平行2円柱の後流渦特性に関する研究*

(第1報, 直列形配置の場合)

近江 和生^{*1}, 今市 憲作^{*2}, 山本 富士夫^{*3}

Vortex Wake of Two Parallel Cylinders in Cross Flow

(1st Report, Tandem Arrangement)

Kazuo OHMI, Kensaku IMAICHI and Fujio YAMAMOTO

The vortex wake of two parallel circular cylinders in tandem arrangement is investigated by visualization experiments using a towing a water tank. The cylinder spacing parameter L/d (L being the distance between the two centers and d the cylinder diameter) is varied between 2 and 20 and the Reynolds number between 40 and 120. The flow visualization is realized by the use of fine particles in suspension and/or white dye concentration dissolved into water, producing, respectively, streamline and streakline profiles of the relevant flow. In general, the flow analysis is carried out from direct observation of the visualization images but, in some cases, is complemented by image processing results pertaining to estimated values of stream function, vorticity and wake frequency.

Key Words: Two Parallel Cylinders, Tandem Arrangement, Critical Spacing, Flow Visualization, Image Processing

1. 緒 言

複数の鈍頭物体まわりの流れを扱う研究は、歴史的には航空力学の分野から発達し、近年では機械や建築・土木の諸分野の実用的問題に関連して、数多くの実験的成果が発表されている。このうち平行な同径二円柱まわりの流れは、最も基本的な配置形として従来より研究例が多く、その重要な後流特性のいくつかが明らかにされている⁽¹⁾⁻⁽²⁾。一般に平行二円柱の配置は、両円柱軸を含む平面が主流に平行である場合を直列型、主流直角である場合を並列型、それ以外の場合を互い違い型と呼ぶが、本報では特に直列型の配置(図1)について、その流れ挙動を詳しく検討する。

直列型配置の二円柱に関して、従来より知られる最大の特徴は、円柱間隔比 L/d (L は両円柱の中心距離、 d は円柱直径)が3.5~4.0の臨界値を境として抵抗係数、ストローハル数等が不連続的に増大し、そ

れに伴い円柱間の流れパターンの大きな変化(上流円柱の後流が下流円柱の手前で渦巻き込みを形成開始)が見られることである。この臨界間隔比の大きさは、レイノルズ数 Re により増減し、たとえば石谷⁽³⁾は $Re = 8 \times 10^3$ で $L/d = 3.8$ を、五十嵐⁽⁴⁾は $Re = (1 \sim 5) \times 10^5$ で $L/d = 3.6 \sim 3.9$ を与えている。

また五十嵐⁽⁴⁾は、この臨界間隔比までの円柱間の流れ挙動を、上流円柱の剝離剪断層の観察ならびに両円柱の表面圧力波形から詳細に調べ、そのパターンを L/d および Re に従って分類している。そして特に臨界間隔付近では、上流円柱の剝離剪断層が円柱間で間欠的に巻き込みを生じるため、双安定領域になると報告している。一方、臨界間隔以上の流れ特性については、岡島・杉谷⁽⁵⁾の実験 [$Re = (0.16 \sim 2.36) \times 10^5$] で後流周波数や表面圧力分布が詳しく調べられている。そして特に周波数に関しては、二円柱背後の後流において上流側からの周期成分 ($S = 0.2$) のほかに、下流円柱の生成する周期渦によると考えられる成分 ($S = 0.12 \sim 0.18$) の存在が明らかにされている。

これに対し Thomas - Kraus⁽⁶⁾ や Zdravkovich⁽⁷⁾ は、主として臨界間隔以降における後流の全般的挙動

* 原稿受付 平成4年2月14日。

^{*1} 正員, 大阪産業大学工学部(〒574 大東市中垣内3-1-1)。

^{*2} 正員, (株)大阪補機製作所(〒553 大阪市福島区福島6-2-6)。

^{*3} 正員, 福井大学工学部(〒910 福井市文京3-9-1)。

を、低 Re 数での可視化実験により検討している。このうち前者 ($Re = 50 \sim 200$) では、 $L/d \geq 6.2$ の後流渦の挙動が着目され、①流出渦同志の融合による拡大渦列の形成、②異なる渦周波数の混合によるビート現象、③渦列の縮退または打消しという三通りの渦干渉パターンを観察している。そして特に③の現象は、円柱間隔が、単円柱後流での渦列半波長の奇数倍である場合に、最も顕著であると指摘している。また後者 ($Re = 62 \sim 500$) では、後流渦の乱流遷移の様子が観察され、円柱間隔の増大につれ、 $L/d = 4.0, 8.0$ を境として、遷移発生の実験 Re 数が単円柱の場合より大、同程度、小になると報告している。

以上のような研究成果にも拘らず、臨界間隔以上における二円柱後流の現象面での変化、後流周波数や圧力分布の変化との関連、 Re 数の異なる実験における観察事実の対応等について、その詳細は未だほとんど明らかにされていない。したがって本研究では、流れの現象理解を主目標として可視化の実験を行うが、そこで単に後流パターンの大局的観察を行うだけでなく、両円柱の近傍流れおよび下流域の明細な可視化により、広範囲の円柱間隔に対する後流渦の挙動を詳細に調べを試みる。また本研究独自の手法として、流れ可視化に画像処理を適用して、後流周波数の変化曲線や、速度分布・渦度分布を求め、その結果から後流挙動を検討することも試みる。

2. 実験方法

本研究の可視化実験で使用したえい航式水槽の概略を図 2 に示す。水槽本体は、長さ 2500 mm、幅、深さがそれぞれ 300 mm であり、両側面に沿って設置した平行レール上を、試験円柱を固定した滑走台車が水平移動する。円柱直径 d は 10 mm または 20 mm であり、レイノルズ数 $Re (= U d / \nu)$ は $40 \sim 120$ の範囲である。可視化のトレーサには、主として粒径 $10 \sim 30 \mu m$ のアルミ粉末、一部の実験でコンデンスミルクを用いた。前者は水中に混濁して流跡線を可視化するため、また後者は実験前に円柱表面に塗布して流脈線を観察するため使用する。流れ場の照明は平面光方式で行い、水槽側壁を通して円柱軸の垂直二等分面を光切断している。可視化流れの撮影はスチルカメラ (OM-1、50 mm 標準レンズ) で行うが、その固定位置は、状況に応じて滑走台車上 (以後円柱固定系と称する) あるいは水槽上方の静止台上 (流体固定系) とした。

図1 直列型配置の二円柱

図2 えい航式水槽

本実験で調べる円柱間隔比は $2.0 \leq L/d \leq 20.0$ の範囲であり、その変化ステップは $L/d \leq 10.0$ の場合 1.0 または 0.5、 $L/d > 10.0$ では $2.0 \sim 5.0$ とした。実験結果の検討では、後流挙動の詳細を種々の可視化から直接調べるとともに、流跡線の可視化について画像計測を行い、流れの定量結果を得ることを試みた。

後流ストローハル数 $S (= f d/U)$ はすべての実験結果について測定しており、後流渦中心の波長(主流方向間隔)および移動速度から周波数 f を求め、それを無次元化して決定した。なお渦中心の間隔や移動速度の計測はすべて、時間的に連続する三枚の可視化写真上で、下流円柱の後方 $10 d$ 付近を通過する三個の同一渦について行い、その平均を最終結果とした。

さらに少数の代表的可視化例については、流れの特徴を詳しく検討するため、今市・近江⁽⁸⁾ および 近江・今市⁽⁹⁾ の手法を用いて画像処理を行い、後流域全体の速度分布を定量化するとともに、数値計算の手法を導入して、流れ関数および渦度の分布を評価した。

なお、以上の画像計測法を単円柱の後流に適用して精度を検討したところ、 S 数については Gerrard⁽¹⁰⁾ の測定値に、渦度分布に関しては奥出・松井⁽¹¹⁾ の実験値に、それぞれよく一致することが確かめられた。

3. 実験結果

3.1 L/d による後流パターンの全般的変化

円柱間隔比 L/d を変化させて 後流渦パターンの全般的

な変化を調べた。そこで見られた代表的パターンを流跡線の可視化で示したものが図 3 であり、流線の形状を模式的にスケッチしたものが図 4 である。これらの図から明らかなように、本実験における直列型二円柱の後流パターンは、①両円柱間に渦の巻き込みが見られず、二円柱から単一物体的な渦流出が観察される状態 ($L/d \leq 4.0 \sim 5.0$)、②両円柱間に上流円柱からの周期渦流出が定常的に観察され、下流円柱の背後でも上流側からの波長・振幅・位相をほぼ継続する形で、規則的な交互渦列が流出する状態 ($4.0 \sim 5.0 \leq L/d \leq 8.0 \sim 10.0$)、③上流円柱の後流内で下流円柱が独自の周期渦流出を開始し、下流渦列の縮退・打消しや融合による再配列といった干渉効果が現れる状態 ($L/d \geq 8.0 \sim 10.0$) の 3 通りに基本分類される。

このうち③の領域では、 $L/d = 10 \sim 12$ 付近を境として干渉の様相がやや変化する。すなわちこの間隔比以下の場合には、下流円柱の背後で渦の縮退が著しく、場合によっては渦列形態の消滅の後、下流 $10 \sim 30 d$ 付近から、拡大スケールの渦列が再配列するのに対し、この間隔比以上では、ビート状の融合渦列形成が下流円柱のほぼ直後から観察されるという相違である。また前者の再配列による渦列は、その安定性が L/d や Re 数の大小にほとんど影響されないのに対し、後者の融合渦列は、その規則性や安定性がかなり変化するという相違も指摘される。

図 3 円柱間隔比 L/d に対する後流パターンの変化 (左: 円柱間の流れ, 右: 下流域の流れ)

このような後流渦のパターン変化の様態を、 L/d と Re とを両軸とする二次元座標にプロットした結果が図 5 である。同図において領域③は、上記の説明に従い二分しており、そのうち間隔比の小さい側は「弱度の干渉領域」、大きい側は「強度の干渉領域」と便宜上表記している。この図から、領域①～③のパターンはいずれも L/d と Re 数の双方に依存して変化し、その領域境界は反比例的な曲線を描くことが分かる。

3.2 後流ストローハル数 二円柱後流でのストローハル数 S の測定結果を図 6 に示す。図中の水平方向の平行線は、単円柱後流での S 数を比較のため示したものである。同図の結果における第一の特徴は、領域①、②の境界部における S 数の急増と、領域③の範囲における S 数の不規則性である。このうち①、②の境界部での急増は、従来からの指摘同様、臨界間隔における後流渦のパターン変化によるものである。また領域③での不規則性はすべて、後流渦の不規則な挙動に基くもので、たとえば $L/d = 8.0 \sim 10.0$ の場合、後流渦の干渉による衰退のため下流 $10d$ 付近に明確な渦中心が存在せず、 S の値は測定不能になった。また $L/d \geq 12.0$ の場合には、下流円柱背後で発生するビート状渦列の波長が、上流側に較べてほぼ 2 倍であ

るのに対し、位相速度は最大でも 50 % 程度の増大に留まるので、 S 数の評価値はかなり低下した。

図 6 における第二の特徴は、その変化曲線を従来の高 Re 数 ($Re = 10^3 \sim 10^5$) における実験結果⁽³⁾⁻⁽⁵⁾と比較した場合、 S 数の変化傾向は同一であるものの、測定値自体は全般に 20～40 % 程度低いことである。これは本研究の実験 Re 数が、40～120 の程度であることが主因であり、この範囲の円柱後流周波数はほぼ一定値に達する以前の、 Re 数に対して比例的に増減する段階⁽¹⁾⁽²⁾にあるためである。

その他指摘すべき点は、領域②に相当する間隔比の範囲で、 S 数の測定値が単円柱での値に最も接近することである ($Re \geq 80$)。この事実は、下流円柱背後の渦列が、上流円柱のそれとほぼ同一の定量性を有していることを示し、前節で述べた可視化による観察結果ともよく対応している。したがって、領域②における流れの特色を換言して述べれば、下流円柱が独自の周期渦を形成するに至らず、上流円柱からの流出渦列に下流側も規定され、結果として下流円柱は後流渦列の形成に積極的に関与しない状態であると説明され、前節で述べた領域③の説明とは大きな対比が示される。

図 4 後流パターン の 模式図

図 5 円柱間隔比とレイノルズ数に対する後流パターン の 変化

図 6 後流ストローハル数の変化 (下流円柱背後における測定)

3.3 臨界間隔比前後の流れ 本実験において従来のいわゆる臨界間隔比は、前述の通り $L/d = 4.0 \sim 5.0$ である。この臨界間隔を判定する基本的基準は、図 3～4 に示す代表的流線パターンとの比較であるが、より厳密には図 7 の可視化に見られる白色条線（流脈線）の挙動から判断する。この場合、二円柱の間隙部における条線の巻き込み有無が第一の判断基準であるが、下流円柱背後の流れにも留意する。すなわち臨界間隔以下での後流の条線は、図 7 (a) に見られる通り渦の巻き込みに発達することなく、蛇行しながら下流域へ進展するのに対し、臨界間隔以上の条線は図 7 (b)～(d) に見られるように、下流円柱の直後から渦の巻き込みを形成し、規則正しく配列する点に着目する。なお後述する領域③の間隔比では、後流渦が下流に進み、条線ではその挙動が明確に判断されないため、領域②との境界は、主として流跡線可視化から判定した。

本実験における臨界間隔比の値は、図 5 や図 7 から明らかなように、 Re 数の増大とともに減少するが、これは従来の高 Re 数での実験結果とも一致している。領域①から②への移行に伴い、円柱間隙部に定常的な渦の巻き込みが発生する点を考慮すると、この臨界値を左右する主要な要因は、上流円柱背後の渦形成域における主流方向長さであると予想される。この予想を裏付けるものとして Schaeffer - Eskinazi⁽¹³⁾ の実験測定があり、 Re 数 62→118 の増大に対し 単円柱後流での渦形成域の長さが、4.3→2.2（無次元値）と減少している。ただし二円柱の臨界間隔は、単円柱の形成域と同程度には減少せず、 $Re = 100$ 程度に達すると、上流円柱の渦形成域が下流円柱の存在によって

単円柱の場合よりかなり増大していると考えられる。

図 6 で明らかなように、本実験での S 数の測定結果では、臨界間隔比において S 数が正しくジャンプするとは言い難く、その変化曲線は有限の傾きを示す。そしてこの傾きは $Re \leq 70$ でかなり緩やかになる。この点で注目されるのは、Gerrard⁽¹⁰⁾ の示した仕切板（スプリットプレート）付き円柱の測定実験（ $40 \leq Re \leq 180$ ）である。この結果によれば 臨界間隔比での S 数のジャンプは、 $Re = 150$ では高 Re 数の実験と同程度に明瞭だが、 $Re = 100$ 以下では不明瞭であった。また S 数の値自体も、 $Re = 100$ から低下するにしたがって仕切板の有無による影響が減少した。この仕切板付き円柱の結果を、石谷⁽³⁾ が指摘するように直列二円柱の流れに対応するものと考え、かつ前記の渦形成域の変化傾向を考慮に入れると、本実験で $Re \leq 60$ （あるいは 70）における二円柱の臨界間隔は、確かに円柱間での渦の巻き込みから認知されるものの、下流円柱の後流特性への影響という観点からは、 $Re \geq 80$ の場合ほど重要な意義を有していないと判断される。

3.4 渦列の干渉領域における流れ 領域③における渦列干渉の主因は、先述の通り下流円柱が独自の周期渦流出を開始することにある。領域②において微弱であった下流円柱からの渦流出が、領域③で顕著となるのは、上流円柱後流の下流円柱直前での流速と、それに対応する実質的な Re 数の大小に関連があると考えられる。事実、次節で述べる画像処理に関連して、 $L/d = 3.0, 5.0, 8.0$ の三通りの間隔比について行った画像測定（ $Re = 100$ ）の結果では、下流円柱直前における後流の主流方向速度（時間平均値）は、最初

図 7 臨界間隔比前後の流れ（アルミ粉末とコンデンスミルクを併用した可視化）

の二つの間隔比では一様流速の $\pm 10\%$ 以内であるが、最後の間隔比では一様流の最大 40% 程度にまで回復していた。したがって、下流円柱近傍での速度変動を平均化して一様流に見立てると、上流円柱に対する Re 数が 100 以上の場合に、 $L/d = 8.0$ の下流円柱の実質 Re 数が 40 以上となり、そこから渦流出が独自に開始されて、渦列干渉を発生すると予測されるが、この予測は可視化の観察結果とまさに合致している。

同様の考え方が、岡島・杉谷⁽⁵⁾の実験における後流周波数の評価でも行われている。すなわち後流中での二種の卓越周波数のうち、低い方(下流円柱による成分)を下流円柱に当たる流速で無次元化すると、上流円柱後流に対する S 数とはほぼ同じ値に帰着するという結果である。この二種の後流周波数は、本実験においても、後流渦の挙動を細かく追跡して計測を試みたが、干渉領域特有の渦の縮退や変形、あるいは融合渦列の形成により、測定可能な周波数は最大一種類であった。なお岡島・杉谷⁽⁵⁾は、二種の後流周波数が観測される円柱間隔比を $L/d \geq 5.0$ としているが、彼らの臨界間隔比が $L/d = 3.8$ である点を考慮すると、本実験で指摘する領域②、③の境界は、領域①、②の境界と同様、高 Re 数の実験ではかなり間隔比の小さい側へ移動すると考えられる。ただし、二種の周波数発生が本実験での領域②から③への移行に即時対応するか否かは、今後さらに検討する必要がある。

最後に 緒言で引用した Thomas - Kraus⁽⁶⁾による渦列の縮退・打消しに関する仮説について、本実験の範囲から得られる結論を述べる。言うまでもなくこの仮説は、双方の円柱から放出される周期渦がほぼ同波長(または下流側が上流側の整数倍)で、かつまた同位相であることを前提にしていると考えられる。しかし上述のように、上流と下流の二円柱の後流周波数は、領域③において明瞭なビートを起こす程度に相違しており、同波長や同位相にはなり得ない。一方で、下流円柱の渦列波長が上流側の整数倍となる場合は限られており、たとえそれが成立した場合でも、同位相の関係が成り立つとは限らない⁽¹⁴⁾。それゆえ彼らの仮説は、 L/d と Re の特定の関係に対してのみ成立する可能性があると考えられる。

しかし本実験での結果を見れば、領域③の前半における後流渦の干渉は、3.1 節で述べたように L/d や Re の大小にほとんど影響されない。領域③の後半では、 L/d や Re の増減に応じて融合渦列の波長・振幅や安定性が変化するものの、その変化は、上流円柱の渦列波長に応じた単純な周期的増減というよりは、両円柱が流出する後流渦の周波数差によるビートの増減によるところが大きい。それは特に円柱間隔を固定し

て、 Re 数を少しづつ増大させた場合の、後流渦列の変化からよく認識される。以上のような観察事実から、Thomas - Kraus⁽⁶⁾の仮説を積極的に支持する根拠は乏しいと考えられる。

3.5 画像処理による後流特性の検討 領域①～③における代表的な円柱間隔について、可視化結果の画像処理による後流速度場および渦度場の定量評価を行った。各領域から $L/d = 3.0, 5.0, 8.0$ の三種類の間隔比を選び、 Re 数は 100 とした。なおこの部分の実験では、円柱間の流れと下流域の双方を鮮明かつ遮蔽なく撮影するために、カメラ二台を主流方向に平行に並べて、円柱固定系での同時連写を行った。各カメラの撮影結果を個別に画像処理した後、基準座標による位置合わせを行って、二つの速度場を合成・連結した。各々の間隔比における可視化の原写真、円柱固定系の流線、流体固定系の流線、渦度分布をそれぞれ図 8～11 に示す。

3.5.1 $L/d = 3.0$ この間隔比では、二円柱全体が単一の扁平物体のように、下流へ長波長の交互渦列を放出する模様が、流線図および渦度分布図から認められる。また円柱間に渦の巻き込みが存在しない点も明らかであるが、厳密には図 9 が示すように、再循環流が定常的に存在している。図 10 の流線図では、円柱間の流れを挟んで一対の渦領域が定常的に存在し、それらが下流円柱付近で交互にくびれを生じて、背後に交互渦列を形成していく様子が観察される。図 11 の渦度分布で明らかなことは、上流円柱から発生した渦度が円柱間で巻き込むことなく、下流円柱の後方へ進展し、下流円柱自体は渦度の生成に関わることなく、上流円柱の正負の渦領域が、後流中心線を越えて干渉するのを抑制している点である。このことから、下流円柱の仕切板としての機能が明確に理解される。

3.5.2 $L/d = 5.0$ この間隔比の流線図の一方(図 9)および渦度分布図から、上流円柱の流出渦が下流円柱を通過するに際して、下流円柱からもそれに同期する形で交互渦が巻き込み、重なりあって下流流出していく様子が観察される。また特に図 11 から明らかな点として、下流円柱は上流円柱からの流出渦通過に際して、若干の渦度補給を行うこと、下流円柱背後の渦列は単円柱の場合⁽⁸⁾とほぼ同様に、正負の渦領域が後流中心線を越えて反対側領域へと進展すること等が指摘される。一方図 10 の流線図では、円柱間の流れを挟んで渦領域が対を成して存在し、それらが $L/d = 3.0$ の場合と同様、交互にくびれて背後に渦列を流出すること、しかしこのくびれは必ず下流円柱の手前で発生すること、下流渦列は単円柱の場合と同程度の波長・振幅を有すること等が認知される。

図8 代表的間隔比での流跡線の可視化 (円柱固定系)

図9 図8の速度場に対応する円柱固定系の流線

図10 図8の速度場に対応する流体固定系の流線

図11 図8の速度場に対応する渦度分布

3.5.3 $L/d=8.0$ この間隔比では、下流円柱が独自の渦流出を開始し、上流円柱後流との干渉による種々の効果が現れるが、このような流れの特色は図10の流線図や図11の渦度分布図から明確に観察される。また特に図10では、上流円柱での流出渦が下流円柱へ到達以前に、単円柱の場合同様、後流中心線を越えて反対側の渦領域へと進展する様子が示され、円柱間隙部の流れ特性が、以前の間隔比の場合とやや異なることが予想される。図11の渦度分布図を詳しく検討すると、上流円柱から流出した周期渦が、下流円柱を通過する時点で、下流円柱自身の渦生成に伴う波長・位相の乱れによって変形し、拡散傾向を示しながらも横長の融合渦領域を形成して下流流出する模様が認知される。このような渦の干渉効果は明らかに、上流と下流の円柱が生成する渦の周期や波長が、少なからず異なるために発生すると考えられる。

4. 結 言

低レイノルズ数域における、直列型二円柱の後流渦特性を可視化実験により調べ、次の点を明らかにした。

(1) 直列型二円柱の後流渦パターンは、両円柱間での渦巻き込みの有無に対応する、従来からの臨界間隔に加えて、下流円柱背後における明瞭な渦干渉発生の有無に対応する、第二の臨界間隔が存在する。

(2) 第二の臨界間隔は、それ以前には上流円柱後流の渦波長・位相を継続する形で、交互渦を流出していた下流円柱が、独自に周期渦を放出して上流円柱の後流渦と干渉し、後方でのビート現象や縮退・打消し、あるいは融合渦列形成といった不規則挙動を開始する点で、第一の臨界間隔に劣らぬ重要性を有する。

(3) これらの臨界間隔は、それぞれ $L/d=4.0\sim 5.0$ および $L/d=8.0\sim 10.0$ に位置し、実験レイノルズ数が小さいほど、臨界間隔は増大傾向を示す。

(4) 後流ストローハル数は、第一の臨界間隔において急激に増大するが、その模様は高レイノルズ数の場合のように、不連続的なジャンプとは言い難い。

(5) 第二の臨界間隔以降における渦干渉の発生領域では、特に $L/d=10.0\sim 12.0$ 以上において、下流円柱背後にビート状の融合渦列が形成され、それに応じて後流ストローハル数(卓越成分)は低下する。

(6) この融合渦列の諸特性は、円柱間隔やレイノルズ数により変化するが、その強まり弱まりの関係を、上流円柱の渦列波長と円柱間隔とに基づく単純な干渉理論で説明することは、首肯しがたい。

文 献

- (1) Zdravkovich, M. M., Trans. ASME - J. Fluids Engrg. **99** (1977), 618.
- (2) Ohya, Y., Okajima, A. and Hayashi, M., Ency. Fluid Mech. **8** (1989), 323.
- (3) 石谷, 機論 第2部 **37-304** (1971), 2319.
- (4) 五十嵐, 機論 B **46-406** (1980), 1026.
- (5) 岡島・杉谷, 機論 B **50-458** (1984), 2531.
- (6) Thomas, D. G. and Kraus, K. A., J. App. Phys. **35** (1964), 3458.
- (7) Zdravkovich, M. M., J. Roy. Aeronaut. Soc. **76** (1972), 108.
- (8) 今市・近江, 機論 B **48-436** (1982), 2449.
- (9) 近江・今市, 機論 B **55-515** (1989), 1970.
- (10) Gerrard, J. H., Phil. Trans. Roy. Soc. London A-**288** (1978), 351.
- (11) 奥出・松井, 航字学会誌 **37-431** (1989), 582.
- (12) Roshko, A., NACA Tech. Note No. 3169 (1954).
- (13) Schaefer, J. W. and Eskinazi, S., J. Fluid Mech. **6** (1959), 241.
- (14) 阪田・木谷, 機論 B **49-447** (1983), 2618.