きつい曲がり管内入口流れの壁面せん断応力*

鈴木 淳一^{*1}, 大石 尚史^{*2}, 谷 下一夫^{*3}

Wall Shear Stress Profile of the Entrance Flow in a Strongly Curved Tube

Jyunichi SUZUKI, Naobumi OHISHI and Kuzuo TANISHITA

The distribution of the wall shear stress in the developing flow of a strongly curved tube with the curvature ratio, defined as the ratio of the tube radius to the radius of curvature, of 1/2, 1/3, and 1/7, was measured by means of the electrochemical limited current method for the Dean number range of 139 to 372. The working fluid is the aqueous solution of potassium ferro- and ferricyanide. In the upstream region, the wall shear stress at the inner wall shows the maximum, and this maximum shear stress shifts towards the outer wall for both parabolic and uniform entrance velocity profiles. It should be noted that the maximum shear stress achieved in the middle portion of the curved tube increases with the increase in the curvature ratio. This nonuniformity of wall shear stress profile is associated with the localization of atherosclerosis found in the curved arterial vessels.

Key Words: Flow Measurements, Curved Tube, Blood Flow, Secondary Flow, Biological Engineering

1. 緒 言

動脈硬化などの血管病変が主に太い動脈の曲がり部の内側や分岐部に局所的に生ずるという知見が医学者によって得られ、病変の局在性と血管内の流動性状との関連が注目されている⁽¹⁾。血管内流れの流体力学的パラメータの中でも、血管病変に最も影響を与える因子は壁面せん断応力であると考えられ、動脈内の壁面せん断応力の様子を明らかにする必要がある。

動脈の中でも病理学的な所見により曲がり部の内側に病変が頻度高く認められる大動脈弓⁽²⁾や内けい動脈⁽³⁾は、曲率の大きい曲がり管である。ところがこれまでの多くの曲がり管内流れの研究は、曲率の小さい場合がほとんどであった。比較的曲率の大きな曲がり管内の流れについては、Olson⁽⁴⁾、Bovendeerdら⁽⁵⁾によって曲率比 $\delta=1/6$ までについて速度分布の測定が行われている。坂田による病理学的な研究⁽³⁾によると、内けい動脈の曲率比は 1/2 以上という極めて大きな値をとるという。これまで著者らにより曲率比 $\delta=1/2$ ま

での曲がり管内の定常流⁽⁶⁾および非定常流^{(7)~(9)}の速度分布がレーザドップラー流速計によって測定され、大きな曲率による影響が次第に明らかになってきた。しかしながら、LDVによって得られた速度分布から壁面せん断応力を求めると大きな誤差が生ずる。妥当な信頼性を持つせん断応力の測定法として電気化学的方法⁽¹⁰⁾が知られており、曲がり管内流れ⁽¹¹⁾や腹部大動脈モデル内⁽¹²⁾の壁面せん断応力の結果が報告されている。

本研究では、血管病変の局在性との関連を明らかにすることを目的として、曲率の大きい曲がり管内壁のせん断応力を電気化学的方法で測定し、壁面せん断応力の分布の特徴に関する知見を得た。

記 号 表

a :	管内半径
A :	電極面積
C :	フェリシアンイオン濃度
d_e :	電極の直径
D_f :	フェリシアンイオンの拡散係数
F :	ファラデー常数
I_0 :	直管内電極の限界電流値
I_L :	限界電流値

* 原稿受付 平成3年6月3日。

^{*1} 東京ガス(株) (●105 東京都港区海岸 1-5-20)。^{*2} (株)電通 (●530 大阪市北区堂島 2-4-5)。^{*3} 正員、慶應義塾大学理工学部 (●223 横浜市港北区日吉 3-14-1)。

R : 曲率半径

S_w : 壁面せん断速度

S_0 : ポアズイユ流れにおける壁面せん断速度

W : 管軸方向平均速度

Z : 管軸方向無次元長さ $= R\varphi/(aR)^{1/2}$

δ : 曲率比 $= a/R$

x : ディーン数 $= \delta^{1/2}(2aW/\nu)$

ν : 流体の動粘性係数

θ : 管断面内の周方向の角度

τ : 壁面せん断応力

τ_0 : ポアズイユ流れにおける壁面せん断応力

φ : 曲がり部入口からの角度

2. 実験装置および方法

曲がり流路としては、半円断面の溝が彫られている 2 枚の亚克力板を合せる方式により曲率比 $\delta=1/2$ (管内半径 $a=15\text{ mm}$), $1/3$, $1/7$ ($a=10\text{ mm}$) の 3 種類が製作された。曲がり流路の座標系を図 1 に示す。 $\delta=1/2$ の流路では曲がりの入口から $\varphi=0, 30, 60, 90, 120, 150, 180^\circ$ の断面に純ニッケル線 ($d_e=0.5\text{ mm}$) を断面周方向 11 箇所 に埋め込み、限界電流の測定のための陰極とした。 $\delta=1/3, 1/7$ の流路では、曲がりの入口から $15, 30, 45, 68, 90, 113, 135, 158^\circ$ の断面に同様にニッケル線を埋め込んだ。

電気化学的方法とは、酸化還元体を含む電解質溶液を流路に流したとき、流路に設置したニッケル電極 (陰極) と、下流側に設置した陽極との間に壁面でのせん断応力に依存して限界電流が生ずることを利用する方法である⁽¹⁰⁾。使用した酸化還元系水溶液はフェリシアン化カリウム: $\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6 0.01\text{ M}$ とフェロシアン化カリウム: $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6 0.01\text{ M}$ の混合液に補助電解質として水酸化ナトリウム 1 M を加えたものである。そのとき、両極間に一定電圧を加えると次のような反応が生ずる。

図 1 曲がり管内の座標系

陰極表面でのフェリシアンイオンの拡散が律速となるときの電流値 (限界電流) と壁面せん断速度との関係は次式によって与えられる。

$$S_w = \frac{1.545 d_e I_L^2}{D^2 (AFC)^3} \cdots \cdots (3)$$

本研究では、曲がり管上流側の直管内で発達した流れ (ポアズイユ流れ) での壁面せん断速度 S_0 で無次元化した値 (せん断応力の比に等しい) によって壁面せん断応力の分布を整理した。

実験に使用した流路を図 2 に示す。一定高さのリザーバから静水圧下で曲がり流路に一樣流およびポアズイユ流れが流入するようにした。大動脈や内けい動脈における血流を模擬するため、 $x=139 \sim 372$ のディーン数の範囲で測定を行い、とくに $x=279$ における測定結果について検討を行った。

3. 結果および考察

まず測定系の信頼性を確認するため、直管部の断面に設置した電極 (11 箇所) で測定された限界電流の値から求めたせん断速度と、理論値 (ポアズイユ流れ) との比較を行った結果を図 3 に示す。実験値は理論値よりもやや低い値 (10%) を示している。せん断速度は式 (3) からわかるように限界電流値の三乗に比例し、電極の直径の五乗に逆比例しているため、電極の大きさや限界電流値の測定精度による影響が大きい。本研究では、ニッケル電極を亚克力板内に埋め込んだ状態で、ボールエンドミルで半円状の溝を彫ったため、とくに $\theta=90^\circ$ 付近の電極表面の径が素線の径から変化する可能性がある。そこで、壁表面に露出した部分の

図 2 実験回路

直径を顕微鏡により確認した。埋め込んだ状態での電極有効面積を決定する方法として電位差掃引ポラログラフ法⁽¹³⁾が知られているが、本研究では静止した状態での限界電流値を測定して電極の有効断面積の補正に関して検討を行った。さらにファリシアニオンの濃度や拡散係数が電極における反応の進行により変化するので、曲がり流路部での壁面せん断応力の測定値に対しては、その絶対値よりも直管部で測定した値との比で評価を試みた。

3・1 放物形速度分布で流入する場合 図4は放物形速度分布で流入した場合の $\delta=1/3$ の流路において入口からの角度 $\varphi=90^\circ$ の断面における壁面せん断応力の測定結果であり、ディーン数=139~372の範囲では、類似した傾向を示している。そこで本研究では、曲率比が入口からのせん断応力の推移に与える影響を明らかにするため、とくに $x=279$ の場合に限定して検討を進めることとした。

図5(a)は $\delta=1/2$ のときの壁面せん断応力の曲がり部入口からの変化を示す。まず入口部では、せん断応力は内壁側が高くなっている。LDVによる定常入口流れの測定結果⁽⁶⁾によると放物形速度分布で流入した場合、入口部で軸方向速度分布が下流側の曲がり部の影響を受け、内壁側に寄り内壁側に向かう二次流れが表れている。そのため壁面せん断応力の最大値が内壁側に生じている。しかし、曲がり部に流入し、下流に向かうにつれて壁面せん断応力の最大値が増加すると同時に内壁側から次第に外壁側に移動する。測定された二次流れの速度分布⁽⁶⁾によると、 $\varphi=75^\circ$ の断面は内壁側の壁付近の二次流れが大きく加速される部分である。図5(a)の $\varphi=60^\circ$ では最大値が急激に増加している部分とよく対応している。曲がり部出口である $\varphi=180^\circ$ ではせん断応力の最大値が外壁側付近に近づ

いている。このような壁面せん断応力の推移は、断面内に生じた二次流れの発達に起因している⁽⁶⁾。放物形入口速度分布の中心軸の最大速度による大きな遠心力のため、外壁側に向かう二次流れが中心部に発生し、その結果壁面に沿って内壁側に向かう強い圧力こう配が発生するため、二次流れが著しく加速され、壁面せん断応力の増加の原因となっている。ところが $\varphi=135^\circ$ の位置で付加渦が表れ、二次流れの速度が急激に減少し、壁面せん断応力も低下している。

図5(b)は曲率比 $\delta=1/3$ の場合の結果である。入口で内壁側に最大値が表れているが、 $\delta=1/2$ の場合と同様次第に外壁側に移行していく。下流に進むとともに壁面せん断応力が著しく増加し、無次元壁面せん断応力の最大値が $\varphi=68^\circ$ 、 $\theta=90^\circ$ の位置で7.0に達する。軸方向速度分布が次第に外壁側に寄るため、外壁側でその影響が顕著となり、次第に壁面せん断応力の最大値が外壁側に移行する。さらに $\varphi=135^\circ$ において、2箇所極大値が表れる分布になっている。興味深い点は、この断面において極小値を示す位置で付加渦が発生して、内壁側に向かう二次流れの速度が低下していることである。

図5(c)に曲率比 $\delta=1/7$ の場合のせん断応力の変化を示す。曲率が減少すると $\delta=1/2$ 、 $1/3$ の場合に見られた最大せん断応力が著しく増加する特徴的な分布が消滅する。入口からの角度 $\varphi=30^\circ$ の断面の $\theta=100^\circ$ で最大せん断応力が表れるが、最大値がいったん内壁に寄ってから次第に外壁側に移行していく。前述のように壁面せん断応力の変化は、断面内に誘起された二次流れの様子に対応している。LDVによる速度分布の

図3 直円管内で測定された壁面せん断速度

図4 $\delta=1/3$, $\varphi=90^\circ$ の断面で測定された無次元壁面せん断応力

測定結果によると、曲がり管内入口領域で二次流れは著しく加速され、その大きさには顕著な曲率依存性が見られる。したがって壁面せん断応力の推移にも曲率比の影響が表れてくる。とくに放物形速度分布で流入する場合の特徴は、入口付近の断面中心部における外壁側に向かう二次流れの加速である。この二次流れが曲率比に依存しているため、結果的に大きな曲率を持つ曲がり管内流れでは、入口領域の壁付近で内壁に向かう二次流れの流速が増大し、壁面せん断応力の増加をもたらす。

3・2 一様流入速度分布の場合 次に一様流入速度分布の場合の結果を図6(a)に示す。 $\varphi=15^\circ$ においては、境界層がまだ薄く境界層外側の非粘性領域のポテンシャル渦のために最大値が内側に寄る分布をしている。しかし、次第に境界層が発達し、同時に二次流れが誘起され、 $\varphi=45^\circ$ の断面から $\theta=60^\circ$ に最大値が表れる。しかし放物形入口速度分布の場合より低く、 $\varphi=45^\circ$ における無次元せん断応力の最大値は、放物形の場合の63%である。さらに下流に向かうにつれてせん断応力の最大値が増加し、 $\varphi=113^\circ$ で最大に達した後減少し、極小値が表れる分布となる。図7に $\varphi=45^\circ$ に

おける二次流れの計測結果を示すが、放物形速度分布で流入する場合[図7(a)]は、 $\theta=75\sim90^\circ$ の壁付近に大きな速度が表れるが、一様流入速度分布の場合[図7(b)]は、中心部での流速がほぼ一定で、壁面に沿って内壁側に向かう流速も、放物形速度分布で流入する場合ほど大きくならない。そのため、一様速度で流入する場合は、壁面せん断応力も放物形速度分布で流入する場合ほど増加しない。

曲率比が1/7になると図6(b)に示されるようにせん断応力の著しい増加が見られなくなる。さらに本研究で得られた値はChoiら⁽¹¹⁾による測定値に近いことがわかる。

3・3 壁面せん断応力の軸方向の変化 図5、6から放物形、一様流入速度分布の場合も入口からのせん断応力の発達が曲率比によって影響を受けていることがわかる。この傾向は、せん断応力が著しく増加している周方向位置 $\theta=75^\circ$ のせん断応力の軸方向距離に対してプロットした結果[図8(a), (b)]に明りょうに表れている。図8(a)は放物形流入の場合で、軸方向距離は曲がり管内入口領域の代表長さ $(aR)^{1/2}$ で無次元化してある。図8(a)では、曲率比 $\delta=1/3$ の時

図5 放物形速度分布で流入する場合の無次元壁面せん断応力の分布

図 6 一様速度分布で流入する場合の無次元壁面せん断応力の分布 ($\delta = 1/3, \kappa = 279$)

図 7

無次元距離=2.0の位置で最大となり、その値も $\delta = 1/7$ の最大値の 1.8 倍となっている。しかし下流に向かうにつれ、発達した流れの値に近づくと、曲率比の影響は消失する傾向を示す。図 8 (b) に、一様速度分布で流入する場合の結果を示す。 $\delta = 1/3$ の場合の最大値は、放物形速度で流入する場合の最大値よりも 13% 低く、その最大値の表れる無次元距離は、放物形流入の場合よりも長い。すなわち放物形入口速度分布の場合は、曲がり管入口において中心軸付近の大きな遠心力により、二次流れが入口付近で加速されるが、一様入り口速度分布の場合は、境界層が徐々に厚くなって、二次流れが形成されるため、やや下流側で最大値に達する。

血流と直接接触する動脈壁の内皮細胞は、流れの壁面せん断応力によって、変形、配向したり、物質を分泌する事実が明らかにされてきた⁽¹⁴⁾。したがって流れのせん断応力により影響を受ける内皮細胞のふるまい

(a) 放物形速度分布で流入する場合

(b) 一様速度分布で流入する場合

図 8 $\theta = 75^\circ$ における無次元壁面せん断応力の軸方向変化

が、血管病変の発生と関連が深いことから、内皮細胞のバイオメカニクスに関する研究が行われている⁽¹⁵⁾。これまで血管病変に対する血流の影響については、いくつかの相反する仮説が提唱されている⁽¹⁾。これらの見解を整理する一つの糸口として本研究で得られたようなモデル動脈における壁面せん断応力の分布と動脈湾曲部での内皮細胞の機能との関連が明らかになれば、湾曲部を持つ動脈病変に対する血流の役割が明確になるであろう。

4. 結 言

曲がり管内定常流入領域において、二次流れは著しく加速され、壁面せん断応力が増大する。その大きさは曲率比が大きいほど大きいという著しい曲率比依存性を示す。曲率を持つ動脈内入口領域でのせん断応力の推移は血管病変の局在性と関連している。電気化学的方法による壁面せん断応力の測定に関して、当時卒業研究の学部生であった勝岡修二氏、佐々木重直氏、片山一郎氏、博士課程の大学院生であった成瀬岳史氏のご助力を得た。

文 献

- (1) Nerem, R. M. and Cornhill, J. F., *J. Biomech. Eng.*, **102** (1980), 181.
- (2) Chang, L. T. and Tarbell, J. M., *J. Fluid Mech.*, **161** (1985), 175.
- (3) 坂田・町並・城下・大根田, 脈管学, **25-11**(1985)1255.
- (4) Olson, D. E. and Snyder, B., *J. Fluid Mech.*, **150**(1985), 139.
- (5) Bovendeerd, P. H. M., Steenhoven, A. A. van, Vosse, F. N. van de, and Vossers, G., *J. Fluid Mech.*, **177**(1987), 233.
- (6) 谷下・鈴木・大石・成瀬, 機論, **57-535**, B(1991), 898.
- (7) 成瀬・仁科・久下沼・谷下, 機論, **56-529**, B(1990), 2562.
- (8) 成瀬・仁科・久下沼・谷下, 機論, **56-532**, B(1990), 3625.
- (9) 成瀬・仁科・石原・谷下, 機論, **57-541**, B(1991)3018.
- (10) Mizushima, T., *Adv. Heat Transf.*, **87**(1971), 87.
- (11) Choi, U. S., Talbot, L. and Cornet, I., *J. Fluid Mech.*, **93** (1979), 465.
- (12) Lutz, R. J., Cannon, J. N., Bischoff, K. B., Dedrick, R. L., Stiles, R. K. and Fry, D. L., *Circulat. Res.*, **41**(1977), 391.
- (13) Lutz, R. J., Menawat, A. and Peterson, J. I., *AIChE J.*, **28**(1982), 1027.
- (14) Levesque, M. J. and Nerem, R. M., *J. Biomech. Eng.*, **107**(1985), 341.
- (15) Chien, S., *Vascular Endothelium in Health and Disease*, (1988), 59, Plenum Press.