脈動流中における軸対称狭さく回りの壁せん断応力の変動*

山口隆平^{*1}, 渋谷伸実^{*2}, 松沢照男^{*3}Variation of Wall Shear Stress around Axisymmetric Stenosis
in Pulsating Flow

Ryuhei YAMAGUCHI, Nobumi SHIBUTANI and Teruo MATSUZAWA

The distribution of wall shear stress in the developing process occlusion in an arterial wall has been experimentally studied using an electrochemical method in laminar pulsating flow. The configuration of the flow model is axisymmetric stenosis expressed by the cosine curve. The wall shear stress around the narrowest section of stenosis changes more steeply at period of increasing flow rate. The wall shear stress just downstream of the narrowest section suddenly decreases and has a negative value, and the flow separates there. Around the separation point just downstream of the stenosis, the oscillation shear index has a finite value; the flow direction periodically changes. Furthermore, the gradient of wall shear stress with respect to the tube axis is very high. Therefore, the change in wall shear stress and its direction of action periodically changes at the region where vascular disease would be anticipated.

Key Words: Axisymmetric Flow, Stenosis, Pulsating Flow, Wall Shear Stress, Oscillation Shear Index, Biomechanics, Hemodynamics

1. 緒 論

生体内の血管の一部が狭まると、血液の流れは大きく変化する。近年、血管壁に生じる病理学的異変が血管内の血流動態と密接に関連することが指摘されている⁽¹⁾。このうち、小さな壁せん断応力の領域では、初期動脈硬化症発生とせん断速度に依存する血管壁-血液間の物質伝達の低下との関連が数多く指摘されている^{(2)~(4)}。

著者らは、前報では軸対称狭さく管を通る定常層流において、血管の閉そく過程に伴う流れ構造に関して、軸方向の壁せん断応力分布を実験的に検討した。その結果、狭さく直前と直後では壁せん断応力の変化が大きい。とくに、はく離点では血管壁に直に作用する壁せん断応力そのものは小さいが、その軸方向のこう配は他の部位よりも大きくなるのが定常流で示された⁽⁵⁾。

血管内流れは、ある平均の定常流に変動流が重畳した動脈流である。血管病変が発生すると予想される狭

さく頂点直後で流れははく離し、このはく離点は流れの脈動に対応して変動することが考えられる。したがって、血管内流れを検討するには、基本となる定常流および流量の変動する脈動流中での流れ構造、とくに血管壁に直に作用する壁せん断応力分布およびその変動を明示することが必要である。

これまで狭さくを通る脈動流に関してはいくつかの数値解析がなされ、Young-Tsai⁽⁶⁾, Daly⁽⁷⁾, Backら⁽⁸⁾, Yamaguchiら⁽⁹⁾によりその基本的流れ構造が示されている。しかしながら、定常流と同様に軸対称脈動狭さく流の実験的な検討、とくに壁せん断応力の検証はほとんどなされていない。

本報では、前報に引き続いて血管病変の進展に伴う血管閉そく過程における流れ構造を検討するため、軸対称狭さく管を通る層流脈動流を対象とする。狭さく形状は前報と同一とし、平均流量にある振幅の変動流の重畳した脈動流、および脈動流の最大、平均および最小流量に相当する定常流を取り上げる。このとき、狭さく部での壁せん断応力の分布、その変動および狭さく直後での壁せん断応力の作用方向の変動を検討する。また、測定された壁せん断応力分布を有限要素法により比較検討する。

* 原稿受付 平成4年3月9日。

^{*1} 正員、芝浦工業大学工学部(〒108 東京都港区芝浦3-9-14)。^{*2} 芝浦工業大学大学院。^{*3} 正員、北陸先端科学技術大学院大学(〒923-12 石川県能美郡辰口旭台15)。

おもな記号の説明

- A : 無次元流量振幅
 D : 直管直径 (代表長さ) ($=24\text{ mm}$)
 f : 脈動の振動数
 OSI : 式(6)で定義する壁せん断応力の振動変動率
 R : 管半径 $=D/2$
 Re : レイノルズ数 $=UD/\nu$
 U : 直管部平均速度
 α : 無次元振動数 $=R\sqrt{\omega/\nu}$
 $\Delta\tau_w$: 無次元壁せん断応力振幅
 δ : 狭さく高さ
 ρ : 流体の密度
 ν : 流体の動粘度
 τ_w : 無次元壁せん断応力 $=\tau_w^*D/(4\rho\nu U)$
 τ_w^* : 有次元壁せん断応力
 ω : 脈動の角速度 $=2\pi f$

2. 実験装置および方法

2.1 装置 狭さくモデルおよび座標、流路概略を、図1および図2に示す。狭さくモデルは前報と同じ余弦曲線で近似される軸対称狭さく流路である⁽⁵⁾。本報で取り上げた狭さく比 δ/R は 0.1, 0.2, 0.3 の 3 種類であり、本報で対象とする $\alpha=6.6$, $A=0.34$ の層流脈動流では $\delta/R=0.3$ の臨界平均レイノルズ数が $Re=600$ であるため、平均レイノルズ数として $Re=550$ を取り上げた。なお、前報⁽⁵⁾ の $\delta/R=0.5$ では定常流の臨界レイノルズ数が 370 と小さいため取り上げない。

脈動流の発生方法は、以下のとおりである。狭さくモデル下流に、スプール形の流量制御オリフィスを設ける。シリンダの側壁に開けた幅 1 mm、長さ 10 mm のオリフィス開口部を長手方向振動させ、その開口面積に比例した作動流体が開口部から自由噴出する。この方法により、ある平均流量に変動流の重畳した式(1)で表される脈動流を発生させる。

$$Q/Q_0 = 1 + A \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 Q は瞬時流量、 Q_0 は時間平均流量である。

この狭さく近傍の四分断面上に直径 0.5 mm の測定用白金電極を各 34 本埋め込んである。測定では、このうち 1 列を使用した。狭さくの頂点を流れの原点 O とし、軸方向に z 軸をとる。

2.2 実験方法 作動流体として酸化還元系の電解液を用い、測定電極と対極 (直径 0.5 mm、長さ 10 cm の白金線) との間に一定電圧をかける。そのとき流

れる電流 i の三乗が壁せん断応力 τ_w^* に比例するところの電気化学的な限界電流法により測定する⁽⁵⁾⁽¹⁰⁾。

$$\tau_w^* \propto i^3 \quad \dots\dots\dots (2)$$

脈動流における壁せん断応力の測定では、定常流で確立された当測定法の変動流での追従性を検証することが必要である。そこで、流量振幅 $A=0.3$ の正弦波状脈動流の場合、直管における壁せん断応力の実験値と厳密解⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ の比較を、図3に示す。ここで、平均流量に相当する直管の壁せん断応力は $\tau_w=2$ として無次元化してある。図3中の測定された壁せん断応力は、式(2)で検定された結果から算出された値である。図3(a)に示す無次元振動数 $\alpha=3.3$ では、実験値と厳密解は振幅、位相ともによく一致している。振動数が高くなると、 $\alpha=6.6$ [図3(b)] では振幅はほぼ同じであるが、測定された位相は厳密解に比べるとやや遅れている。さらに振動数が高くなると、 $\alpha=10.4$ [図3(c)] では測定値の振幅は厳密解よりも小さくなり、位相はより大きく遅れ波形もひずんでいる。

これらの周波数特性を図4に示す。振幅比 σ は最大、最小流量に相当する定常流の壁せん断応力の差で無次元化した。位相進み θ は流量が最大となる時刻と壁せん断応力が最大となる時刻との差である。記号 $\blacksquare$, $\square$ は、それぞれ振幅比および位相進みの実験値である。振幅比 σ は $\alpha=7$ 付近まで実験値と厳密解は一致する。位相進み θ は $\alpha=7$ 付近で最大となり、無次元振動数 α の増加とともに逆に減少する。したがって、本測定法は無次元振動数 7 の範囲まで適用できるものとした。

図1 狭さくモデルおよび座標

図2 流路概略

3. 数値解析

図1のような軸対称狭さく部を通るニュートン流体を仮定する。基礎式は軸対称非定常 Navier-Stokes 方程式と連続の式である。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$+ \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial z} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 u, v, p はそれぞれ軸方向、半径方向速度および圧力であり、 t は時刻である。計算方法は基本的に前報⁽⁵⁾ とほぼ同様であるが、本報は非定常解析であるために一周を 36 分割している。したがって、収束解を得るためには長時間の計算を要すると考えられるので、計算領域の要素分割数を前報より少なくとり、それぞれ前報の半径および軸方向にそれぞれ 60% および 80% 程度とする(図5)。計算領域は $-15 \leq z/R \leq 50$ 、全計算領域を 637 個のく形の有限要素に分割し、一つの有限要素内で速度は二次の多項式、圧力は一次の多項式で近似した⁽⁵⁾。このような近似をすると、全計算領域で速度の節点数は 2745、圧力の節点数は 637 となる。これらの基礎式(3)~(5)を Galerkin 法によって離散化し、非線形計算は Newton-Raphson 法によった⁽¹³⁾。壁上の速度を零とし、上流の入口境界流れは直管層流脈動流の厳密解⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ で与える。

4. 結果および考察

4.1 定常流の壁せん断応力分布 定常流におけ

図3 直管層流脈動流における壁せん断応力の測定値と厳密解の比較 ($A=0.3$)

図4 電気化学的方法による壁せん断応力の周波数特性

図5 要素分割例 ($\delta/R=0.3$)

図6 定常流における狭さく回りの壁せん断応力 ($\delta/R=0.3$)

る壁せん断応力分布のうち、狭さく比 $\delta/R=0.3$ の場合を図6に示す。ここに示すレイノルズ数は、後述の脈動流の最大、平均および最小流量に相当する流れである。図6の縦軸 τ_w は、 $Re=560$ の直管ポアズィユ流れの壁せん断応力を2.0として無次元化してある。図6の横軸は管半径 $R=D/2$ で無次元化する。図6中の実線は数値計算結果である。

前報と同様に、狭さく直前で壁せん断応力 τ_w は最大、直後で零およびその下流で負の最小値となる。したがって、狭さく直後で τ_w が零となるのは離点回りでは壁せん断応力そのものは小さいが、その軸方向変化 ($d\tau_w/dz$) は極めて大きい。その度合いはレイノルズ数の増加と共に著しい。 $Re=730$ では、狭さく下流のはく離域内で壁せん断応力は二つの負の極小値をとる。

4・2 脈動流中の瞬時壁せん断応力分布 無次元振動数 $\alpha=6.6$, $A=0.34$ の脈動流で、流量が最大 ($\omega t^*=\pi/2$) および最小 ($\omega t^*=3\pi/2$) のとき、各狭さく比に対する瞬時壁せん断応力分布を図7に示す。ここに示す縦軸 τ_w は、対応する平均流量に相当するポアズィユ流れの壁せん断応力を2.0として無次元化してある。図7中の実線は数値計算結果である。

各狭さく比 δ/R とも、最大流量時に狭さく直前で壁せん断応力は最大値をとり、狭さく直後のはく離点付近の軸方向変化は著しい。この傾向は狭さく比 δ/R の大なるほど、言い換えると血管の閉そくが進行し管断面積が狭まるほど著しい。また、流量最小時には狭さく後方の壁せん断応力の値は小さく、その傾向は狭さく比の大きいほど小さな値をとる。狭さく直後の壁せん断応力 [図7(c)] の軸方向こう配を対応する定常流の結果 (図6) と比較すると、流量の増加時にはより大きく減少時に小さくなる。ただし、狭さく比 $\delta/R=0.1$ の場合、対象としたレイノルズ数の範囲 ($Re=300\sim 800$) では狭さく後方にはく離流は発生しない。

図示しないが、無次元振動数 $\alpha=3.3$ の瞬時壁せん断応力の変化は $\alpha=6.6$ の場合よりも小さい。

4・3 脈動流における壁せん断応力の振幅 流量振幅 $A=0.34$ の場合、脈動流の壁せん断応力振幅の絶対値 $|\Delta\tau_w|$ を図8に示す。 $|\Delta\tau_w|$ は狭さく頂点直前で最大値をとり、直後で最小となる。その傾向は、定常流の壁せん断応力の分布とよく似ている。狭さく比が大きく、 α の増加とともに、この振幅 $|\Delta\tau_w|$ は大きくなる。一般に、直管層流脈動流では壁せん断応力の最大および最小値は、流量最大および最小時刻よりも図4に示す位相進み θ だけ早く発生する。したがって、ここに示す $|\Delta\tau_w|$ は流量最大および最小時刻の瞬時壁せん断

応力の差よりも大きい。

4・4 壁せん断応力の作用方向変動率 狭さく比 $\delta/R=0.2, 0.3$ の場合、前記の脈動流での狭さく回りの各位置での OSI を図9に示す。OSI は各位置での作用方向を考慮した壁せん断応力の振動変動率 (Oscillation Shear Index)⁽¹⁴⁾ であり、次式により定義される。

(a) $\delta/R=0.1$

(b) $\delta/R=0.2$

(c) $\delta/R=0.3$

図7 脈動流最大・最小時における狭さく回りの瞬時壁せん断応力 ($Re=550$, $\alpha=6.6$)

 (a) $\alpha=3.3$

 (b) $\alpha=6.6$

図 8 脈動流における狭さく回りの壁せん断応力の振幅

$$OSI = \frac{\int_0^T \tau_w' dt}{\int_0^T |\tau_w| dt} \dots\dots\dots (6)$$

式(6)の分子は、任意位置における平均的な壁せん断応力の方向に対して、一周期 T のうち逆方向に作用する壁せん断応力 τ_w' の時間積分である。したがって、直管内の一方流れでは OSI は零となり、単純な往復振動流では $OSI=0.5$ となる。図 9 中の実線は数値計算結果である。

図示しないが、狭さく比 $\delta/R=0.1$ の場合、狭さく後部にはく離流は発生せず OSI は全領域で零である。 $\delta/R=0.2$ の場合、狭さく直後のはく離点および再付着点付近で $OSI \neq 0$ なる領域が発生する。したがって、はく離点および再付着点付近では壁せん断応力は周期的にその作用方向が変わる。さらに $\delta/R=0.3$ では、再付着点の回りの $OSI \neq 0$ なる領域がさらに拡大する。図 9 の OSI のうち、狭さく直後のはく離点回りで $OSI \neq 0$ なる実験値は 1 点と少ないが、その値およびその位置は数値計算結果とよく対応している。このように、狭さく直後のはく離点では壁せん断応力の軸方向こう配は大きくなるばかりでなく、はく離点は脈動の周期にともなって上下流方向に移動し、その作用方

図 9 脈動流における狭さく回りの壁せん断応力変動率：OSI

向も周期的に上下流方向に変化することが示される。

最近の病理学的知見によれば⁽³⁾⁽⁴⁾、人間のような比較的大型の動物では初期動脈硬化症は壁せん断応力の小さな部位に観察され、せん断速度に依存する血管-血液間の物質伝達の低下との関連が指摘されている⁽²⁾。本研究の結果によれば、血管病変が発生すると考えられる狭さく後部のはく離点付近では、確かに壁せん断応力は小さいが、壁せん断応力の軸方向こう配は極めて大きい。さらに壁せん断応力の振動変動率 $OSI \neq 0$ 、言い換えるとその作用方向は周期的に変動する。

一般に狭さく直後に血管病変が示されるとすれば、本研究の結果は、その流体力学的因子として壁せん断応力の主流方向こう配および壁せん断応力の振動変動率の影響を検討する必要性のあることを示唆している。

4.5 数値解析 図 6～9 中の実線は、有限要素法により求めた数値計算結果である。壁せん断応力の実験結果と数値計算結果の極大・極小値や再付着点位置は、おおむねよく一致している。しかしながら、計算で得られた狭さく頂点直前・直後の最大・最小値の絶対値は、実験値より若干大きい。この差異は、有限要素法の要素分割数などに関連する計算誤差よりも、測定位置の z 方向の電極長さが管半径 R の 4% 程度になり、測定値はこの長さの平均値となるためピーク値が得られにくいことによると考える。

5. 結 論

本研究では、層流脈動流中の軸対称狭さく回りの壁せん断応力分布を実験的に検討した。狭さく形状は余弦曲線で近似され、狭さく長さは直管の直径と同一である。狭さく比 δ/R は 0.1, 0.2, 0.3 の 3 種類とした。対象とした流れは各狭さく比に対して臨界レイノルズ

数以下とした。その結果、以下の結論が得られた。

- (1) 狭さく直後の壁せん断応力の軸方向こう配 ($d\tau_w/dz$) は流量増加時に大きくなり、減少時に小さい。
- (2) 狭さく比 0.2, 0.3 の脈動流では壁せん断応力の振動変動率 $OSI \neq 0$ なる領域が狭さく下流に発生し、無次元振動数の増加とともにその度合いは著しい。
- (3) 狭さく直後のはく離点回りでは壁せん断応力の軸方向こう配は著しく、その作用方向は周期的に変動する。

文 献

- (1) Lighthill, M. J., *J. Fluid Mech.*, **52** (1972), 475-497.
- (2) Caro, D. L., *Cir. Res.*, **22** (1968), 165-167.
- (3) 山口・ほか 4 名, 循環器病の進歩, **7-1** (1986), 97-108.
- (4) Yoshida, Y., ほか 6 名, *Role of Blood Flow in Atherogenesis*, (1987), 33-40, Springer-Verlag.
- (5) 山口・ほか 3 名, 機論, **57-542 B** (1991), 3370-3375.
- (6) Young, D. F. and Tsai, F. Y., *J. Biomech.*, **6-4** (1973), 395-410.
- (7) Daly, B. J., *J. Biomech.*, **9** (1976), 465-475.
- (8) Back, L. D., ほか 2 名, *J. Biomech.*, **10** (1977), 339-353.
- (9) Yamaguchi, R., *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.*, **111-1** (1989), 47-54.
- (10) Mizushima, T., *Advances in Heat Transfer*, **7** (1971), 87-161, Academic Press.
- (11) Womersley, J. R., *J. Physiol.*, **127** (1955), 553-563.
- (12) Uchida, S., *Z. Angew. Math. Phys.*, **7** (1956), 403-422.
- (13) Chung, T. J., *Finite Element Analysis on Fluid Dynamics*, (1978), McGraw-Hill.
- (14) Ku, D. N., ほか 3 名, *Arteriosclerosis*, **5** (1985), 293-302.