はく離・再付着を伴う乱流場への
適用を考慮した k - ε モデル*安倍 賢一^{*1}, 長野 靖尚^{*2}, 近藤 継男^{*1}An Improved k - ε Model for Prediction of Turbulent Flows
with Separation and Reattachment

Ken-ichi ABE, Yasutaka NAGANO and Tsuguo KONDOH

We propose a new turbulence model which is modified from the low-Reynolds-number k - ε model developed by Nagano and Tagawa. The main improvement is made by the introduction of the Kolmogorov velocity scale, $u_t \equiv (\nu \varepsilon)^{1/4}$, instead of the friction velocity u_τ , to account for the near-wall and low-Reynolds-number effects. We have also reevaluated the model constants in the transport equations of the turbulent energy and its dissipation rate. With these modifications, it is shown that the present model predicts quite successfully a diffuser flow with a strong adverse pressure gradient and the separating and reattaching flows downstream of a backward-facing step.

Key Words: Turbulent Flow, Turbulence, k - ε Model, Separation, Backward-Facing Step, Adverse Pressure Gradient

1. 緒 言

各種流体機械の設計、開発にあたっては、流れ場の詳細な解析が不可欠である。その際、取扱う流れ場が通常乱流であることから、乱流場を数値的に予測する試みは古くからなされてきた。このような乱流計算において現在最もよく利用されるのは、乱れに関する二つの代表的な物理量の方程式とともにアンサンブル平均されたナビエ・ストークス方程式を解く、いわゆる2方程式乱流モデルによる手法であり、中でも k - ε モデルが多用される。

k - ε モデルに関しては、1980年から1981年にかけて開催されたスタンフォード会議⁽¹⁾以来、多くの研究者によってさまざまな改良が加えられてきた。特に最近では、乱れの壁面漸近挙動を正しく再現する乱流モデルがいくつか提案されているが^{(2)~(4)}、その代表的なものの一つとして、長野らによって提案された k - ε モデルがある⁽⁴⁾(長野・田川モデル)。この長野・田川モデルは、壁面漸近挙動を再現できるばかりでなく、境界層流れや逆遷移を伴う流れに関しても精度の高い解析

を行うことができる。ただしこのモデルは、モデル関数中に y^+ を含むために、はく離や再付着を伴う流れのように壁面上で摩擦速度 u_τ が零になり得る場に適用すると、内部で渦粘性係数 ν_t が零になる領域が現れて不合理な解を与える。

本研究の目的は、長野・田川モデルのモデル関数に改良を施し、はく離や再付着を伴う乱流場にも適用し得る k - ε モデルを提案することにある。本モデルの最大の特徴は、モデル関数の中で壁面摩擦速度の代わりにコルモゴロフの速度スケールを用いる点にある。また本研究では、 k および ε 方程式中のモデル定数にも注目し、従来用いられていたモデル定数について再検討を行ったので、その効果についても言及する。さらに、二次元チャネル内乱流および逆圧力こう配流れに本モデルを適用して乱流モデルとしての基本的な検証を行ったうえで、はく離・再付着を伴う代表的な流れ場である種々のバックステップ流れにこれを適用し、得られた計算結果と実験結果とを比較することによりモデルの有効性を示す。

2. 記 号

C_{f0} : 壁面摩擦係数 $= \tau_w / (\rho \bar{U}_0^2 / 2)$

C_{p0} : 圧力係数 $= (\bar{p} - \bar{p}_0) / (\rho \bar{U}_0^2 / 2)$

* 原稿受付 平成4年2月24日。

^{*1} 正員、(株)豊田中央研究所 (〒480-11 愛知県愛知郡長久手町大字長湫字横道 41-1)。^{*2} 正員、名古屋工業大学 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)。

$C_\mu, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$: モデル定数

D : 上流部のチャネル幅

ER : ステップの拡大率 $= (D+H)/D$

f_μ, f_ϵ : モデル関数

H : ステップ高さ

k : 乱流エネルギー $= \overline{u_i u_i} / 2$

k^+ : 無次元乱流エネルギー $= k/u_\tau^2$

N_i : 入口-出口方向の格子点数

N_j : 下壁-上壁方向の格子点数

n : 境界に垂直な方向

$\bar{p}$: 流体の圧力

$\bar{p}_0$: 参照点における圧力

Re_H : レイノルズ数 $= \bar{U}_c H / \nu$ または $= \bar{U}_e H / \nu$

Re_τ : レイノルズ数 $= u_\tau \delta / \nu$

R_t : 乱流レイノルズ数 $= k^2 / \nu \epsilon$

t : 時間

$\bar{U}_i, u_i$: 平均速度および変動速度

$\bar{U}, \bar{V}$: x 軸および y 軸方向の平均速度

u, v : x 軸および y 軸方向の変動速度

$\bar{U}_c$: チャネル中心速度

$\bar{U}_e$: 境界層外縁の速度

$\bar{U}_0$: 参照点における速度

$\bar{U}^+$: 無次元速度 $= \bar{U} / u_\tau$

u_c : コルモゴロフの速度スケール $= (\nu \epsilon)^{1/4}$

u_τ : 壁面摩擦速度 $= \sqrt{\tau_w / \rho}$

X_R : 再付着点の x 座標(再付着距離)

x : 流れ方向の座標

y : 壁面垂直方向の座標

y^+ : 壁からの無次元距離 $= u_\tau y / \nu$

y^* : 壁からの無次元距離 $= u_c y / \nu$

δ : チャネルの半幅

δ_{ij} : クロネッカーのデルタ

ϵ : 乱流散逸率 $= \nu (\partial u_i / \partial x_j) (\partial u_i / \partial x_j)$

η : コルモゴロフの長さスケール $= (\nu^3 / \epsilon)^{1/4}$

κ : カルマン定数 $= 0.41$

ν, ν_t : 動粘性係数および渦粘性係数

ρ : 流体の密度

$\sigma_k, \sigma_\epsilon$: 乱流拡散に関するモデル定数

τ_w : 壁面せん断応力

添 字

0: 流れ場上流の参照点での値

w : 壁面上の値

1: 壁面からの最隣接格子点での値

3. 改良 k - ϵ モデル

3.1 基礎方程式 非圧縮性の乱流場を記述する基礎方程式としては、以下のような平均化された連続の式とナビエ・ストークス方程式を用いる。

$$\partial \bar{U}_i / \partial x_i = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{D \bar{U}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad \dots\dots (2)$$

渦粘性近似に基づく k - ϵ モデルにより乱流場を求める場合には、上記の式に加えて、以下のような乱流エネルギー k と乱流散逸率 ϵ の輸送方程式を同時に扱う必要がある⁽⁴⁾。

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} - \overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \epsilon \quad \dots\dots (3)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right\} - C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} f_\epsilon \frac{\epsilon^2}{k} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$- \overline{u_i u_j} \nu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu k^2 / \epsilon \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(3)~(6)中のモデル関数 f_μ, f_ϵ およびモデル定数 $C_\mu, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, \sigma_k, \sigma_\epsilon$ に関しては後述する。以上の基礎方程式を連立させて解くことにより、乱流場を計算することができる。

3.2 改良モデルのモデル関数 長野・田川モデル⁽⁴⁾は、自由乱流や壁乱流の漸近挙動をも考慮したモデルであるが、モデル関数中に無次元距離 $y^+ (= u_\tau y / \nu)$ を含むために、壁面上で $u_\tau = 0$ になる点が存在するはく離や再付着を伴う流れ場に適用すると、内部で $\nu_t = 0$ になる領域が現れて不合理な解を与える。この不都合を取り除き、はく離・再付着流れにも適用できるようにするためには、 u_τ に代わる別の速度スケールを導入することが必要である。Zhang ら⁽⁵⁾は $\sqrt{k}$ を速度スケールにとるモデルを提案したが、本研究で $\sqrt{k}$ を用いると漸近挙動を正しく再現できなくなることから、速度スケールとして $\sqrt{k}$ は不適当である。一方、モデル関数中に u_τ を含むと不都合が現れる流れ場としては、このほかにもある種の圧力こう配の下でのクエット・ポアズイユ流れで発生するような、せん断のない壁乱流が考えられる。笠木ら⁽⁶⁾は、このせん断のない壁乱流の計算を k - ϵ モデルを用いて行うにあたり、コルモゴロフの長さスケール η を用いてモデル関数を構成することが有効であることを示した。そこで本研究では、この成果を参考にして、長野・田川モデル⁽⁴⁾のモデル関数中の代表速度 u_τ の代わりにコルモゴロフの速度スケール $u_c = (\nu \epsilon)^{1/4}$ を代表速度

表 1 モデル関数

Model	f_μ, f_ε
Present	$f_\mu = \{1 - \exp(-y^*/14)\}^2 \left[1 + \left(5/R_t^{\frac{1}{2}}\right) \exp\{-(R_t/200)^2\} \right]$ $f_\varepsilon = \{1 - \exp(-y^*/3.1)\}^2 \left[1 - 0.3 \exp\{-(R_t/6.5)^2\} \right]$
Nagano-Tagawa	$f_\mu = \{1 - \exp(-y^+/26)\}^2 \left\{ 1 + \left(4.1/R_t^{\frac{1}{2}}\right) \right\}$ $f_\varepsilon = \{1 - \exp(-y^+/6)\}^2 \left[1 - 0.3 \exp\{-(R_t/6.5)^2\} \right]$

$$(y^+ = u_\tau y/\nu, \quad y^* = u_\tau y/\nu, \quad R_t = k^2/\nu\varepsilon)$$

とし、モデルの改良を行う。この速度スケール u_τ を用いたモデル関数は、はく離流のみならず再付着流に適用しても u_τ を用いた場合のような不都合が発生せず、しかも壁近傍で ε が定数に漸近することから、長野・田川モデルのモデル関数の形をそのまま継承しつつ壁面漸近挙動を満足させることができる。モデル関数中の定数について数値最適化を行った結果として得られた、最終的なモデル関数を表 1 にまとめて示す。なお表 1 には、比較のために長野・田川モデルのモデル関数も併せて示した。

3.3 モデル定数 本研究で提案する $k-\varepsilon$ モデルのもう一つの大きな特徴として、 k と ε の輸送方程式に現れるモデル定数の部分的な修正が挙げられる。通常、標準 $k-\varepsilon$ モデルを用いてバックステップ流れの計算を行うと、再付着距離が実験と比較して 15~20% 程度短く計算される⁽⁷⁾⁽⁸⁾。この原因としては、はく離流れの境界条件に壁法則を無理に適用していることも大きな要因の一つと考えられるが、それ以外に式(3)~(6)中のモデル定数の値が適切でないということも考えられる。実際、式(6)の C_μ を流線の曲率に基づく局所リチャードソン数の関数とすることでも、再付着距離の予測値はかなり改善される⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。そこで、モデル定数の影響を把握することが重要であると考え、式(3)~(6)中のモデル定数について改めて検討を加えた。対象となるモデル定数は、 C_μ 、 C_{e1} 、 C_{e2} 、 σ_k および σ_ε であるが、まず C_μ に関しては、構造パラメータ $a_1 = -\overline{uv}/k$ の値が、はく離・再付着流でも通常の壁乱流から大きく逸脱することがない⁽¹¹⁾ ことから、標準値 $C_\mu = 0.09 (\approx a_1^2)$ で固定した。また C_{e2} については、長野ら⁽⁴⁾ が述べているように、 $C_{e2} = 1.9$ と表 1 で示したモデル関数 f_ε に含まれている $[1 - 0.3 \exp\{-(R_t/6.5)^2\}]$ とを組合せることによって、はじめて自由乱流を再現することができる。それゆえ C_{e2} のみを任意に変更することは許されないで、これも $C_{e2} = 1.9$ で固定した。残された定数は、 C_{e1} 、 σ_k および σ_ε であるが、壁乱流の場合には C_{e1} 、 σ_ε および C_{e2} の間に、以下のような定応力層の関係式が成立する⁽⁴⁾。

表 2 モデル定数

Model	C_μ	C_{e1}	C_{e2}	σ_k	σ_ε
Present	0.09	1.5	1.9	1.4	1.4
Nagano-Tagawa	0.09	1.45	1.9	1.4	1.3

$$C_{e1} \approx C_{e2} - x^2/\sigma_\varepsilon \sqrt{C_\mu} \dots\dots\dots (7)$$

式(7)を考慮しながら、これらのモデル定数が計算結果に及ぼす影響を調べてみたところ、バックステップ流れにおいては、 C_{e1} の 0.01 の変化に対して再付着距離が約 0.2H 移動することが判明した。この事実に注目したうえで、本モデルでは数値最適化により $C_{e1} = 1.5$ と定め、 σ_ε については先の関係式(7)が満たされるように $\sigma_\varepsilon = 1.4$ とした。 σ_k に関しては、二次元チャネル内乱流の計算において ν_ε の分布がチャネル中央部で実験結果と整合するためには $\sigma_k \approx \sigma_\varepsilon$ であることが望ましいので、長野・田川モデルと同じく $\sigma_k = 1.4$ を採用した。以上のように決定されたモデル定数を、長野・田川モデルのものと併せて表 2 に示す。明らかに、本モデル定数と標準値の差は極めて小さい。 C_{e1} の標準値は $C_{e1} = 1.44$ または 1.45 であるが⁽¹²⁾、従来の研究では $C_{e1} = 1.0 \sim 1.81$ の範囲でモデルにより適宜異なった値が用いられている⁽¹²⁾⁽¹³⁾。本モデルの C_{e1} は、表 2 のように標準値よりもただか 3% 程度大きいすぎないが、はく離・再付着流の計算ではこの差異が無視でき得ないことに注意を要する。

4. 基本的な壁乱流への適用

4.1 数値解法および計算条件 本研究で提案したモデルは、モデル関数のみならずモデル定数にも若干の修正を加えたので、まず二次元チャネル内乱流および $k-\varepsilon$ モデルの弱点が最も露顕しやすいテストケースの一つである⁽¹²⁾⁽¹³⁾ 逆圧力こう配を伴う平板境界層流れに本モデルを適用し、基本的な壁乱流における本モデルの予測精度を確認した。

この種の流れ場は薄層近似が成り立つので、だ円形

の基礎方程式を放物形化して計算を行った。格子点数は不等間隔で75点、計算法はKellerのBox法⁽¹⁴⁾によった。なお、壁からの第1格子点は $y^+=0.1\sim 0.5$ とした。

境界条件は、 $y=0$ (壁面)で $\bar{U}=k=0$, $\varepsilon_w=2\nu k_1/y^2$ とし、チャンネル流れでは対称軸上で $\partial\bar{U}/\partial y=\partial k/\partial y=\partial\varepsilon/\partial y=0$ 、また、境界層流れを計算する場合には境界層の外側で $\bar{U}=\bar{U}_e$, $\partial k/\partial y=\partial\varepsilon/\partial y=0$ とした。 $\bar{V}$ については、チャンネル流れの場合には全領域で $\bar{V}=0$ とし、境界層流れの場合には $y=0$ (壁面)で $\bar{V}=0$ 、その他の領域では連続の式(1)から $\bar{V}$ を求めた。

チャンネル流れに関しては、直接数値シミュレーション(DNS)⁽¹⁵⁾が行われている $Re_\tau=395$ とHussain-Reynoldsの実験⁽¹⁶⁾に対応する $Re_\tau=640$ の2ケースについて計算を行い、逆圧力こう配流れに関してはSamuel-Joubertの実験条件⁽¹⁷⁾に合わせて計算を行った。なお、チャンネル流れのDNS⁽¹⁵⁾と逆圧力こう配乱流境界層⁽¹⁷⁾は、Bradshowらを中心にして最近進められた乱流モデルの検証に関する国際共同プロジェクト⁽¹⁸⁾で取り上げられたテストケースでもある。

4.2 計算結果 チャンネル流れに対する計算結果を図1~4に示す。図1~4から本モデルが、チャンネル内流れについては定量的に十分な予測精度を有していることがわかる。

図1 チャンネル内速度分布($Re_\tau=395$)

図2 乱流エネルギー($Re_\tau=395$)

次に、逆圧力こう配流れに対する計算結果から得られた壁面摩擦係数 C_{f0} を、従来モデルの結果〔文献(4)から引用〕と併せて図5に示す。図5から本モデルが、逆圧力こう配流れに関しても、従来モデルと同等以上の精度を有することがわかる。なお、長野ら⁽⁴⁾はこの流れ場をさらに精度良く計算するために、長野・田川モデルと代数応力モデルとを組合せた計算も行っているが(図省略)、それに対して本モデルの場合には、図5で示したように代数応力モデルの援用なしで精度の良い結果が得られている。

5. バックステップ流れへの適用

5.1 数値解法および計算条件 以上のように基

図3 チャンネル内速度分布($Re_\tau=640$)

図4 渦粘性係数($Re_\tau=640$)

図5 逆圧力こう配流れの壁面摩擦係数

本的な乱流場で計算精度を確認したうえで、本論文の本来の目的であるはく離・再付着を伴う乱流場に本モデルを適用して計算を行い予測精度を検討した。流れ場としては、基本的なはく離・再付着流れとして従来よりよく検討されているバックステップ流れを選んだ。

計算においては、比較・検討する実験の条件に合わせて流れ場は二次元とし、式(2)～(4)および式(1)と式(2)から得られる圧力のポアソン方程式を連立させて、差分法により離散化して解を求めた。離散化の方法としては、式(2)の対流項については風上三次精度差分⁽¹⁹⁾、式(3)と式(4)の対流項については風上一次精度差分、それ以外の項については二次精度の中心差分を用いた。なお、座標系は一般曲線座標系であり、計算格子はステップ直後のせん断層の部分と予想される再付着点近傍で格子幅が細くなっている。また、壁からの第1格子点は $y^+ \approx 1$ とした。

境界条件は、固定壁面上で $\bar{U} = \bar{V} = k = 0$, $\epsilon_w = 2\nu k_1/n_i^2$, $\partial \bar{p}/\partial n = 0$ とし、入口では実験条件に合わせて $\bar{U}$, $\bar{V}$, k , ϵ を与え、圧力に関しては $\partial^2 \bar{p}/\partial x^2 = 0$ とし、出口では $\partial \bar{U}/\partial x = \partial \bar{V}/\partial x = \partial k/\partial x = \partial \epsilon/\partial x = 0$, $\bar{p} = 0$ とした。

計算の対象としては、Kim ら⁽²⁰⁾(ケース 1), Eaton ら⁽²¹⁾(ケース 2)そして笠木ら⁽²²⁾(ケース 3)の3ケースの実験を取り上げて計算を行った。各ケースにおける主な計算条件を表3に示す。入口での流れ場の状態は、ケース 1, 2 が乱流境界層(境界層外は一様ポテンシャル流れ)であり、ケース 3 は十分発達したチャネル乱流である。なお、計算領域については、いずれのケースもステップ上流に $5H$ 以上、ステップ下流に $50H$ 以上を確保して計算を行った。

5.2 本計算法の妥当性の検討 1980～81年のスタンフォード会議⁽¹⁾では、Kimの実験⁽²⁰⁾との対比を基にして乱流モデルの優劣が検討され、 $k-\epsilon$ モデルの数値予測は一般に良くないことが報告された⁽¹⁾。しかしその後の調査で、スタンフォード会議における計算結果と実験値の不一致に関して、そのうちかなりの部分が数値解法上の問題に起因していることが判明した⁽⁷⁾。そこで、本計算で用いた計算法が妥当であるこ

とを確認するために、最初に層流の計算を行った。計算にはケース 3 用に作成した格子を用い、レイノルズ数は $Re_H = 150$ とした。さらに、乱流の計算結果の格子点数に対する依存性を調べるために、ケース 3 の計算条件につき、表3で示した格子以外に、各方向2倍にあたる 509×149 の格子点数を用いた計算も行い、両者の結果を比較した。これら2とおりの計算格子を図6に示す。

まず、層流計算により得られた速度分布を図7に示す。今回の計算結果から得られた再付着点の位置は $X_R/H = 6.43 \pm 0.06$ であり、近藤ら⁽²³⁾の計算による $X_R/H \approx 6.3$ とほぼ同様の結果が得られている。また、再循環の中心は $x/H \approx 1.85$, $y/H \approx 0.64$ にあり、これに関しても近藤ら⁽²³⁾の計算結果と一致している。

次に、ケース 3 に対して2とおりの格子を用いて得られた結果を比較したものを図8に示す。図8からわかるように、表3で示した程度の格子点数を用いれば、速度や圧力のみならず乱流諸量に至るまで、格子依存性を十分に取り除くことができる。

以上のことから、今回得られた計算結果が、定量的な考察に十分堪え得ることが確認された。

5.3 計算結果および考察 表3に示した3ケースに対し、本研究で提案した乱流モデルによって得られた再付着点の予測位置を、実測値とともに表4に示す。また、計算結果から得られた流線図を図9に、ケー

(a) 基本格子(255×75)

(b) 細かい格子(509×149)

図6 ケース3の計算格子(部分)

図7 層流の速度分布

表3 計算条件

Case	1	2	3
ER	1.5	1.67	1.5
Re_H	46000	38000	5500
$N_i \times N_j$	211×101	229×101	255×75

ス 1, 2 における壁面上の圧力分布およびケース 3 における乱流諸量の分布を実験結果と比較したものを図 10, 11 に示す。

まず再付着点の位置に関しては、計算結果が実験値と非常によく対応していることが、表 4 からわかる。従来、標準 $k-\varepsilon$ モデルを用いて計算すると、再付着距離は実験値と比べて 15~20% 程度短く計算され⁽⁷⁾⁽⁸⁾、それを少しでも改良しようとする、応力方程式モデル⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾ か領域分割形モデル (Zonal Model)⁽⁷⁾⁽¹¹⁾ に頼らざるを得なかった。しかし本モデルを用いれば、 $k-\varepsilon$ モデルでもその予測精度を大幅に改善することができる。

また図 10 より、壁面上の圧力分布についても精度良く計算されていることがわかる。一般に、再付着距離が短く予測される場合には、壁面上の圧力は実験値よりも早く上昇するが、本計算では再付着距離の予測精度が良いことから、圧力分布に関しても実験と良く対応している。本効果は、より複雑な領域分割形モデル⁽⁷⁾⁽¹¹⁾ によるものと比べても全くそんな色がない。

さらに図 11 から、本計算結果が速度分布のみならず乱流エネルギーやレイノルズ応力の分布に至るまで、ステップ直後の局所を除いて、実験結果と非常に良く対応していることがわかる。このケース 3 の条件に対する笠木らの実験⁽²²⁾ は、独自の高精度画像流速計で測定が行われかつ測定値に対する不確かさ解析も

丁寧に行われており、測定結果は不確かさが小さく非常に信頼性の高いものであることが確認されている。

図 11 において特に注目すべきは、本モデルによるレイノルズ応力の予測精度である。式 (2) から明らかに、速度分布に直接影響を与える乱れの量はレイノルズ応力である。言い替えれば、再付着距離などの速度場にかかわる予測精度は、レイノルズ応力の予測精度によってほとんど決まってしまうと言っても過言ではない。本計算においては、図 11 を見るとわかるように、レイノルズ応力の予測精度が全体的に非常に良い。このことが、表 4 のどのケースの計算においても、再付着距離を極めて高い精度で予測できる要因と考えられる。

一方、ケース 1 とケース 3 の結果を比較すると、拡大比 ER が同一であるにもかかわらず (表 3)、再付着距離がかなり異なっていることがわかる。このような結果が得られた大きな理由としては、次の二つのことが考えられる。一つは入口での境界層の状態の影響、そしてもう一つはレイノルズ数依存性である。この原因を確認するために、ケース 1 と同じレイノルズ数で十分発達したチャネル乱流を入口に与えた場合の計算

表 4 再付着距離 X_R/H

Case	1	2	3
Present	7.36 ± 0.02	7.93 ± 0.02	6.50 ± 0.06
Experiment	7 ± 1	7.95	6.51

(a) 壁面上の圧力分布

(b) x 軸方向速度および乱流エネルギー

図 8 格子依存性の確認

(a) ケース 1

(b) ケース 2

(c) ケース 3

図 9 流線図

を行った(図省略)。森西ら⁽²⁶⁾はこれと同じ条件の計算を LES で行っており、再付着点の位置は $X_R/H \approx 7.15$ であったと報告している。本計算における再付着点の位置は $X_R/H = 7.21 \pm 0.02$ となり、森西らとほぼ同様の結果を与えており、これは表 4 中のケース 1 のものとほぼ似た値である。このことから、ケース 1 とケース 3 で再付着距離が大きく異なるのは、入口での境界層の状態の影響よりも、むしろ流れ場のレイノルズ数依存性によるものであると言える。すなわちバックステップ乱流においては、流れ場のレイノルズ数 Re_H が数千以下の範囲になると、再付着距離などにレイノルズ数依存性が現れてくるものと考えられる。本研究により、低 Re 数形 $k-\varepsilon$ モデルを用いて壁面上で非滑りの境界条件を用いれば、流れ場のレイノルズ数依存性も正しく取り込んで計算できることが確認された。

以上の考察により、本研究で提案した $k-\varepsilon$ モデルが、はく離・再付着を伴う乱流場の予測に非常に有効であることが示された。

6. 結 論

はく離や再付着を伴う流れ場にも適用できるように、長野・田川モデル⁽⁴⁾のモデル関数に改良を施した $k-\varepsilon$ モデルを提案した。提案した改良 $k-\varepsilon$ モデルでは、モデル関数の中で壁面摩擦速度 u_τ の代わりにコルモゴロフの速度スケールを用いているので、はく離・再付着流れに適用しても u_τ を用いた場合のような不都合

が発生せず、しかも壁近傍で乱流散逸率 ε が定数に漸近することから、長野・田川モデルのモデル関数の形をそのまま継承しつつ壁面漸近挙動を満足させることができる。また本研究では、 k と ε の方程式中に現れるモデル定数を改めて検討し直し、これについても若干の修正を加えた。

これらの改良が施された新しい $k-\varepsilon$ モデルを種々の壁乱流に適用した結果、二次元チャンネル内乱流や逆圧力こう配流れにおいて従来モデルと同等以上の精度を有しながら、なおかつ、従来の $k-\varepsilon$ モデルによる予

(a) ケース 1

(b) ケース 2

図 10 壁面上の圧力分布(ケース 1, 2)

(a) x 軸方向速度

(b) y 軸方向速度

(c) 乱流エネルギー

(d) レイノルズ応力

図 11 乱流諸量の分布(ケース 3)

測精度がはなはだ不十分であったバックステップ流れの再付着距離についても、極めて高い精度で予測できることを示した。また、信頼性の高い笠木らの実験結果⁽²²⁾と比較することにより、再付着距離のみならず、速度や乱流諸量の空間的な分布に関しても、高い予測精度を有していることを確認した。さらに、本モデルのような低 Re 数形 $k-\epsilon$ モデルを用いて計算を行うことにより、バックステップ流れにおける再付着距離のレイノルズ数依存性に関しても、実験結果どおりに再現できることを示した。

以上の検証により、はく離・再付着を伴う壁乱流の予測において、本 $k-\epsilon$ モデルが非常に有効であると結論できる。

文 献

- (1) Kline, S. J., ほか2名編, *Proc. 1980-1981 AFOSR-HTTM-Stanford Conf. Complex Turbulent Flows: Comparison Comput. Expe. I, II and III*, Stanford Univ., (1981).
- (2) 明・笠木, 機論, 54-507, B(1988), 3003.
- (3) 明・笠木, 機論, 54-508, B(1988), 3512.
- (4) 長野・ほか2名, 機論, 55-512, B(1989), 1008.
- (5) Zhang, C. and Sousa, A. C. M., *Trans. ASME J. Fluids Eng.*, 112(1990), 48.
- (6) 笠木・ほか2名, 第3回数値流体力学シンポジウム講演集, (1989).
- (7) Ferziger, J. H. (Kline, S. J. and Afgan, N. H. 編), ほか4名, *Near-Wall Turbulence* (1990), 800, Hemisphere.
- (8) Speziale, C. G., *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 23(1991), 107.
- (9) Leschziner, M. A. and Rodi, W., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, 103(1981), 352.
- (10) Park, S. W. and Chung, M. K., *AIAA J.*, 27(1989), 340.
- (11) Avva, R. K., ほか2名, *AIAA-88-0611*(1988).
- (12) Nagano, Y. and Hishida, M., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, 109(1987), 156.
- (13) Patel, V. C., ほか2名, *AIAA J.*, 23(1985), 1308.
- (14) Bradshaw, P., ほか, Academic Press, 88(1981).
- (15) Kim, J., ほか, *Collaborat. Test. Turbulence Models*, Data disk No. 4(1990).
- (16) Hussain, A. K. M. F. and Reynolds, W. C., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, 97(1975), 568.
- (17) Samuel, A. E. and Joubert, P. N., *J. Fluid Mech.*, 66(1974), 481.
- (18) Bradshaw, P., ほか2名, *Collaborat. Test. Turbulence Models*, Stanford Univ., Newsletter, No. 1(1990).
- (19) Kawamura, K. and Kuwahara, K., *AIAA-84-0340*(1984).
- (20) Kim, J., ほか2名, *Rep. MD-37*, Stanford Univ., (1978).
- (21) Eaton, J. K. and Johnston, J. P., *Rep. MD-39*, Stanford Univ., (1980).
- (22) 笠木・ほか2名, 第9回流体計測, 第6回流体制御合同シンポジウム講演集, (1991-12).
- (23) 近藤・ほか2名, 機論, 57-536, B(1991), 220.
- (24) Amano, R. S. and Goel, P., *AIAA J.*, 23(1985), 1356.
- (25) Obi, S. and Peric, M., *AIAA J.*, 29(1991), 585.
- (26) 森西・小林, 第6回NSTシンポジウム論文集, (1990), 27.