フィン付き伝熱面を有する矩形領域内の非定常層流自然対流熱伝達*
(アスペクト比などの影響)笹口 健吾^{*1}, 武生 裕之^{*2}, 木村 浩幸^{*3}Laminar Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure with Fins
(Effects of Aspect Ratio and other Parameters on Unsteady Heat Transfer)

Kengo SASAGUCHI, Hiroyuki TAKEO and Hiroyuki KIMURA

The effects of aspect ratio, Prandtl number, and the thermal conductivities of fins on two-dimensional unsteady laminar natural convection in a rectangular cell surrounded by a vertical hot wall, a vertical insulated wall, and horizontal conducting fins have been studied numerically using the SIMPLER algorithm. For the aspect ratio ranging from 0.5 to 2.0, transient velocity and temperature distributions, and timewise variation of averaged Nusselt number on the hot wall have been compared with those for a cell with nonconducting fins. Further, effects of Prandtl number and the thermal conductivity of the fins on the temperature distributions have been examined.

Key Words: Heat Transfer, Unsteady Natural Convection, Heat Transfer Enhancement Numerical Analysis, Enclosure, Fin, Aspect Ratio, Prandtl Number

1. まえがき

矩形容器内の流体の非定常層流自然対流熱伝達に関しては、高温・低温の垂直側壁および二つの水平断熱壁を有する系[例えば文献(1)], 一つの低温側壁と二つの断熱壁からなる系⁽²⁾について既に報告されており、種々のパラメータが熱伝達に及ぼす影響が明らかとなっている。一方、太陽熱集熱器、二重窓などに応用が見られる水平断熱壁の代わりに熱伝導板を用いた場合の研究は最近いくらか行われている[例えば文献(3)]。

近年、高い蓄熱密度を有する潜熱蓄熱(あるいは冷熱蓄熱)の伝熱特性の向上のための熱伝導板(あるいはフィン)の利用に関する研究が活発に行われ、熱伝導板の有効性が示されている[例えば文献(4)]。例えば潜熱蓄熱器の凝固過程(出熱過程)においては、融点以上の相変変化材が凝固を開始するまでは、相変化を伴わない、通常の非定常自然対流問題となる。その他、

相変化を伴わない通常の蓄熱槽の伝熱現象を始め工業上および工學上重要と考えられるにもかかわらず、熱伝導板を有する矩形容器内の非定常自然対流現象に関しては、現在まで研究がなされていない。

そこで著者らは最近、SIMPLER法⁽⁵⁾を用い、熱伝導板(フィン)を有する系で最も基本的な要素と考えられる、一つの垂直高温壁、一つの垂直断熱壁、および二つの水平熱伝導板を有する矩形領域内の非定常自然対流現象の数値解析を行い、グラスホフ数の大小がフィンの効果に及ぼす影響を明らかにした⁽⁶⁾。

本報では、アスペクト比、プラントル数及びフィン特性値の影響を詳細に調べた結果について報告する。

主な記号

A_s : アスペクト比 $= L_x/L_y$

a : 温度伝導度

G_r : グラスホフ数 [式(6)参照]

g : 重力加速度

h : 局所熱伝達係数

L_x : 容器の高さ

L_y : 容器の幅

* 原稿受付 平成3年9月9日。

^{*1} 正員、熊本大学工学部 (〒860 熊本市黒髪 2-39-1)。

^{*2} 准員、(株)本田技術研究所 (〒321-33 栃木県芳賀郡芳賀町大字下高根沢 4630)。

^{*3} 西日本鉄道(株) (〒810 福岡市中央区渡辺通り 2-9-3)。

N_u : 局所ヌッセルト数
 Pr : プラントル数 $= \nu / \alpha$
 p : 圧力
 q : 局所熱流束
 T : 温度
 T_0 : 初期温度
 U : x 方向無次元速度 [式 (6) 参照]
 u : x 方向速度
 V : y 方向無次元速度 [式 (6) 参照]
 V_{max} : 最大無次元速度
 v : y 方向速度
 X : 無次元 x 方向距離 [式 (6) 参照]
 x : 座標軸 (図 1 参照)
 Y : 無次元 y 方向距離 [式 (6) 参照]
 y : 座標軸 (図 1 参照)
 $\bar{\quad}$: 平均量
 β : 体膨張係数
 δ : フィンの厚み
 ζ : 式 (6) 参照
 η : フィン特性値 [式 (6) 参照]
 θ : 無次元温度 [式 (6) 参照]
 $\Delta \theta$: 無次元等温線間隔
 λ : 熱伝導率
 ν : 動粘性係数
 ρ : 密度
 τ : 無次元時間 [式 (6) 参照]
添 字
 f : フィン
 $f1$: フィン-1
 $f2$: フィン-2
 H : 高温壁
 l : 流体
 x : x 方向
 y : y 方向

らの最近の研究 [文献 (6)] では、2枚のフィン (熱伝導板) の外側の全領域が断熱されている孤立した要素を考えたが、実用上はフィンの枚数は非常に多く、無限枚のフィンを仮定した系に現象が近いと判断して、本報では無限枚のフィンを考えた。

いま、図 1 に示した二枚のフィンで囲まれた $L_x \times L_y$ の要素において、座標は左上隅を原点とし、 x および y 軸の向きは図に示すように定義した。解くべき基礎方程式は以下に示すとおりである。

(1) 連続の式

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

(2) 運動量方程式

(i) x 方向

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} - A_s^3 G_r \theta_1 \quad (2)$$

(ii) y 方向

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \quad (3)$$

図 1 物理モデル

2. 解析方法

図 1 が解析を行った系の物理モデルで、系は垂直な高温壁 (時間 $t=0$ で温度 T_H に設定される) および断熱壁とそれらを結ぶ厚さ δ の水平な熱伝導性が良いフィン (以下、良伝導フィンと呼ぶ) あるいは比較のための熱伝導率が零のフィン (以下、零伝導フィンと呼ぶ) で構成される。簡単のため、フィンは垂直方向に無限枚付けられていると仮定すると、二枚のフィンに囲まれたいずれの要素領域においても現象は同じとなる。

同様な系に対してグラスホフ数の影響を調べた著者

表 1 境界条件

	U, V	θ	
		Conducting fins	Non-conducting fins
$x = 0$	0	θ_{f1}	$\frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0$
$x = 1$	0	θ_{f2}	$\frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0$
$y = 0$	0	1	1
$y = \frac{1}{A_s}$	0	$\frac{\partial \theta_1}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial \theta_1}{\partial y} = 0$

(3) 流体のエネルギー式

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta_1}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_1}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

(4) フィンのエネルギー式 (フィンの枚数が無限枚であることを考慮すると)

$$\eta \frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} = \zeta \left[\eta \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Y^2} + \left(\frac{\partial \theta_1}{\partial X} \right)_{X=0} - \left(\frac{\partial \theta_1}{\partial X} \right)_{X=1} \right] \quad (5)$$

以上の式中の無次元量は次のように定義した。

$$X = \frac{x}{L_x}, Y = \frac{y}{L_y}, U = \frac{L_x}{v_1} u, V = \frac{L_y}{v_1} v, P = \frac{P}{\rho_1 (v_1 / L_x)^2}$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_H - T_0}, \tau = \frac{v_1}{L_x^2} t, Gr = \frac{g \beta L_y^3 (T_H - T_0)}{v_1^2} \quad (6)$$

$$\eta = \frac{\lambda_f \delta}{\lambda_1 L_x}, Pr = \frac{v_1}{a_1}, \zeta = \frac{a_f}{v_1}, As = \frac{L_x}{L_y}$$

初期条件は

$$\tau = 0 : \theta = U = V = 0 \quad (\text{全領域}) \quad (7)$$

で、また境界条件は表1に示した通りで、表中 θ_{f1} および θ_{f2} はそれぞれフィン-1およびフィン-2の無次元温度で、式(5)のフィンに関するエネルギー式から求まる。以上の諸式を差分近似して^(5,6)数値的に解いた〔解析の際の細かい仮定や収束条件などについては文献(6)参照〕。

本報では、アスペクト比 As 、プラントル数 Pr 及びフィン特性値 η の影響を調べるため、計算に当たっては一つのパラメータを変化させ、他の無次元パラメータは次の値に固定した。

$$As = 1.0, Pr = 7.0, \eta = 1.77, Gr = 10^4, \zeta = 30.4 \quad (8)$$

3. 計算結果と考察

3.1 アスペクト比の影響

計算では $As = 0.5, 1.0$ 及び 2.0 と変化させたが、 $As = 1.0$ では $As = 0.5$ と $As = 2.0$ の場合の中間的性質を示したので、ここでは主に $As = 0.5$ と $As = 2.0$ の場合について詳細に述べる。

3.1.1 アスペクト比 $As = 2.0$ (縦長の領域) の場合

まず、図2にアスペクト比 $As = 2.0$ の場合の温度分布の時間変化を示す。図の右側の列に良伝導フィンを付けた場合 ($\eta = 1.77$: 黄銅製のフィンで、流体としては

水、 $\delta / L_x = 0.01$ とした場合に相当) を、左側の列は比較のための零伝導フィンの場合を示している。また図中の $\bar{\theta}$ は容器内の流体平均温度 (面積平均) で $\Delta \theta$ は等温線の間隔である。図2(a)の初期の $\tau = 0.01$ における零伝導フィンの場合 (左側の図) を見ると、既に自然対流の影響が現れ、上部フィン付近の温度分布が少し右方向にとつた形をしている。なお、同じ τ において、 $As = 1.0$ (正方形の領域) の場合では、等温線はほぼ高温壁に水平であり (図としては示していない)、 $As = 2.0$ が $As = 1.0$ の場合と比較して、自然対流が強いことが分かった。さて、図2(a)の右側の良伝導フィンの場合では、フィン中の熱移動が非常に速いため、フィンの温度上昇が速く、フィン近傍の流体の温度も既に増加している。特に上部フィン近傍では、上述の自然対流による温度上昇との相乗効果で、下部フィン近傍に比べ流体の温度上昇はかなり速くなっていることが分かる。時間がかなり経過した $\tau = 0.20$ の図2(b)となると、高温壁近傍で誘起される流れが非常に強くなるため、流体の温度上昇が大きく、特に良伝導フィンの場合顕著である。また、いずれの場合も流体の広い領域にわたって温度の成層化が進んでいることも分かる。なお、図2(b)の右側の良伝導フィンの場合、 $V_{max} = 19.7$ で、他のアスペクト比の場合と比べて、流速はかなり大きいことが分かった。

図3は $As = 2.0$ の場合の高温壁上の局所ヌセルト数 $(Nu)_w$ の時間変化を示したもので、図3(a)が零伝導フ

図2 温度分布の時間変化の比較

ィンの場合で、図3(b)が良伝導フィンの場合である。なお、高温壁上の局所熱流束 q_H および局所ヌッセルト数 $(N_u)_H$ をそれぞれ式(9)、(10)のように定義した。

$$q_H = h_1(T_H - T_o) = -\lambda_1(\partial T/\partial y)_{y=0} \quad (9)$$

$$(N_u)_H = h_1 L_x / \lambda_1 = -(\partial \theta / \partial y)_{y=0} \quad (10)$$

$(N_u)_H$ の値は、いずれの場合も、初期の時間では($\tau = 0.01$)全体的に大きく、時間の経過と共に急激に減少することが分かる。また、良伝導フィンの場合では、零伝導フィンの場合に比べ、フィン近傍での $(N_u)_H$ の減少が非常に大きい(特に初期の時間で)ことが分かる。従って、良伝導フィンをつけたために、高温面から流体への熱移動に限ってみると、その熱移動は減少したことになる。

図4はフィン表面の局所ヌッセルト数 $(N_u)_f$ 分布の時間変化を示したものである(熱流束の符号はフィンから考えている流体へ向かう方向を正とした)。なお、この場合は、フィン-1を例にとると、局所熱流束 q_f 及び $(N_u)_f$ をそれぞれ式(11)及び(12)のように定義した。

$$q_f = h_1(T_H - T_o) = -\lambda_1(\partial T/\partial x)_{x=0} \quad (11)$$

$$(N_u)_f = h_1 L_y / \lambda_1 = -(\partial \theta / \partial x)_{x=0} / A_s \quad (12)$$

図から、下部のフィンでは時間が経過しても、熱は常にフィンから流体へながれていることが分かる。一方、上部フィンでは、初期にはフィンから流体へ少しの熱移動があるが、時間がたつと、非常にわずかでは有るが、逆に流体からフィンの方へ熱が流れるようになるのが分かる[図2(b)の良伝導フィンの場合の上部フィン近傍の温度分布からも明らかである]。

次に、熱伝導板の効果を明確にするため、 $A_s=2.0$ の良伝導フィン及び零伝導フィンの各場合について、容器内の流体の無次元平均温度 $\bar{\theta}$ 、及び高温壁平均ヌッセルト数 $(\bar{N}_u)_H$ (フィンの根元部は含まない高温壁の高さで平均した)の時間変化を図5に示した。また、図には参考のため、伝導のみ(フィンは零伝導フィン)で熱移動が行われる場合(純伝導と呼ぶ)(τ)を破線、上下の良伝導板フィン表面上の平均ヌッセルト数の和 $(\bar{N}_u)_f$ (フィンの長さで平均した)を点線で同時に示した。

図から明らかなように、零伝導フィンの場合と純伝導の場合の差は、 $\bar{\theta}$ 及び $(\bar{N}_u)_H$ ともかなり大きく、自然対流の影響が大きいことが分かる。また、 $(\bar{N}_u)_H$ は、良

(a) With non-conducting fins

(b) With conducting fins

($A_s=2.0$, $Pr=7.0$, $\eta=1.77$, $Gr=10^4$)

図3 高温壁上の局所ヌッセルト数分布の比較

($A_s=2.0$, $Pr=7.0$, $\eta=1.77$, $Gr=10^4$)

図4 フィン表面の局所ヌッセルト数分布

($A_s=2.0$, $Pr=7.0$, $\eta=1.77$, $Gr=10^4$)

図5 平均流体温度及び平均ヌッセルト数の比較

伝導フィン及び零伝導フィンのいずれにおいても、最初急激に減少し、 $\tau=0.02$ 付近で少し増加（零伝導フィンの場合）、あるいはほとんど一定（良伝導フィンの場合）となった後、直線的に減少している。なお、図3で明らかになったように、良伝導フィン $(\bar{N}_u)_H$ の値は零伝導フィンのそれより小さくなっていることも分かる。一方、良伝導フィンからの熱移動を表す $(\bar{N}_u)_f$ がかなり大きく、結果的に、良伝導フィン付きの $\bar{\theta}$ は零伝導フィンの場合より大きくなることになる。しかし、 $A_s=2.0$ では、自然対流が強いため零伝導フィンの場合の $\bar{\theta}$ の値が元来大きいこともあり、良伝導フィンをつけることによる $\bar{\theta}$ の、零伝導フィンの場合からの、相対的な増加は小さいことが分かる。なお、良伝導フィンと零伝導フィンの場合の間に速度ベクトル分布及び流れ関数分布の差はほとんど見られなかった。

3.1.2 アスペクト比 $A_s=0.5$ （横長の領域）の場合

次に領域が横に長くなった $A_s=0.5$ の場合を図6に示す。いずれの場合も図2の $A_s=2.0$ の場合に比べて、流体の温度上昇が小さいことが分かる。これは式(2)の右辺第4項の浮力項から明らかなように、 A_s の減少で浮力

図6 温度分布の時間変化の比較

図7 平均流体温度及び平均ヌセルト数の比較

が小さくなったためである〔図2(b)の良伝導フィンの場合の最大無次元速度 $V_{max}=19.7$ に対して、図6(b)では $V_{max}=4.23$ であった〕。更に、領域が横長になったため、右側の断熱壁付近への高温流体の到着が遅れ、 $\bar{\theta}$ の値は図2の場合に比べかなり小さくなっていることが分かる。

図7は $A_s=0.5$ の場合の $(\bar{N}_u)_H$ 、 $(\bar{N}_u)_f$ 及び $\bar{\theta}$ の時間変化を示している。図から明らかなように、良伝導フィン及び零伝導フィンの場合のいずれの $(\bar{N}_u)_H$ とも時間と共に単調に減少し、純伝導の場合と非常に似た変化をしていることがわかる。これは前述のように、自然対流が弱いためで、従っていずれの $(\bar{N}_u)_H$ の値とも図5の $A_s=2.0$ の場合よりもかなり小さくなっている。また、図7の $A_s=0.5$ の場合では、良伝導フィンの $(\bar{N}_u)_H$ が純伝導のそれより小さい値を示している。これは、図6(b)の良伝導フィンの場合の温度分布から明かなように、高温面の上下のフィン根元付近の温度勾配がかなり小さくなり、高温面から流体への熱伝達が悪くなったためである。一方、図7の $(\bar{N}_u)_f$ は図5と同じ程度の大きさを保っており、従って、 $A_s=0.5$ ではフィンから流体への熱伝達がかなり重要な役割を果たしていることが分かる。

3.1.3 アスペクト比がフィンの効果に及ぼす影響

以上、アスペクト比が温度分布、平均ヌセルト数及び平均流体温度などの時間変化に及ぼす影響を明らかにしたが、フィンの効果をより明確に表すために、良伝導フィンと零伝導フィンの場合の流体平均温度 $\bar{\theta}$ の比 R の時間変化を図8に示す。横長の領域の $A_s=0.5$ の場合、 R は時間の増加と共に最初急激に増加し、その後徐々に増加し、 $\tau=0.20$ で $R=1.43$ 程度に達している。従って、この場合、良伝導フィン取り付けの効果はかなり大きいと言える。正方形領域の $A_s=1.0$ の場合、 R は $\tau=0.04$ 程度まで、 $A_s=0.5$ の場合とほとんど同じであるが、その後徐々に減少し、フィンの効果が小さくなることが分かる。更に縦長の領域の $A_s=2.0$ では、自然対流がかなり強いため零伝導フィンの場合でも高温面からの熱伝達が良く、 $\bar{\theta}$ の値が大きいため、良伝導フィンをつける効果は時間の増加と共にかなり小さくなることが分かる。

以上のように、 A_s が小さくなると（横長の領域になると）、自然対流が小さくなり、元来流体の温度上昇が遅いため、フィン取り付けの効果は相対的に大きくなるが、図8で示した R の値は、 A_s の減少と共に単調に増加するのではなく、 $A_s=0$ の場合（自然対流が全く生じない極限）のある有限値に漸近するものと思われる。

($Pr=7.0$, $\eta=1.77$, $G_r=10^4$)
図8 良伝導フィンの効果

(a) $\eta=1.77$, $Pr=7.0$

(b) $\eta=17.7$, $Pr=7.0$

(c) $\eta=1.77$, $Pr=50.0$

$\Delta\theta = 0.1$
($\tau=0.20$, $G_r=10^4$)

図9 プラントル数とフィン特性値の影響

3.2 プラントル数及びフィン特性値の影響 次に、プラントル数 Pr 及びフィン特性値 η の影響を調べるため、 $A_s=1.0$ の領域に対して、 $Pr=50.0$ （前節までの図はすべて $Pr=7.0$ の場合のものである）あるいは $\eta=17.7$ （前節までは $\eta=1.77$ ）に変化させて計算を行った。その温度分布の一例を図9に示す（ $\tau=0.20$ ）。図9(a)が基準として考えた $\eta=1.77$ 及び $Pr=7.0$ の場合（フィンは良伝導フィン）である。図9(b)は Pr を大きくした $Pr=50.0$ の場合で、図9(a)の $Pr=7.0$ の場合と比較して、高温流体のバルク流体への浸透がかなり遅くなっていることが分かる。これは、式(4)から明らかなように、 Pr が大きくなることにより、温度拡散が非常に小さくなったためである。また最大速度 V_{max} も8.12と図9(a)の12.9と比べて小さくなることが分かった。

図9(c)は η の値を図9(a)の場合より10倍大きくした $\eta=17.7$ の場合を示している。フィン特性が向上したために、流体の温度上昇は更に加速され、図9(a)での $\bar{\theta}=0.330$ に対し図9(c)では $\bar{\theta}=0.472$ に達しており、フィンの効果は更に大きくなっていることが分かる。なお、図9(c)と図9(a)における V_{max} はそれぞれ11.9及び12.9で大差は無かった。なお、以上の Pr 及び η の変化が流体の温度上昇に及ぼす傾向は、他の A_s に対しても同様なものとなると考えられる。

4. 結 論

垂直高温壁と垂直断熱壁および垂直方向に無限枚の水平フィンを有する系（現象の同一性より二つのフィンに囲まれた一つの要素領域を考えればよい）の要素領域内流体の非定常層流自然対流熱伝達の数値解析を行い、領域のアスペクト比、フィン特性値及び流体のプラントル数が温度分布、ヌッセルト数分布及び平均流体温度の時間変化に及ぼす影響を数値解析によって詳細に調べた。また同時に行った熱伝導性が零のフィンの場合の結果との比較を行うことにより、熱伝導性が大きいフィンを取り付けることによる効果を明らかにした。その結果を要約すると次の通りである。

(1) グラスホフ数 G_r を 10^4 に固定し、領域のアスペクト比を変化させると、 $A_s=0.5$ の場合（横長の領域）の流体の温度上昇は、自然対流が弱いため、良伝導フィンと零伝導フィンの場合の両者とも、縦長の領域の $A_s=2.0$ の場合に比べて非常に遅い。しかし、 $A_s=0.5$ の場合の良伝導フィンから流体への熱伝達自体は、 $A_s=2.0$ の場合と大差無いため、 $A_s=0.5$ の場合の良伝導フィンが流体の温度上昇に対する寄与はかなり大きい（図8）。

(2) 逆に、縦長の領域の $A_s=2.0$ では、自然対流がかなり強くなり、零伝導フィンの場合でさえも流体温度の増加は速く、良伝導フィン自体の効果は小さくなる。

(3) 良伝導フィンを取り付けると、一般に、高温壁のフィン根元付近で熱伝達が悪くなり、高温面の平均ヌッセルト数 $(\bar{Nu})_w$ は零伝導フィンの場合より小さくなる。特に、本研究の $A_s=0.5$ では良伝導フィンの場合 $(\bar{Nu})_w$ は純伝導の場合よりも小さくなった（図7）。しかし、いずれの A_s においても、上下の良伝導フィンから流体への熱伝達は、上述の高温面での熱伝達の低下より大きく、特に $A_s=0.5$ の場合顕著である。

(4) プラントル数 Pr を7.0から50.0に大きくすると流体の温度上昇がかなり遅れること、またフィン特性値 η 〔定義は式(6)参照〕を1.77から17.7にすると、フィ

ンから流体への熱伝達が良くなり、流体温度の上昇がかなり速くなることを明らかにした。

文 献

- (1) Patterson, J. and Imberger, J., J. Fluid Mech., 100, Part 1 (1980), 65.
 - (2) Nicolette, V. F., et al., Int. J. Heat Mass Transfer, 18-9 (1985), 1721.
 - (3) 笹口・ほか2名, 太陽エネルギー, 16-4 (1990), 25.
 - (4) 笹口・ほか2名, 機論, 52-473, B (1986), 167.
 - (5) Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, (1980), Hemisphere.
 - (6) 笹口・ほか2名, 機論, 57-535, B (1991), 1057.
 - (7) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., Conduction of Heat in Solid, 2nd edition, (1959), 97, Oxford Univ. Press.
-