Log-spiral 形ダクト内の衝撃波収束の数値シミュレーション*

高橋 則之^{*1}, 沢田 恵介^{*2}, 井上 督^{*2}

Simulation of Shock Focusing in a Log-Spiral Duct

Noriyuki TAKAHASHI, Keisuke SAWADA and Osamu INOUE

Shock wave focusing in a log-spiral duct is numerically studied by a finite volume method. A MUSCL TVD scheme with flux-vector splitting is applied to the Euler equations. Results show that an initially planar shock wave accelerates along the log-spiral wall and deforms in shape, but no reflected shock wave appears during implosion. With further increasing distance, the pressure gradient along the shock wave becomes stronger, and eventually a second shock wave forms behind the incident shock wave; a triple point and a shear layer appear. After focusing, the reflected shock wave moves outward. An interaction between the reflected shock wave and the second shock wave produces a triple point. As a result, a second shear layer appears. At the same time, another interaction between the reflected shock wave and the original shear layer which formed during implosion also produces a shear layer. These two interactions are coupled to produce a strong vortex behind the reflected shock wave.

Key Words: Shock Focusing, Log-Spiral Duct, Triple Point, Shear Layer, Vortex, MUSCL TVD Finite Volume Method

1. 緒 言

衝撃波を用いて局所的に極限状態を発生する現象は衝撃波収束と呼ばれ過去に数多くの実験がなされてきた。なかでも log-spiral 形ダクトによる衝撃波収束は平面衝撃波を用いて効率良く高温高压を得ることができるとの研究が報告されている⁽¹⁾⁻⁽³⁾。このダクトを用いた実験において観察されている特徴的な現象は、衝撃波収束時に反射衝撃波を形成しないこと、収束後ダクト外側に向かって進行する反射衝撃波の背後に一つの渦が現れることである。当研究では数値計算によりダクト内で衝撃波の収束する様子、および収束後反射衝撃波背後に現れる渦の発生のメカニズムについて考察する。数値計算は二次元非定常 Euler 方程式を二次精度 MUSCL 形有限体積法を用いて解くことにより行った。

2. 数 値 計 算

当研究で用いられる Log-spiral 形ダクトは以下の式で記述される壁面形状からなる (図 1)。

* 原稿受付 平成 4 年 4 月 20 日。

^{*1} 富士重工業(株) (〒320 宇都宮市陽南 1-1-11)。^{*2} 正員, 東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平 2-1-1)。

$$r = R \exp \left(\frac{\chi - \theta}{\tan \chi} \right) \dots \dots \dots (1)$$

ここで r は極座標の半径, R は収束点からダクト下端までの距離, θ はダクト上面からの角度, χ は特性角⁽³⁾とよばれるもので衝撃波移動速度の関数である。入射した衝撃波は log-spiral 壁上で加速するため、特性角 χ は変化するが、 $M > 2.2$ においては実質的にほぼ一定とみなせるため、当研究では特性角 χ は一定と仮定した。ダクト形状は代表長さ L と特性角 χ を与えることにより一意に決定される。

基礎方程式は、二次元の Euler 方程式に発散定理を適応したものを用いた。

図 1 Log-spiral 形ダクト形状

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} Q dx dy + \int_{\partial\Omega} (En_x + Fn_y) dl = 0 \quad \dots (2)$$

ここで Q は保存変数, E, F は flux vector で, それぞれ次のように表される,

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \end{pmatrix} \quad \dots (3)$$

ここで, ρ, u, v, e, p はそれぞれ密度, x, y 方向の速度, 単位体積当たりのエネルギー, および圧力である. Ω は x - y 平面上的領域, $\partial\Omega$ はその境界, dl は境界の

長さ, n_x, n_y はそれぞれ Ω 上で垂直外向きなベクトルの x, y 成分である. 計算方法は空間方向に二次精度の MUSCL 型有限体積法⁽⁴⁾⁽⁵⁾, 時間方向に二次の Runge-Kutta 法⁽⁶⁾を用いた. 初期条件は比熱比を 1.4 とし, Rankine-Hugoniot の式で与えた. 境界条件は壁面上で滑り条件を与えている. 今回の計算では, 四辺形セルを使用した. 計算格子はポアソン方程式を用いて内点を発生させた. 格子数は log-spiral 壁に沿って 1600 点, ダクトの高さ方向に 200 点とした.

3. 計算結果

入射マッハ数 $M_s = 2.32$, ダクトの特性角 $\chi = 22.5^\circ$

(a) $t = 0.3854$

(b) $t = 0.4303$

(c) $t = 0.5165$

図 2 計算結果 全体図

の場合の計算結果を以下に示す。図2に全流れ場の計算結果（等密度線）を、図3に角近傍の流れ場（等密度線）を示す。図中の無次元時間の基準値は直線壁の長さ L を衝撃波前方の静止領域内音速で除した値であり、時間表示の後の括弧内の数字は図の拡大率を示

す。ダクト内に入射した平面衝撃波は壁面と垂直性を保ちながら進行していく。ダクト上面は直線壁であるから衝撃波は等速で進行するが、下面は log-spiral 壁であるから壁面上で密度および圧力が増し、衝撃波は加速する。この結果、衝撃波面は湾曲し [図2(a),

図3 計算結果（角近傍拡大図）

3(a)] 衝撃波が進行するにつれて衝撃波に沿う方向の圧力こう配が大きくなり、第2の衝撃波 [図3(b)左下] が発生する。この第2の衝撃波の発生により三重点が形成され、滑り線が発生する [図3(b)右下]。衝撃波の収束時 [図3(c)] にも、第2の衝撃波と滑り線はそのまま残っている。収束後、反射衝撃波が外側に向かって進行する。このとき反射衝撃波と第2の衝撃波が干渉して新たな三重点を形成し、第2の滑り線が発生する [図3(d)]。また同時に反射衝撃波と収束時に形成された滑り線とが干渉し、さらに第3の滑り線が発生する。反射衝撃波が進行するにつれてこれらの干渉は弱まるが、干渉によってつくられた渦度はそのまま残り、融合して一つの渦を反射衝撃波背後に形成する [図3(e)]。図3(e)より渦のなかに新たに垂直衝撃波がつくられていることがわかる。時間が進み、この渦も弱まり垂直衝撃波も消滅する [図3(f)]。計算結果を Milton の実験結果⁽⁹⁾と比較すると、収束点付近での流れ場の様子は正確に比較することができないが、入射時や反射時の流れ場の様子は非常に良く似かよっている。

Log-spiral 形ダクトの形状は、ray-shock theory⁽⁷⁾⁻⁽¹⁰⁾の特性線を直線壁上に集中させ、特性線の交差が起こらないように決定される。このため log-spiral 形ダクトでは入射した衝撃波は三重点を形成しないと予想された。しかし計算結果は実際には三重点が形成されることを示している。当計算結果における特性線を調べてみると特性線の交差は起こっていない。異なるマッハ数および異なる log-spiral ダクト形状においても同様の結果を得たことから、収束過程における三重点の形成は ray-shock theory で予想されているものとは異なる原因によって起こったものであると思われる。その原因としては、log-spiral 形ダクトの設計に用いた characteristic rule が準一次元流れの仮定から導かれているために、このように衝撃波に沿って大きな圧力こう配を持つ湾曲した衝撃波においてはこの仮定が破られるためと考えられる。ただ代表長さに対して収束点からの距離が2~3%の所から三重点の形成が起きていることから、log-spiral 形ダクトの理論はダクトの角近傍を除けば比較的良い近似を

与えていると考えられる。

4. 結 論

Log-spiral 形ダクト内の衝撃波収束過程を、流束分離法に基づいた MUSCL 形 TVD 有限体積法により数値的に解析することにより、反射衝撃波背後に渦が発生するメカニズムに関して以下のような知見を得た。入射した衝撃波は log-spiral 壁上で加速・湾曲し、衝撃波背後に大きな圧力こう配が発生する。この急激な圧力こう配をささえるために新たな衝撃波が形成され、三重点が発生する。この時点で ray-shock theory は破たんする。この三重点から滑り線が発生させながら衝撃波はさらに収束過程を進行させる。衝撃波の収束時においても第2の衝撃波と滑り線は存在する。収束後衝撃波は外側に向かって進行していくが、このとき反射衝撃波は第2の衝撃波、滑り線と干渉し、それぞれ新たに三重点と滑り線を形成する。これらの滑り線よりつくりだされた渦度が融合して、最終的に反射衝撃波背後に1個の渦を形成する。

数値計算は東北大学流体科学研究所の CRAY Y-MP を用いた。この研究は、文部省科学研究費補助金重点領域研究「衝撃波」の助成による。当研究に対して多くの助言をいただいた東北大学流体科学研究所高山和喜教授に感謝の意を表す。

文 献

- (1) Milton, B. E., *AIAA J.*, **13**-11(1975), 1531.
- (2) Milton, B. E., Takayama, K. and Archer, R. D., *Proc. 16th Int Symp. Shock Tubes Waves*, Aachen, (1987), 567.
- (3) Milton, B. E., *Proc. Int Workshop on Shock Wave Focus.*, Sendai, Japan, (1989), 155.
- (4) Steger, J. L. and Warming, R. F., NASA TM-78605 (1978).
- (5) Leer, B. V., *Proc. 8th ICNMF, Lecture Notes Phys.*, **170**(1982), 507.
- (6) Hirsch, C., *Numerical Computation of Internal and External Flows*, (1988), 445, John Wiley and sons.
- (7) Chisnell, R. F., *J. Fluid Mech.*, **2**(1957), 286.
- (8) Whitham, G. B., *J. Fluid Mech.*, **2**(1957), 145.
- (9) Whitham, G. B., *J. Fluid Mech.*, **4**(1958), 369.
- (10) Whitham, G. B., *J. Fluid Mech.*, **5**(1959), 337.