円柱まわりのキャビテーション流れの非定常特性*
(表面粗度の影響)加賀 拓也*¹, 太田 照和*²Effects of Surface Roughness on Unsteady Characteristics
of Cavity Flow around a Circular Cylinder

Takuya KAGA and Terukazu OTA

Effects of surface roughness on the unsteady cavitating flow around a two-dimensional circular cylinder were experimentally considered. Detailed results are presented at Reynolds numbers from 1.36×10^5 to 1.78×10^5 . Two patterns of surface roughness were investigated. One was the double-cut and another the single-cut pattern. For some roughness parameters tested, the length of the cavity exhibits an extreme decrease. In the particular case of the double-cut pattern, it is found that there exists the minimum cavity behind the circular cylinder.

Key Words: Cavitation, Unsteady Flow, Flow-Induced Vibration, Separation, Surface Roughness, Circular Cylinder, Time Series Analysis, Boundary Layer, Fluid Force

1. 緒 言

液流中に設置される構造物として、円柱は加工・強度その他多くの面で工業的用途に適合するため、熱交換器、橋りょう、海洋構造物、流体機械の各要素などに広く用いられている。また最近の流体機械の高性能化および制御の精密化は、流体中にある円柱の非定常流特性についてさらに詳細な説明を求めている。このような背景の下に、円柱まわりのキャビテーション流れの非定常特性に関しては多くの研究者によって種々の面から取り上げられてきており^{(1)~(10)}、説明は進みつつあるがいまだ不明の点も多い。

著者らは既報⁽¹¹⁾において、円柱表面にトリッピングワイヤ（以下 T. W. と略記する）を取付けて境界層内の流れを変化させ、キャビテーション特性の制御を試み、その影響は著しく大きいことを明らかにした。本研究では実用的に重要な粗面円柱を考える。すなわち、流体機械の使用条件は一般に複雑であり、作動流体も種々の不純物を含むことが多い。これによりスケール付着やさび発生状態のまま使用される場合が多

く、これに伴い流動特性が変化して⁽¹²⁾⁽¹³⁾種々の問題が発生する。T. W. の場合、物体表面での流れのじょう乱は主としてワイヤの取付箇所近傍のみであるのに対し、粗面の場合はじょう乱作用が表面に沿って連続的に行われ、キャビテーション流れ特性に差異が生ずるものと考えられる。このような状況のもとでは、粗面円柱まわりのキャビテーション特性に関する幅広い基礎資料の蓄積が急務と考えられる。以上の観点から本研究では、円柱まわりのキャビテーション流れの非定常特性に与える表面粗度の影響を、流体力や高速度連続写真による空洞形状の相関などから実験的に究明した。

2. 主 な 記 号

C_D : 抗力係数 = 抗力/ $[(1/2)\rho V^2 d]$

C_L : 揚力係数 = 揚力/ $[(1/2)\rho V^2 d]$

$C_{0,x,y}$: X と Y のコヒーレンス

d : 供試円柱直径

d^* : 粗さに内接する円柱直径

E_x : X のパワースペクトル

f : 周波数

k : 表面粗さの等価円柱直径(平目)、等価球直径(あや目)

* 原稿受付 平成3年8月8日。

¹ 正員, 八戸工業大学工学部 (〒031 八戸市大字妙字大開 88-1)。

² 正員, 東北大学工学部 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。

- l : 円柱後方岐点からの空洞長さ
 P^* : 円柱表面溝のピッチ
 Re : レイノルズ数 $= Vd/\nu$
 R_L, R_D : 揚力, 抗力の自己相関係数
 St : ストローハル数 $= fd/V$
 V, P_∞ : 主流の速度, 圧力
 $\bar{x}, \Delta X$: 時間平均値, 変動値
 θ° : 円柱前方岐点からの円周方向角度
 ν, ρ : 水の動粘度, 密度
 σ_v : 水の蒸気圧によるキャビテーション係数
 $= (P_\infty - P_v) / [(1/2)\rho V^2]$

3. 実験装置および実験方法

3.1 実験装置 実験に使用した回流水槽および流体力計測機構は文献(11)と同一であるので省略するが、測定部は高さ 200 mm, 幅 41.3 mm, 長さ 800 mm である。供試円柱は、直径 $d=20$ mm の黄銅の表面に、JIS B0951 (ローレット目) の規定に従い溝を平目 (Single-cut) とあや目 (Double-cut) の 2 種類とし、表 1 に示すような幾何学的にほぼ相似な溝をローレット加工により刻み作製した。円柱表面の粗度は平目については突起部断面積に等しい二次元的な等価円直径、あや目についてはピラミッド形突起部の体積に等しい球直径 k と突起部との内接円直径 d^* の比: k/d^* で表した。すなわちピッチの大小が粗度のそれに対応し、図 1 に溝の詳細を示す。

3.2 実験方法 実験は滑面および 5 種類の粗面円柱に対しおのおの 4 種類のレイノルズ数について行

表 1 供試円柱の粗面形状の種類と粗度範囲

Roughness					
Double-cut			Single-cut		
Pitch: P^*	Depth: h/d^*	Dia: k/d^*	Pitch: P^*	Depth: h/d^*	Dia: k/d^*
0.4 (mm)	7.58×10^{-3}	1.17×10^{-2}	0.6 (mm)	9.07×10^{-3}	1.31×10^{-2}
0.6 (mm)	1.12×10^{-2}	1.76×10^{-2}	1.2 (mm)	1.52×10^{-2}	2.40×10^{-2}
1.1 (mm)	1.75×10^{-2}	3.13×10^{-2}

図 1 粗面形状

った。以後おのおの場合を、表 2 に示すように $Re, 1 \sim Re, 4$ と呼ぶ。いずれにおいてもキャビテーションが発生しているが、 $Re, 1$ は安定したキャビテーションが見られる初期の段階であり、以下 $Re, 2, Re, 3$ と発達し、 $Re, 4$ ではスーパーキャビテーションになる。以上の各状態において空洞形状の観測、揚力、抗力の測定および 16 mm 高速度カメラによる空洞形状の同期撮影 (1500 こま/s) を行った。空洞後端は既報⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹⁵⁾と同様に、空洞後端厚みが空洞最大厚みの 1/2 になる点とし、円柱後端からの距離を空洞長さとした。データサンプリング時間は 0.34~0.68 s であり、標本数 $2^8 \sim 2^9$ について統計的に処理した。

表 2 実験条件

Symbol	Re	σ_v	V (m/s)
Re, 1	1.36×10^5	2.02	8.81
Re, 2	1.51×10^5	1.43	9.78
Re, 3	1.65×10^5	1.03	10.66
Re, 4	1.78×10^5	0.74	11.47

図 2 空洞長さの表面粗度による変化

4. 実験結果および考察

4.1 空洞長さおよびストローハル数 図2(a), (b)には円柱表面溝のピッチ P^* による空洞長さの変化をその変動範囲とともに示す。なお比較のため T. W. の代表例を示す。図2(a)においてはあや目、平目ともに $Re, 1 \sim Re, 3$ では粗度の増大により空洞長さは全般的にやや増加の傾向を示すが、 $Re, 4$ では急増し、あや目の $P^*=0.6 \text{ mm}$ (ピッチの単位はすべて mm であり、以下単位は省略する) では増加後いったん減少して再度増加する。この急増の傾向は表面粗度による気泡発生頻度増大のためと推測され、粗度の効果はスーパーキャビテーションの場合のほうが極めて大きい。これは空洞はく離点が上流岐点側で境界層の薄い箇所へ移動するため、粗度の影響が相対的に大きくなることによる。

$Re, 1$ の場合、 $P^*=0.4, 0.6$ のあや目および平目は他の場合とは異なり、空洞先端が円柱背面から離れた空洞となる。その結果を図2(b)に示す。 $P^*=1.2$ の平目では先端と後端の値が極めて接近しており、また $P^*=0.6$ のあや目でもそれらは比較的接近し、スポット状空洞であることを示している。

このように $P^*=0.4, 0.6$ のあや目および平目の場合は先端が円柱背面から常に離れたスポット状の空洞を形成するが、一般に空洞形成の初期過程には小さな円形状の空洞が見られる場合が多い。たとえば円柱背面上側からの空洞が十分発達したとき、その下側には次の空洞の核となる渦の圧力低下による小さな円形状の空洞が発生する。図3にはこのような初生空洞位置の時間平均値の粗度による変化を示す。初生位置は滑面の場合が円柱背面に最も近く、平目の $P^*=1.2$ が最も遠い。これらの間に中間の粗度の結果が存在するが、後述の流れ写真にも示されるとおり、短小な空洞ほど円柱背面下流側に位置する。

図3 空洞の初生位置 ($Re, 1$)

あや目では $P^*=0.4, 0.6$ が最も円柱から遠く、さらに粗度が増し $P^*=1.1$ になると、それまでの距離の約 $1/2$ 程度円柱背面に接近する。同じ $P^*=0.6$ で比較すると、あや目のほうが平目よりはるかに下流に発生する。これから表面粗さの形状の影響が大きいことがわかるが、円柱背面部ないしその近傍の圧力が高い程初生位置は下流側に移動すると推察される。また主流に直角方向の位置はいずれも大きな変化はなく、ほぼ円柱の上下表面の高さにある。

図4には高速度連続写真により求めたストローハル数の粗度による変化をその変動範囲とともに示す。あや目の $Re, 1$ では粗面になると St は大きくなり、 $P^*=0.6$ 付近で減少しほぼ一定となるが、この減少は $Re, 2$ でも生じている。この減少の理由は、粗度の増大により乱流境界層への移行が早まり、境界層がより厚くなって粗度による渦度発生効果が相対的に減少し、渦の放出頻度が減少して St が低下すると考えている。なお、 $Re, 2$ の $P^*=1.1$ で St が急増しているが、この場合、後述の高速度連続写真によれば空洞のはく離角が大きく長さが短くなり、これが空洞後端分裂頻度の増大につながると推察している。 $Re, 3$ では空洞長さがより伸長するため、 St は大幅に減少して緩やかな山形を示す。

なお、Achenbach らによる気流中での結果⁽⁴⁾を図4中に参考値として示す。この場合粗さの形状は多少異なるが、本実験のあや目模様にはほぼ相当し、 $Re, 1$ に対する結果である。気流中では一定の粗度に達すると St はあまり変化せず、粗度の影響は境界層はく離点の移動として現れるのに対し、水流中ではそれに空洞現象も付加されるため、その変化は多様となる。

4.2 表面粗度の空洞発生に及ぼす影響 まず $Re, 1$ で空洞形状が周期的に変化する流れの様相につ

図4 ストローハル数の表面粗度による変化 (記号は図2と同じ。+ Achenbach ら)

いて、高速度連続写真によりその特徴を記述する。

4・2・1 滑面円柱の場合 図5(a)には滑面円柱まわりの流れの様相を示す。写真では円柱背面の空洞は希薄で明りようでないが、空洞は円柱背面に付着し空洞はく離角はほぼ $\pm 90^\circ$ である。また空洞後端の分裂によっても空洞形状はあまり変化せず、空洞の白色度が強くほぼ均一である。

4・2・2 粗面円柱の場合

(1) 流れ模様に及ぼす表面溝ピッチの影響

(i) あや目模様の場合 円柱表面があや目模様でピッチ $P^*=0.4$ の場合を図5(b)に示す。なお、図5(b)~(d)で円柱背面が白色に写っているのは投光の反射による円柱本体である。

空洞は円柱表面の上下から交互に放出される一組の渦により形成されるため、ほとんど円柱背面に付着しない。滑面の場合のように円柱背面に空洞が付着しなくなるのは、円柱表面の境界層が粗面により層流から乱流に早期に移行して境界層が厚くなり、円柱表面圧力が上昇するためと考えている。同様に $P^*=0.6$ の場合を図5(c)に示す。渦により形成される空洞はいちだんと小さくなってほぼ点状を呈し、ここには示さないが、ほとんど消滅しかける時間帯も出現する。このように空洞が小さくなる理由は、前述の $P^*=0.4$ の場合よりも円柱表面の乱流境界層の厚みが増加し、円柱表面から放出される渦の強さがより弱くなるためと考える。また $P^*=0.6$ の場合、渦中心の低圧部に発生する空洞は、円柱背面下流で極めて小さなスポット状の

空洞として発生し、その形状を保った後、急激に成長して一定の形状を保ち再び急激に消滅するが、おのこの状態の時間間隔は同程度でほぼ1.8 msである。次に $P^*=1.1$ の場合を図5(d)に示す。渦により形成される空洞は大きくなって円柱背面のほとんどを占め、空洞は円柱背面に極めて接近しほぼ付着状態となる。円柱片側からの渦による空洞は、その成長により既存の空洞とほぼ合体するように見えるが、互いに逆向きの回転のため既存の空洞は分離して、新しく形成された空洞の下流にその大きさをほぼ保持したまま流出する。このことから粗度の大きな粗面により形成される空洞は大きくなり滑面円柱の場合と類似するが、滑面の場合に比較し空洞のはく離角が極めて大きいことが相違点である。

(ii) 平目模様の場合 $P^*=0.6$ の場合を図6(a)に示す。渦による空洞は円柱背面のわずかに下流に上下交互に発生し、成長して互いに合体するが、空洞はく離角は滑面円柱の場合よりもはるかに大きい。次に $P^*=1.2$ の場合を図6(b)に示す。空洞は円柱背面の下流、直径程度の箇所に上下交互にスポット状に形成される。また写真は掲載しないが、空洞が約3~25 ms間、消滅する時間帯が不規則的に出現する。

なお、 $P^*=0.6$ の場合、発生頻度は数%と極めて低い図7に示すように、円柱表面からも空洞が発生する場合がある。このような状態では空洞はく離点近傍の円柱表面圧力が低下するため、空洞がその表面から発生するものと推察される。

(2) 流れ模様に及ぼす粗さ形状の影響 次に前述の流れの様相から、あや目と平目についてピッチのほぼ等しい場合を比較する。

図5 流れ模様の時間変化 (Re, 1)

図6 流れ模様の時間変化 (Re, 1)

図7 流れの様相 (Re, 1)

(i) $P^*=0.6$ の場合 平目では円柱背面に形成される空洞がより大きくかつ円柱背面にほぼ付着し、円柱上下から交互に発生して合体するのに対し、あや目の場合は、渦により形成される空洞は円柱背面下流で極めて小さなスポット状に発生し、空洞形態には大きな差異がある。すなわちこの程度の粗度の段階では平目模様の下で成長する乱流境界層のほうがより薄く、円柱背面の圧力も低いことを示唆している。

(ii) $P^*=1.1$ (あや目), 1.2 (平目) の場合 ピッチは厳密には一致しないがほぼ同程度であり以下に比較する。空洞発生の様相は前記(i)の場合とちょうど逆になり、平目ではスポット状の空洞に、あや目では鮮明で大きな空洞になる。この逆になる理由としては、平目では主流と直角方向の深い溝により円柱表面の乱流境界層が厚くなって渦度が小となり、円柱背面近傍の圧力上昇により空洞が小さくなることがあげられる。このことは円柱背面近傍に発生するスポット状の空洞位置がより下流側に移動することから推察される。また、あや目では図1(a)に示した主流方向と 46° をなす突起間の溝が深まるため、円柱表面上の流れの三次元性がより強まり、乱流境界層が平目の場合ほど厚くならず、個々の突起による局所的低下化と円柱背面近傍の低下化により大きな空洞が形成される。

次に粗面円柱と T. W. 付滑面円柱⁽¹¹⁾ の流れの相違をあや目の場合について述べる。空洞が縮小化する取付角 $\alpha=25^\circ$ の流れは粗面流れの $P^*=0.4$ の場合と類似するが、T. W. のほうでは空洞が円柱表面に付着する。また $\alpha=35^\circ$ では空洞発生が最も抑制され消滅するが、粗面流れの $P^*=0.6$ でも同様に抑制はされるが、渦により発生する空洞が残る。 $\alpha=55^\circ$ では滑面状

態よりはるかに大きな空洞となるが、最も粗い $P^*=1.1$ では、ほぼ滑面状態の空洞の大きさになり、両者とも定性的には同一傾向を示す。

図8~10には、あや目の場合で $Re, 2 \sim Re, 4$ の流れ模様の一周期にわたる時間変化を示す。写真番号はこま番号を示し、こま間隔は 0.67 ms である。 $Re, 2$ の粗面では滑面の場合と比較し主流と垂直方向の空洞幅が全般的に狭くなり、空洞はく離角が大きくなる傾向がある。これは粗面による境界層の乱流促進により圧力が高くなり、気泡発生頻度が小さくなるためと推察される。 $Re, 3$ ではその傾向がさらに助長される。 $Re, 4$ では粗面により空洞が著しく伸長し、 $P^*=1.1$ では円柱背面近傍が透明空洞となつて、空洞化が極めて激しくなることを示している。

4.3 時系列 図11には既述した図5の流れ模様に対応する時系列の一例を $Re, 1$ の場合について示

図8 流れ模様の時間変化 ($Re, 2$)

図9 流れ模様の時間変化 ($Re, 3$)

図10 流れ模様の時間変化 ($Re, 4$)

す。縦軸は算術平均値に対する変動値の割合(%)であるが、揚力係数についてはその二乗平均値に対する変動値を示してあり、一点鎖線は時間平均値を表す。また図 11 中の番号は図 5 の写真番号と対応している。

あや目では円柱表面が粗面になると揚、抗力係数の

図 11 空洞長さ、揚力、抗力係数の時系列 (Re, 1)

(a) Single-cut, $P^*=0.6$

(b) Single-cut, $P^*=1.2$

図 12 空洞長さ、揚力、抗力係数の時系列 (Re, 1)

図 13 揚力、抗力係数の自己相関係数および相互相関係数 (Re, 1)

変動周波数がやや高くなり、 $P^*=0.6$ 以外の揚力係数の変動振幅が増大する。周波数が高くなるのは空洞短小化のためであり、振幅が増大するのは滑面では空洞はく離角が小さく円柱背面のほとんどが空洞に覆われるため円柱上下の圧力差が減少するのに対し、粗面では円柱まわりに付着する空洞部分が減少し、片側から発生する空洞の影響が大きくなって円柱上下の圧力差が増大するためと推察される。 $P^*=0.6$ では逆に揚、抗力の変動振幅が減少するが、これは発生する空洞位置が円柱から下流にいちだんと後退する結果、空洞の影響が小さくなるためである。

次に図6の流れ模様に対応する平目の場合を図12に示す。粗面になると空洞の不安定さのため空洞長さの変動波形に不規則性が顕著に現れる。また揚力係数の変動もあや目の場合の流れ模様に対応した変化を示し、 $P^*=1.2$ のスポット状空洞流れの場合、滑面流れと比較し変動振幅が小さくなる。

4.4 相関関係 図13に滑面およびあや目の場合の揚力、抗力係数変動の自己相関係数および抗力に対する揚力の相互相関係数の一例を示す。自己相関係数については、滑面から粗面 $P^*=0.4$ になると揚・抗力係数とも周波数が若干高くなり、 $P^*=0.6$ では両者と

もに減衰が早く、波形も乱れて周期性はやや弱くなり、 $P^*=1.1$ では再び滑面の波形に近づく。相互相関係数については、滑面および $P^*=0.6$ では揚力の変動周波数で、 $P^*=0.4, 1.1$ では揚力、抗力両者の変動周波数で相互に強い相関を有している。

次に図14には揚力と抗力のコヒーレンスと位相の一例を示す。滑面では両者は203 Hzで強い関連度を示すが、あや目 $P^*=0.4$ では特定周波数での関連度はやや薄れ、 $P^*=1.1$ になると205 Hzで極めて関連度が強くなり、再び滑面と類似の関係に近づく。平目 $P^*=1.2$ では同程度の粗度のあや目 $P^*=1.1$ よりも、スポット状空洞となる流れ模様の類似したあや目 $P^*=$

図14 揚力、抗力係数のコヒーレンスと位相 (Re, 1)

図15 空洞長さ、揚力、抗力係数のパワースペクトル (Re, 1)

0.6の波形により近く、201 Hzで強い関連度を示す。

4・5 パワースペクトル 図15には空洞長さおよび揚力、抗力係数のパワースペクトルの一例を示す。空洞長さについて滑面では194 Hzに見られるピークが、あや目 $P^*=0.4$ では213 Hzと若干高くなり、さらにスポット状空洞流れが発生する $P^*=0.6$ では卓越したエネルギーを示す周波数が見られず、あや目で最も粗い $P^*=1.1$ ではピーク周波数が205 Hzとやや低下する。この場合空洞が比較的長いにもかかわらずピーク周波数が滑面程度まで低下しない理由は次のように考える。すなわち、滑面の場合と異なり空洞形成が $\pm 90^\circ$ よりも下流で始まり、この分だけ円柱背面近傍で空洞の存在し得る領域は減少するが、一方、空洞形成のための気泡発生は盛んになり、空洞から後流への気泡塊流出頻度が高まる。平目では $P^*=0.6$ で221 Hzと最も高くなるが、スポット状空洞流れが見られる $P^*=1.2$ ではピークを示す周波数がほぼ見られない。揚力係数についてはおのおののピークを示す周波数が滑面では95 Hz、あや目の場合、 $P^*=0.4$: 106 Hz, $P^*=0.6$: 96 Hz, $P^*=1.1$: 95 Hzのようにそれぞれ変化するが、そのエネルギーレベルは滑面が最も高く、あや目 $P^*=0.6$ の場合が最も低い。これは円柱背面上下から発生する渦によるスポット状の空洞が、その背面から比較的下流に形成されて背面に付着せず、また空洞も小さいので揚力の周期性が弱くなるためである。このことは空洞長さ、抗力についても同様で、平目 $P^*=1.2$ の場合も類似の特性を示す。また図は示さないがRe, 2の場合もピーク周波数の推移は粗面になると高くなる場合が多く、Re, 1と類似の傾向を有する。しかしRe, 3, Re, 4では逆に低下する場合が多くなる。またRe, 3では空洞後端の分裂のほかに空洞全体の伸縮の影響が空洞長さの変動に現れる。

5. 結 言

粗面円柱まわりのキャビテーション流れの非定常特性に及ぼす表面粗度および形状の影響を実験的に検討した。得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 気泡発生頻度はRe, 1の場合が最も粗面の影響を受け、滑面の場合に比較し、

(i) あや目模様の粗面では $P^*=0.4(k/d^*=1.17 \times 10^{-2})$, $0.6(k/d^*=1.76 \times 10^{-2})$ と粗くなるにしたがい空洞発生は抑制されるが、さらに $P^*=1.1(k/d^*=3.13 \times 10^{-2})$ と粗さが増すと逆に空洞の発生が促進され、

滑面の発生状態に近づく。

(ii) 平目模様の粗面では、 $P^*=0.6(k/d^*=1.31 \times 10^{-2})$ では空洞の発生が促進され滑面の状態に近づくが、 $P^*=1.2(k/d^*=2.40 \times 10^{-2})$ では最も抑制されてスポット状の空洞になる。

(iii) 粗度形状については、小さいピッチ $P^*=0.6$ ではあや目模様のほうが、大きいピッチ $P^*=1.1 \sim 1.2$ では平目模様のほうが、それぞれはるかに空洞発生が抑制される。

(2) 円柱背面から離れて発生するスポット状空洞の初生位置は、あや目では小さいピッチ $P^*=0.4, 0.6$ 、平目では大きいピッチ $P^*=1.2$ のほうが円柱背面から遠く、長い空洞が形成される滑面の場合が最も近い。

(3) 空洞は一般に粗度が増すと伸張り、スーパキャビテーションの場合、その影響が顕著である。

(4) 空洞長さ、揚、抗力係数のパワースペクトルにおける卓越周波数は滑面の場合に比べ、Re, 1, Re, 2では約10%程度高くなる場合が、Re, 3, Re, 4では逆に低下する場合が多い。

終わりに、本研究の実験とデータ整理には、八戸工業大学流体研当時卒研究生 李鳳森、田中覚、田端信明、阿部恵介、鈴木大、永井隆昭、二川修、山本長男、吉岡忠の諸君の、図面作成には寺井孝男技術員の、供試円柱の製作には仲道茂生技能員の助力がそれぞれあったことを記し、深く感謝の意を表す。

文 献

- (1) Shalnev, K. K., Zhestkov, A. A. and Frolov, A. P., *Proc. 3rd Conf. Fluid Mech. Fluid Mach.*, Budapest, (1969), 591.
- (2) Syamala Rao, B. C. and Chandrasekhara, D. V., *Trans. ASME, Ser. I*, 98-3(1976), 461.
- (3) 大場・安, 機論, 46-402, B(1980), 197.
- (4) 横溝, 機論, 49-444, B(1983), 1574.
- (5) 庵原, 機論, No. 847-1(1984), 135.
- (6) Franc, J. P. and Michel, J. M., *J. Fluid Mech.*, 154 (1984), 63.
- (7) 佐藤, 機論, 51-468, B(1985), 2707.
- (8) 加賀, 機論, 55-512, B(1989), 936.
- (9) 松平・伊藤・稲田, 機論, 56-524, B(1990), 904.
- (10) 加賀, 機論, 56-527, B(1990), 1867.
- (11) 加賀・太田, 機論, 56-530, B(1990), 2837.
- (12) Aiba, S., Ota, T. and Tsuchida, H., *Wärme Stoffübertrag.*, 17(1982), 59.
- (13) 安達・ほか4名, 機論, 55-517, B(1989), 2597.
- (14) Achenbach, E. and Heinecke, E., *J. Fluid Mech.*, 109 (1981), 239.
- (15) 加賀・太田・鎌田・小林, 機論, 57-541, B(1991), 2885.