振動を受ける平板上の磁性流体液滴の挙動*

須藤 誠一^{*1}, 大幅 元吉^{*2}
片桐 一成^{*3}, 橋本 弘之^{*3}Behavior of Magnetic Liquid Drop on a Solid Base Subject
to Vertical VibrationSeiichi SUDO, Motoyoshi OHABA,
Kazunari KATAGIRI and Hiroyuki HASHIMOTO

The dynamic behavior of a magnetic liquid drop on a non-magnetic solid base subject to magnetic fields and vertical vibration have been studied experimentally and theoretically. The frequency responses of a single magnetic liquid droplet are investigated. Measurements have been made of the amplitude of time-varying height and the contact angle of a magnetic droplet on a horizontal solid base. It was found that the magnetic liquid droplet responds to the excitation in the elongation and contraction of its height. The frequency of the time-varying droplet height and contact angle corresponded to the excitation frequency. Theoretical analysis explains the experimental results of the droplet motion, that is, the droplet height is determined by the Bond number, the magnetic Bond number and the vibration Bond number.

Key Words: Magnetic Fluid, Magnetohydrodynamics, Fluid Vibration, Liquid Sloshing, Interfacial Phenomena

1. 結 言

宇宙開発技術に関連して、低重力場での液体燃料の位置を制御する目的で磁性流体が開発されて以来、磁性流体に関する非常に多くの研究がなされてきた。磁性流体は液体でありながら強い磁性を有するため、その特性を利用した多くの応用機器が考案され、開発されてきている⁽¹⁾。これらの応用機器の開発に際して、磁性流体の磁場や振動場に対する基本的な応答を調べることは重要である。一般に、磁性流体に磁場を印加した場合、磁場の強さおよび方向によって磁性流体はさまざまな挙動を示すことが知られている⁽²⁾。特に、平板の上に存在する磁性液滴が外部磁場を受ける場合については、磁性液滴が磁場の方向に伸長することが知られている^{(3)~(7)}。これとは別に、航空宇宙輸送機の燃料液面の制御、原油貯蔵タンクや原子炉の地震時の安全性などに関連して液体スロッシングの研究が進め

られてきた⁽⁸⁾。さらに、磁性流体に磁場を印加した場合の液体スロッシングに関しても少数ながら研究が行われてきた^{(9)~(11)}。しかし、磁場による界面変形を伴った磁性流体スロッシングに関してはいまだ不明な点が多い。

したがって、本報は磁性流体スパイクを伴う液体スロッシングの基礎的研究として、重力の方向に非磁性平板を正弦波的に振動させ、その上に置かれた磁性流体液滴（単一スパイク）の振動応答としての挙動を調べたものである。

主 な 記 号

a : 磁性流体液滴の高さあるいは長径

b : 磁性流体液滴の短径

B : 磁束密度

E : 振動ボンド数 $= \rho \omega^2 z_0 R_0^2 / \sigma$

f_0 : 加振振動数

g : 重力の加速度

G_0 : 無次元加振加速度 $= \omega^2 z_0 / g$

M : 磁化の強さ

N_B : ボンド数 $= \rho g R_0^2 / \sigma$

P_a : 液滴頂部における圧力

P_b : 液滴底周辺部における圧力

* 平成3年12月9日 磁性流体連合講演会において講演、原稿受付 平成3年12月19日。

^{*1} 正員、いわき明星大学理工学部 (〒970 いわき市中央台飯野5-5-1)。

^{*2} 正員、桐蔭学園横浜大学工学部 (〒227 横浜市緑区鉄町1614)。

^{*3} 正員、東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平2-1-1)。

P_0 : 周囲気体の圧力
 R_{a1}, R_{a2} : 液滴頂部における主曲率半径
 R_{b1}, R_{b2} : 液滴底周辺部における主曲率半径
 R_0 : 液滴を半球と仮定したときの半径
 S : 磁気ボンダ数 $= 2\mu_0 M^2 R_0 / \sigma$
 t : 時間
 V_d : 磁性流体液滴の体積
 z : 変位
 θ : 固体平板と気液界面の動的接触角
 μ_0 : 真空の透磁率
 ξ : 無次元数 $= (a/R_0)^{1/2}$
 ρ : 磁性流体の密度
 ω : 角振動数 $= 2\pi f_0$

2. 磁性液滴の形状振動

磁場の作用下に置かれた非磁性平板上の磁性流体液滴が重力の方向に振動される場合について、磁性液滴の動的形状変化を調べる。図1に解析モデルと座標系を示す。解析に先立って、流体は非圧縮で粘性をもたないと仮定し、液滴周囲の気体の密度は無視しうると考える。磁場の方向は重力に対して平行で、かつ考えている領域内で一様であると仮定する。また、平板上の磁性液滴が磁場の作用下に置かれたときの形状は半回転だ円体と仮定する。平板は重力および磁場の方向に平行に変位 $z = z_0 \sin \omega t$ の振動をするものとする。

液滴底部の表面近傍における圧力 P_b は液滴頂部における圧力 P_a によって式(1)のように記述される。

$$P_b = P_a + \rho \left(g + \frac{d^2 z}{dt^2} \right) a \quad \cdots \cdots (1)$$

他方、 P_a および P_b は表面張力 σ および磁化の強さ M によってそれぞれ式(2)および式(3)のように表される。

$$P_a = P_0 + \sigma \left(\frac{1}{R_{a1}} + \frac{1}{R_{a2}} \right) - \frac{1}{2} \mu_0 M^2 \quad \cdots \cdots (2)$$

$$P_b = P_0 + \sigma \left(\frac{1}{R_{b1}} + \frac{1}{R_{b2}} \right) \quad \cdots \cdots (3)$$

図1 解析モデルと座標系

式(1)に式(2)を代入すると式(4)が得られる。

$$P_b = P_0 + \sigma \left(\frac{1}{R_{a1}} + \frac{1}{R_{a2}} \right) - \frac{1}{2} \mu_0 M^2 + \rho(g - \omega^2 z_0 \sin \omega t) a \quad \cdots \cdots (4)$$

式(4)に式(3)を代入すると式(5)が得られる。

$$\sigma \left(\frac{1}{R_{a1}} + \frac{1}{R_{a2}} \right) - \sigma \left(\frac{1}{R_{b1}} + \frac{1}{R_{b2}} \right) - \frac{1}{2} \mu_0 M^2 + \rho(g - \omega^2 z_0 \sin \omega t) a = 0 \quad \cdots \cdots (5)$$

液滴形状を半回転だ円体と仮定しているので式(6)のような関係がある。

$$R_{a1} = R_{a2} = \frac{b^2}{a}, \quad R_{b1} = \frac{a^2}{b}, \quad R_{b2} = b \quad \cdots \cdots (6)$$

式(5)に式(6)を代入すると式(7)が得られる。

$$\sigma \left(\frac{2a}{b^2} \right) - \sigma \left(\frac{b}{a^2} + \frac{1}{b} \right) - \frac{1}{2} \mu_0 M^2 + \rho(g - \omega^2 z_0 \sin \omega t) a = 0 \quad \cdots \cdots (7)$$

磁場の作用および振動の作用のない場合の液滴体積 V_d を半球形状体積に等しいとすると、その半径 R_0 は式(8)のように記述される。

$$R_0 = \left(\frac{3V_d}{2\pi} \right)^{1/3} \quad \cdots \cdots (8)$$

式(8)によって無次元量 $\alpha = a/R_0$, $\beta = b/R_0$ を導入すると式(7)は式(9)のような無次元化式になる。

$$\frac{2\alpha}{\beta^2} - \frac{\beta}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta} - \frac{S}{4} + \alpha(N_b - E \sin \omega t) = 0 \quad \cdots \cdots (9)$$

ここで、 S , N_b , E は式(10)のような無次元数である。

$$S = \frac{2\mu_0 M^2 R_0}{\sigma}, \quad N_b = \frac{\rho g R_0^2}{\sigma}, \quad E = \frac{\rho \omega^2 z_0 R_0^2}{\sigma} \quad \cdots \cdots (10)$$

$\alpha\beta^2 = 1$, $\alpha > 0$ および $\beta > 0$ であり、 $\alpha = \xi^2$ とおくと、式(9)から式(11)が得られる。

図2 液滴形状振動 (E による変化)

$$2\xi^9 + \xi^7(N_B - E \sin \omega t) - \xi^6 - \frac{S}{4}\xi^5 - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots(11)$$

式(11)は液滴の形状を記述する式であり、 N_B , E , S を与えることによって ξ を求めることができる。式(11)によって計算した液滴形状振動の例を図2, 3および図4に示す。これらの図は ξ の1周期の変化を示している。図2から振動レベルの効果が明らかである。すなわち、振動ポンド数 E の増加が ξ の変動を大きくしていることがわかる。図3は重力の効果を示しており、ポンド数 N_B の増加は液滴の振動振幅を抑えるように作用する。また、図4は磁化の効果を示しており、磁気ポンド数 S の変化は ξ の変動に大きな影響を及ぼさないことがわかる。以上からわかるように液滴の挙動はこれら三つの無次元数によって支配される。

3. 実験装置および方法

磁場の作用下に置かれた振動平板上の磁性流体液滴の動的挙動を調べる実験装置の概略を図5に示す。加振機は動電形であり、振動数および振動振幅を任意に

変えて運転できるようになっている(最大振動数3600 Hz, 最大振幅25 mm)。磁性流体の液滴は、永久磁石(厚さ10 mmで直径70 mmの円板状磁石)の上方にアクリル樹脂の平板をセットし、その平板上に所定の量だけ高精度マイクロピペットを使用して静かに滴下した。磁場の強さは磁石上に置くアクリル平板の厚さを適当に選択することによって変化させた。実験は振動台に据え付けられた液滴-平板-磁石系を加振振幅(あるいは加振加速度)を一定に保ちながら重力の方向(鉛直方向)に加振することによって行った。加振中における振動要素は加速度変換器とチャージ振動計によってモニタした。加振中の磁性液滴の挙動は高速度カメラによって記録し、それをフィルムモーションアナライザによって解析した。本実験において使用した試料磁性流体はケロシンベースのフェリコロイド HC-50 を蒸発によって多少高めの濃度に調整したものを使用した(重量濃度 $C=56$ wt%)。また、使用した永久磁石の磁束密度分布を図6に示す。実験は19~21°Cの常温で行った。

図3 液滴形状振動 (N_B による変化)

図4 液滴形状振動 (S による変化)

図5 実験装置の概略図

図6 使用磁石上方における磁束密度分布

4. 実験結果および考察

4.1 振動のない場合における液滴の挙動 アクリル平板上に置かれた磁性液滴が周りを非磁性の液体で取り囲まれ、外部から一様な磁場の作用を受ける場合の液滴の挙動については、すでに著者らにより報告されている⁽¹²⁾。すなわち、磁性液滴は外部印加磁場の強さに応じて磁場の方向に伸長する。本実験において磁性液滴の周囲流体は空気であり、表面張力は先のグリセリン水溶液や水などを使用した実験における界面張力と比較して1けたオーダが大きいため伸長の程度は小さいことが予想された（表面張力の増加は伸長を抑制するように作用する）。そのため、本実験設定における液滴の挙動は加振がない場合の基礎データとして重要である。

そこで、始めに空気中におけるアクリル平板上の磁性液滴の磁場による伸長実験を行った。実験は磁石を微動台に据え付け、液滴を載せた平板上面との距離を緩やかに変化させた場合の液滴伸長量をオートカセットメータによって測定することによって行った。図7がその結果の一例を示している。図7の横軸は平板上面における磁束密度の値であり、縦軸は液滴の高さを示している。図7から、平板上に液滴を置き徐々に磁場の強さを増してゆく場合、ある磁場の強さで急激に磁性流体の界面が変形上昇していることがわかる。さら

なる B_0 の増加は液滴の伸長を増し、また、 B_0 を減少させると伸長も減少するが、 B_0 の増減は液滴の伸長にヒステリシスをもたらす。しかし、一般に変形の発生する臨界磁束密度の近傍を除けば、ヒステリシスによる a の値の差は小さい。図8に液滴体積 V_d がさらに大きい場合の例を示す。 V_d が大きい場合に、磁場が作用しなければ磁性流体の液滴は重力の作用によって比較的広い範囲に広がってしまう。その状態に磁場を作用させると、ある種の波長をもつ界面不安定性が発生し⁽¹³⁾、単一スパイクを形成することができない。そこで、平板上に磁性流体を滴下する場合に比較的弱い磁場を印加させておいて単一スパイクを形成せしめた。その場合における磁場による液滴伸長を示したものが図8である。そのため、図8における液滴伸長は有限の磁場の強さから始まっている。このようにして、液滴体積 V_d と液滴高さ a との関係を調べ、その結果を図9に示す。図9から V_d が一定の場合には B_0 の大きいものほど a が大きいこと、および B_0 が一定の場合には V_d の大きいものほど a の大きくなることが明らかである。このような液滴伸長現象は磁場の強さ（すなわち磁性流体の磁化の強さ）と重力の効果との競合によって支配される⁽⁷⁾⁽¹²⁾。

4.2 振動場における液滴の挙動 非磁性平板上に置かれた磁性流体の液滴に一定強さの磁場を作用させ、その状態に振動場を作用させたときの液滴の挙動

図7 磁場による平板上液滴の伸長 ($V_d = 0.05 \text{ cm}^3$)

図8 磁場による平板上液滴の伸長 ($V_d = 0.07 \text{ cm}^3$)

図9 磁性流体液滴の体積 V_d と液滴高さ a との関係

図10 単一磁性流体スパイクの挙動を示す写真

を調べる。磁性流体の液滴は一定磁場の強さのもとで伸長して単一スパイクとなっている。この単一磁性流体スパイクの振動場における挙動を示すムービー写真の一例を図10に示す。図10における写真フレーム時間間隔 δ は6.8 msである。図10から、単一スパイクは時間とともに伸びたり縮んだりしていることが理解できる。このスパイク高さを時間に対してプロットしたものが図11に示してある。図11から液滴は形状振動していることがわかる。このようなスパイク振動は鉛直方向の振動による見掛け上の重力変化に由来するものといえる。図12に加振振動数 $f_0=20$ Hzの場合の写真を示し、さらに図13に加振振動数 f_0 を変化させた場合の磁性液滴振動の数例を示す。これらの図からスパイク振動は f_0 が異なった場合でも f_0 に一致する

図11 単一磁性流体スパイクの振動場における挙動

図12 単一磁性流体スパイクの挙動を示す写真

図13 f_0 の変化による磁性流体スパイクの挙動

調和振動であることがわかる。また、磁性流体スパイクの振動の振幅は、加振振動の無次元加速度 G_0 が同一であっても、 f_0 が異なれば違った値をもつことも図13から明らかである。このスパイク振動の無次元全振幅の G_0 による変化を図14に示す。この図14から G_0

図14 無次元全振幅の G_0 による変化

(a) $f_0=20$ Hzの場合

(b) $f_0=40$ Hzの場合

図15 接触角 θ の振動

図 17 液滴振動における理論と実験の比較例

の増加とともに全振幅 $(a_{\max} - a_{\min})/R_0$ の増加することがわかる。

さらに、磁性液滴の形状振動を通して、固体壁と気液界面の接触角 θ も変化することが観察された。そのような θ の振動の例を図 15 に示す。図 15 から θ の振動も調和振動であることが明らかである。接触角 θ は液滴が伸長した場合に小さな値をとり、また液滴が短縮した場合に大きな値を示す。このことおよび写真観察から液滴は、液滴の平板と接触している面積を変化させずに形状変化を繰り返していることが理解できる。図 16 は、液滴変動の 1 周期において、ほぼ平均高さ付近における液滴外形をトレースしたもので、図 16(a) は液滴が上昇途中にある場合、図 16(b) は液滴高さが下降途中にある場合を示している。また、図 16 中の矢印はフィルムモーションアナライザによって得られた流体の流動方向を示している。この図 16 から、液滴の高さが $a/2$ 付近における界面形状は液滴側から見て伸長時には凸形状、短縮時には凹形状となっていることがわかる。これは液滴内部の上昇および下降の流体流動を反映したものである。

図 17 に磁性液滴の形状振動の 1 周期について前述の式 (11) から計算した理論値と実験値を比較した一例を示す。図 17 から定性的には一致しているが、厳密な

値としては一致しないことがわかる。このような定量的不一致は液滴の形状を半回転だ円体と仮定したためなどによるものと思われる。しかし、定性的には式 (11) による理論結果が液滴の伸縮挙動を良く説明する。すなわち、液滴形状は振動ボンド数 E 、磁気ボンド数 S およびボンド数 N_B に依存する。特に、 E は振動の振幅に強く影響を及ぼし、 S および N_B は振動がない場合の液滴の初期形状を決定する。

5. 結 言

非磁性の平板上に置かれた磁性流体液滴に一定磁場を作用させ、さらに、その平板を重力の方向に正弦波的に振動させた場合について、液滴の動的挙動を理論的および実験的に究明した。得たる結果を要約すると次のようになる。

(1) 磁場の印加によって平板上の磁性液滴は磁場の方向に伸長し（液滴形状は磁気ボンド数 S およびボンド数 N_B に依存）、平板の振動によって液滴は伸長および短縮を繰り返す。

(2) 液滴形状の振動は調和振動であり、その振幅は加振レベルの増加とともに増大する（液滴の振動振幅は振動ボンド数 E に依存）。

(3) 固体平板と磁性液滴の気液界面の接触角も調和振動を示し、その値は液滴短縮時に大きく、液滴伸長時に小さい。

(4) 液滴変動周期のほぼ平均高さ付近において外形状を比較した場合、液滴伸長過程と液滴縮小過程の違いによって液滴の界面形状は異なる。

文 献

- (1) 神山・下飯坂, 機誌, 88-799(1985), 596.
- (2) Rosensweig, R. E., *Ferrohydrodynamics*, (1985), 1, Cambridge University Press.
- (3) Arkhipenko, V. I., ほか 2 名, *Magn. Gidrodin.*, No. 3 (1980), 3.
- (4) Berkovsky, B. and Bashtovoi, V. G., *IEEE Trans. Magn.*, MAG-16(1980), 288.
- (5) Berkovsky, B., ほか 3 名, *J. Magn. Magn. Mater.*, 65 (1987), 239.
- (6) Brancher, J. P. and Zouaoui, D., *J. Magn. Magn. Mater.*, 65(1987), 311.
- (7) Boshtovoi, V. G., ほか 2 名, *Magn. Gidrodin.*, No. 2 (1990), 20.
- (8) Abramson, H. N., *Appl. Mech. Rev.*, 16(1963), 501.
- (9) Zelazo, R. E. and Melcher, J. R., *J. Fluid Mech.*, 39 (1969), 1.
- (10) 須藤・ほか 3 名, 機論, 53-495, B(1987), 3242.
- (11) 木倉・ほか 2 名, 機論, 57-537, B(1991), 1629.
- (12) 須藤・ほか 2 名, 速研報告, 60-486(1988), 67.
- (13) Cowley, M. D. and Rosensweig, R. E., *J. Fluid Mech.*, 30 (1967), 671.