所仕事係数 図 7に、 $\sigma/N = 0.25$ における局所仕事係数 (迎え角成分) の翼幅方向迎え角分布への依存性を示す。一般に、迎え角・そり・厚みが翼根から翼端にかけて増加する分布 ($A_1, M_1, T_1 = -0.5$) より翼根から翼端にかけて減少する分布 ($A_1, M_1, T_1 = 0.5$) の方が翼端での三次元効果が小さくなる。また、ストリップ理論値の各値 ($A_1, M_1, T_1 = 0.0, 0.5, -0.5$) は定常負荷の翼幅方向分布に対応して翼幅中央 ($r = 0.7$) で一致するが、本理論値の交差点は必ずしも翼幅中央ではない。

(3) 全体仕事係数 図 8, 9にそれぞれ Model 1, 2 の全体仕事係数 (迎え角・そり成分) W_a, W_μ を示す。迎

(a) 第一次モード (固有振動数 7.0Hz)

(b) 第二次モード (固有振動数 34.0Hz)

(c) 第三次モード (固有振動数 64.6Hz)

図4 固有振動モード (Model 2)

え角・厚み成分において、本理論値は Model 1, 2 ともに A_1, T_1 の影響をほとんど受けない。一方、そり成分は M_1 の影響を強く受け、Model 1 と Model 2 で非一樣効果 ($A_1, M_1, T_1 = 0$ と $A_1, M_1, T_1 \neq 0$ の差) が逆になる。

特に、Model 1 の $W_a^{(2)}$ は全翼間位相差で負 (安定) であるが、 $\sigma/N \approx -0.1$ で 0 に近くなる。したがって、この翼間位相差ではフラッタ余裕度が小さく、安定限界は定常負荷成分によって大きく影響を受けると考えられる。

(4) 限界迎え角と定常揚力係数 第 4 節で述べたように、フラッタ限界として $W^{(n)} = 0$ を満足する α_0 を限界迎え角と呼び

$$\alpha_{cr} = -\frac{W_a + \mu_0 W_\mu + r_0 W_r}{W_a} \quad (22)$$

で定義する。この α_{cr} における

$$\bar{C}_L = \frac{1}{1-h} \int_h^1 \int_{-C_a/2}^{C_a/2} \frac{\Delta \bar{p}(r, z)}{\frac{1}{2} \rho_0 W_\infty^2 C_a} dz dr \quad (23)$$

を限界定常揚力係数と定義する。

本解析モデルのように Ω が正の場合では、 $\bar{C}_L > 0$ のとき圧縮機翼列、 $\bar{C}_L < 0$ のときタービン翼列と考えることができる。

Model 1 の第二次モードにおいては圧縮機翼列 ($0 \leq \sigma/N \leq 0.5$) では、最小限界迎え角が約 40 度と大きく非

(a) 振動成分

(a) 振動成分

(b) 迎え角成分 ($A_1 = 0$) (b) 迎え角成分 ($A_1 = 0$) (c) そり成分 ($M_1 = 0$) (c) そり成分 ($M_1 = 0$) (d) 厚み成分 ($T_1 = 0$)

$$(M_a = 0.3, \Omega = 2.5, NC_a = 2.0, h = 0.4)$$

$$N = 20, \lambda C_a = 0.2, \sigma/N = 0.25)$$

——:Present theory, - - - - -:Strip theory

(d) 厚み成分 ($T_1 = 0$)

$$(M_a = 0.3, \Omega = 2.5, NC_a = 2.0, h = 0.4)$$

$$N = 30, \lambda C_a = 0.06, \sigma/N = 0.25)$$

——:Present theory, - - - - -:Strip theory

図5 非定常翼面圧力差分布 (Model 1, 第二次モード)

図6 非定常翼面圧力差分布 (Model 2, 第一次モード)

(A_1 以外の条件は図5と同じ)
——:Present theory, - - - - -:Strip theory

図7 局所仕事係数(迎角成分)
(Model 1, 第二次モード)

(a) 迎角成分

(b) そり成分

($A_1, \sigma/N$ 以外の条件は図6と同じ)
——:Present theory, - - - - -:Strip theory

図8 全体仕事係数 (Model 1, 第二次モード)

失速フラッタは事実上発生しないと考えられる。一方、タービン翼列 ($-0.5 \leq \sigma/N \leq 0$) のそれは 2.8 度と小さくフラッタ発生の可能性が大きいことに注意する必要がある。また、 α_{cr} は翼幅方向迎え角分布 A_1 にはほとんど依存しない。(図10) 図11は各モードにおける α_{cr} を示す。ただし、無次元円振動数は第二次モードの λC_a を 0.2 とし、各次の固有値に対応するように、第一次および第三次モードの λC_a をそれぞれ 0.03 および 0.5 とした。減衰率が各モードで同一ならば、圧縮機翼列では第一次、第三次の順に、タービン翼列では第二次、第一次の順にフラッタが起こりやすくなる。これは、タービン翼列では第二次モードがフラッタ限界を決定する可能性があることを示唆している。

(a) 迎角成分

(b) そり成分

($A_1, \sigma/N$ 以外の条件は図6と同じ)
——:Present theory, - - - - -:Strip theory

図9 全体仕事係数 (Model 2, 第一次モード)

($\mu_0 = \tau_0 = 0$, $A_1, \sigma/N$ 以外の条件は図5と同じ)

図10 限界迎え角と定常揚力係数
(Model 1, 第二次モード)

6. 結 論

亜音速流中において、翼幅方向にねじれをもつ環状回転翼列が、断面変形および翼弦方向変位を含む弾性振動をする場合の非定常空気力を、有限要素法による構造解析手法と二重線形理論による空気力解析手法を用いて能率的に求める方法を提案した。

典型的な二種の翼形状に対する数値計算によって、非定常空気力および三次元効果と翼列設計パラメータとの関係を明らかにした。主な結果は以下の通りである。

- 非定常翼面圧力差分布はストリップ理論値より三次元理論値の方が半径方向に平坦な分布をする傾向がある。
- 局所・全体仕事係数に対する定常負荷の非一様効果は翼列翼の形状と振動条件によって変化する。
- 曲げ振動とねじり振動との連成が弱い弾性振動をするタービン翼列（本報では Model 1）のフラッタ限界は第二次モードによって決定される可能性がある。

本研究の一部は文部省科学研究費の援助を受けて行われたものである。

($\mu_0 = \tau_0 = 0$, $\sigma/N, \lambda C_a$ および振動モード以外の条件は図5と同じ)

図11 各モードでの限界迎え角 (Model 1)

文献

- (1) Yang, K., Yamasaki, N. and Namba, M., *Memoirs of the Faculty of Eng., Kyushu University*, **48-4**(1988), 253.
- (2) Yang, K., Yamasaki, N. and Namba, M., *Proc. of The 27th Aircraft Sympo.*(1989), 582.
- (3) Verdon, J.M., *J. of Fluid and Structure*, **3**(1989), 255.
- (4) 今成・梶, 機論, **53-496, B**(1987), 3586.
- (5) 利光・難波, 機論, **56-523, B**(1990), 651.
- (6) 難波・利光・李, 機論, **55-517, B**(1989), 2551.
- (7) Li, P., Toshimitsu, K. and Namba, M., *Memoirs of the Faculty of Eng., Kyushu University*, **13-2**(1990), 161.
- (8) 難波・利光, 機論, **53-496, B**(1987), 3561.
- (9) 難波・利光, 機論, **54-501, B**(1988), 1073.
- (10) (株)富士通, FEM IV 解説書, (1985), 37.