LES による二重円管内乱流の解析*

(第1報, メッシュ数の影響)

佐竹 信一^{*1}, 河村 洋^{*2}

Large Eddy Simulation of Turbulent Flow in a Concentric Annulus

(1st Report, Effect of the Computational Grid Number)

Shin-ichi SATAKE and Hiroshi KAWAMURA

Turbulent flow is often encountered in various engineering fields such as mechanical and nuclear engineering. Recent computer development has enabled the numerical simulation of turbulence such as direct numerical simulation (DNS) and large eddy simulation (LES). The LES is a numerical technique in which the large-scale turbulent structures are computed explicitly by the Navier-Stokes equation, and small structures are modeled by a so-called sub-grid model. In this study, fully developed turbulent channel and annulus flows are analyzed numerically using LES. In the case of channel flow, the present numerical results are found to agree well with those of the direct numerical simulation by J. Kim et al. For annular flow, comparison with the experimental data by Rehme showed that the asymmetric velocity field is well reproduced by the present calculation but some systematic discrepancy still remains. This is probably due to a relatively large mesh on the outer surface inevitable in the cylindrical coordinate.

Key Words: Turbulence, Computational Fluid Dynamics, Large Eddy Simulation, Channel Flow, Annulus Flow

1. 緒 言

近年の計算機の発達によって, DNS (Direct Numerical Simulation) および LES (Large Eddy Simulation) などの三次元, 非定常性を表現する乱流数値解析が可能となりつつある。LES は, 格子スケール以下の消散作用を渦粘性に置き換えこれにモデルを適用する手法で, モデルを導入するものの, DNS よりも高いレイノルズ数の流れ場をシミュレートできることが有利な点である。これまでかなりの LES が行われてきたが, 大部分は平行平板乱流のような直角座標系に対して行われてきた。本研究は, 円筒座標系を用いて二重円管内乱流に LES を適用しようというものである。二重円管内乱流は, 熱交換器や原子炉燃料要素などにしばしば現れる流れ場で, 流体力学的にも流速分布が最大流速の位置に対して非対称になるなどの興味ある性質を有している。

実験的には, 各種の内外径比を有する二重円管内乱流に対して平均流速や乱れ強度の分布が得られており⁽¹⁾, LES による解析結果を検討することが可能であ

る。円筒座標系を用いた LES としては, Schumann⁽²⁾ が二重円管内乱流について, Unger-Friedrich⁽³⁾ が円管内乱流について LES 計算を行っているが, いずれも半径方向のメッシュ点数が少ないため, 壁面近傍の速度境界条件に一種の壁法則を適用している。また Schumann は, サブグリッドモデル (SGS) として一方程式形のモデルを用いている。本研究においては, 計算アルゴリズムは Schumann⁽²⁾ に基づいてはいるが, 壁法則は用いず, 壁面ではノンスリップ条件を課した計算を試みた。これにより, 壁近傍の乱流構造についても議論可能となることが期待される。円筒座標系においては, 半径が大きくなるにつれて周方向のメッシュ幅が大きくなることが避けがたい。そのため, 計算の安定性やサブグリッドモデルにおいて, 直角座標系とは異なる問題の生ずる可能性も考えられる。

そこで本報では, 第1報として一般的な Smagorinsky モデルを用い, 格子数を変化させてメッシュ数の計算結果への影響を把握することを目的としている。そこでまず最初に今回の計算手法を検証するために, これまでも多くの計算が行われている十分発達した平行平板間乱流に対して LES を適用し, Kim ら⁽⁴⁾ の DNS と比較する。その後内外径比が 0.1 の二重円管内乱流について計算を行い, Rehme⁽¹⁾ の実験結果と比

* 原稿受付 平成4年4月28日。

^{*1} 学生員, 東京理科大学大学院 (現在: 東京大学大学院)。

^{*2} 正員, 東京理科大学理工学部 (〒278 野田市山崎 2641)。

較した。流れ場に対する内外径比の影響や、内管側に生ずる乱れの相対的な減少など二重円管内乱流における特徴的な現象については、統報⁽⁵⁾で報告する。

2. 基礎方程式

2.1 平行平板間乱流基礎方程式 座標系は、流れ方向を x_1 、壁に垂直な方向を x_2 、スパン方向を x_3 としそれぞれの方向の速度を u_i ($i=1, 2, 3$) とする。流れ場は x_1 および x_3 方向に周期的とし、壁面上ではノンスリップ条件とする。流れは x_1 方向の平均圧力こう配 ($2\delta_{1i}$) により駆動される。無次元化に際し、代表速度を壁面摩擦速度 u_τ 、代表長さをチャンネル幅 D 、代表時間を D/u_τ とするとグリッドスケール (GS) の連続の式と運動方程式は、以下のように表される。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + 2\delta_{1i} \quad \dots\dots\dots (2)$$

上式の導出にあたっては、圧力を平均圧力と変動圧力に分けており、前者の x_1 方向こう配が $2\delta_{1i}$ に、後者の x_i 方向こう配が $-\partial P/\partial x_i$ に対応する。

SGS モデルには Smagorinsky モデル⁽⁶⁾を用いる。 ν_t は SGS 渦粘性係数で、以下のように表される。

$$\nu_t = (c_s \cdot \Delta \cdot f_s)^2 \sqrt{2S_{ij} \cdot S_{ij}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

フィルタ幅にはメッシュ幅を用いる。

$$\Delta = (\Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3)^{1/3} \quad \dots\dots\dots (5)$$

また、フィルタ幅に van Driest 形⁽⁷⁾の壁面減衰関数を乗じている。

$$f_s = 1 - \exp \left(-\frac{y^+}{A^+} \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで $y^+ = y u_\tau / \nu$ (y : 壁からの垂直方向距離, ν : 動粘性係数) であり、経験的に定める定数 A^+ は、一般的に用いられている値 25 とした。

2.2 二重円管内乱流基礎方程式 二重円管内乱流では、円筒座標系を用い、流れ方向を x 、半径方向を r 、円周方向を θ とする。それぞれの方向の速度は u, v, w とする。無次元化には、両壁面の平均せん断力に基づく壁面摩擦速度 $u_{\tau av}$ 、代表長さを外径と内径の差 $D = R_2 - R_1$ を用いる。すると、円筒座標系で表した GS 連続の式と運動方程式は、以下のように表される。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{v})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\bar{u}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{v}\bar{u})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}\bar{u}}{\partial \theta}$$

$$= -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \right] + 2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{v}\bar{v})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}\bar{v}}{\partial \theta} - \frac{\bar{w}^2}{r} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \frac{\bar{w}}{r} \right) \right] - \frac{1}{r} \left[2 \left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} + \frac{\bar{v}}{r} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\bar{w}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{w}\bar{v})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}\bar{w}}{\partial \theta} + \frac{\bar{v}\bar{w}}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \frac{\bar{w}}{r} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[2 \left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} + \frac{\bar{v}}{r} \right) \right] + \frac{1}{r} \left[\left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \frac{\bar{w}}{r} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (10)$$

円柱座標表示の SGS 渦粘性係数 ν_t は、以下のよう

$$\nu_t = (c_s f_s \Delta)^2 \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} + \frac{\bar{v}}{r} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \frac{\bar{w}}{r} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

円柱座標の場合、フィルタ幅は以下のように表される。

$$\Delta = (\Delta x \cdot \Delta r \cdot r \Delta \theta)^{1/3} \quad \dots\dots\dots (12)$$

また、壁面減衰関数 f_s には以下のように平行平板間乱流と同様の van Driest 形式 (6) を用いるが、 A^+ を内壁側では 25 外壁側では 15 とした。定数 A^+ を通常の 25 として予備計算を行ったところ、外壁側で平均流速が大きくなりすぎる傾向がみられた。これは、外壁側でスパン方向のメッシュが大きくなるためと考えられる。そこで以下では内壁側では $A^+ = 25$ 、外壁側では $A^+ = 15$ として計算を行った。

3. 計算手法

計算アルゴリズムは、平行平板間乱流と二重円管内乱流では変わらないので、平行平板間乱流の場合について説明する。式 (1) と式 (2) は以下のようにカップ

リングして解くことができる。まず式(2)を以下のように変形する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} = & -\frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu_t + \frac{1}{Re_\tau} \right) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + 2\delta_{ij} \\ = & F_i^n - \frac{\partial P}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (13)$$

陽的時間進行法はChorin⁽⁸⁾の方法を用いる。すなわち時間 Δt については、二次のAdams-Bashforth法を用いて以下のように進行させる。

$$\bar{u}_i = u_i^n + \Delta t \left(\frac{3}{2} F_i^n - \frac{1}{2} F_i^{n-1} \right) \quad (14)$$

次に次式で与えられるポアソン方程式を解いて圧力 P を求め、さらに時間を進める。これらの基礎式を解くためにスタガード格子を用い、空間離散化には二次中心差分を用いる。

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x_i^2} = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = Q \quad (15)$$

$$u_i^{n+1} = \bar{u}_i - \Delta t \frac{\partial P}{\partial x_i} \quad (16)$$

また、式(15)の解法には森西⁽⁹⁾らと同様の離散フーリエ展開を用いる。 P と Q にそれぞれフーリエ展開を施し、以下のように表す。 Nx_1, Nx_3 は x_1 および x_3 方向の格子数である。

$$\begin{aligned} P_{i,j,k} &= \sum_{l=-\frac{Nx_1}{2}}^{\frac{Nx_1}{2}-1} \sum_{n=-\frac{Nx_3}{2}}^{\frac{Nx_3}{2}-1} \tilde{P}_{l,j,n} e^{2\pi\sqrt{-1}\{(il/Nx_1)+(kn/Nx_3)\}} \\ Q_{i,j,k} &= \sum_{l=-\frac{Nx_1}{2}}^{\frac{Nx_1}{2}-1} \sum_{n=-\frac{Nx_3}{2}}^{\frac{Nx_3}{2}-1} \tilde{Q}_{l,j,n} e^{2\pi\sqrt{-1}\{(il/Nx_1)+(kn/Nx_3)\}} \end{aligned} \quad (17)$$

これらを式(15)に代入するとフーリエ係数の一次元ポアソン方程式が得られ、三重対角行列アルゴリズム(TDMA)を用いて解が求められる。

$$\frac{\partial^2 \tilde{P}_{l,j,n}}{\partial x_2^2} + (k_1'^2 + k_3'^2) \tilde{P}_{l,j,n} = \tilde{Q}_{l,j,n} \quad (18)$$

ここに

$$k_1'^2 = \frac{2}{(\Delta x_1)^2} \left(\cos \frac{2\pi l}{Nx_1} - 1 \right)$$

$$k_3'^2 = \frac{2}{(\Delta x_3)^2} \left(\cos \frac{2\pi n}{Nx_3} - 1 \right)$$

である。

4. 計算条件

4.1 平行平板間乱流の計算条件 計算領域は、流れ方向に $3.2D$ 、スパン方向に $1.6D$ をとっている。メッシュ数は $64 \times 60 \times 64$ とし、壁に垂直方向には不等間隔格子を用いている。Smagorinsky定数は通常用いられている $C_s=0.1$ とする。レイノルズ数は、KimらのDNSと比較するため、 $Re_\tau = u_\tau D / \nu = 360$ とし

た。流れ場の初期条件として、Kimら⁽⁴⁾のDNSの乱れ強度分布の3倍の乱数を与えた(3倍以下の値を与えると、発達過程で乱れが減衰し、大きな値では発散する傾向がみられた)。時間刻みは $\Delta t=0.0005$ で、十分発達したと思われるステップから時間平均をとるのに6000ステップを要した。

4.2 二重円管内乱流の計算条件 計算領域を図1に示す。

流れ方向の計算領域 L_x は、 $4.0D$ または $3.2D$ とした。円周方向は π あるいは 2π としている。また、メッシュ数は $32 \times 50 \times 32$, $32 \times 50 \times 128$, $64 \times 50 \times 128$, $64 \times 50 \times 256$ の4種類とした。いずれも半径方向は不等間隔格子である。これら計算領域、メッシュ数の組合せを表1に示す。必要なメッシュ数は、流れのレイノルズ数に依存するため、壁面諸量(u^* および ν)で無次元化したメッシュ幅を表1に示した。

Smagorinsky定数は平行平板間乱流と同様の $C_s=0.1$ とする。Rehmeの実験と比較するため、内外径比を $R_1/R_2=0.1$ とし、レイノルズ数 $u_{\tau,av} D / \nu = 895$ とした。時間刻みは、case1で $\Delta t=0.0007$ 、case2で $\Delta t=0.0003$ 、case3,4で $\Delta t=0.0002$ であり、十分発達したと思われるステップから時間平均をとるのに6000ステップを要した。

5. 計算結果

5.1 平行平板間乱流 図2に平均速度分布を示す。今回の計算はKimらのDNSの結果とよく一致している。図3には全せん断力およびレイノルズ応力

表1 計算条件

	case1	case2	case3	case4
Mesh($x \times r \times \theta$)	$32 \times 50 \times 32$	$32 \times 50 \times 128$	$64 \times 50 \times 128$	$64 \times 50 \times 256$
Region($L_x \times L_r \times L_\theta$)	$3.2D \times D \times \pi$	$4.0D \times D \times 2\pi$	$4.0D \times D \times 2\pi$	$4.0D \times D \times 2\pi$
Mesh width($\Delta x^+, \text{inner}$)	110.0	137.6	68.8	68.8
Mesh width($\Delta x^+, \text{outer}$)	87.0	109.0	54.8	54.8
Mesh width($r^+ \Delta \theta, \text{inner}$)	12.0	6.0	6.0	3.0
Mesh width($r^+ \Delta \theta, \text{outer}$)	95.6	47.8	47.8	23.9

図1 計算領域

$\overline{u_1' u_2'}$ を示す。レイノルズ応力は、グリッドスケール分 (Δ) とそれにサブグリッド分 (SGS) を加えた場合の ($\square$) の両方を示している。全せん断力が両壁面間ではほぼ直線となっていることから、流れが十分発達していることがわかる。また $\overline{u_1' u_2'}$ の GS 成分と GS 成分 + SGS 成分がほとんど変わらないことから、十分な解像度が得られていると考える。図 4 に乱流強度分布を示す。各成分の乱流強度分布は Kim らの DNS の結果

図 2 平均速度分布 (平行平板間乱流)

図 3 せん断応力 (平行平板間乱流)

図 4 乱流強度分布 (平行平板間乱流)

とよく一致する。これらの結果から、今回の計算手法などが妥当であることがわかり、またこの程度格子点数を用いれば、少なくとも乱れの低次の平均量については LES によっても十分よく DNS の結果が再現できるといえる。

5.2 二重円管内乱流の平均速度分布 図 5 に case 1 の場合の Rehme の実験値と比較した平均速度分布を示す。平均流速分布は全領域にわたり実験値 (●) よりも高くなっている。また、非対称性も実験値より小さい。レイノルズ数を 700 に低くした計算結果も同時に示してあるが、とくに中央部から外壁側にかけて実験値との一致は良くない。図 6 に case 1 の場合の内外壁の平均速度分布を示す。比較のため図 2 と同じ普遍速度分布を実数で示す。また、横軸は、それぞれの壁面摩擦速度で無次元化された無次元距離である。外壁側では対数則からかなりずれているが、内壁側では実験値との一致はほぼ良好である。このように、とくに外壁付近の解像度が悪いが、これは円柱座標表示のため外壁付近で円周方向のメッシュ幅が大きくなるためと考えられる。

図 7 に case 2 と case 3 の場合の平均速度分布を示

図 5 平均速度分布 (case 1)

図 6 内外壁の平均速度分布 (case 1)
(実線は図 2 と同じ普遍速度分布)

す。case 2 の場合の速度分布は、case 1 のときよりもかなり改善され、速度の最大点付近以外は実験値と良く一致している。これは、円周方向の解像度が2倍になっているからであると考えられる。しかし流速最大点付近では計算値は実験値よりもかえって小さくなっている。そこで流れ方向のメッシュ数を2倍にしたのが case 3 である。これによって流速最大付近でも、実験値と良く一致する流速分布が得られた。

このように LES における格子点数の影響は非常に大きく、格子点数が少なすぎる場合、計算は進行するものの、一般には実際よりも大きすぎる流速が得られる。この傾向は、メッシュ幅が大きくなる外壁側で顕著である。これは、メッシュが大きいと乱流混合が十分計算されず SGS 分を簡単な SGS モデルでは十分正確に評価できないためと考えられる。また、case 2 と case 3 の比較から各方向のメッシュ数のバランスも重要であることがわかる。図 8 に case 3 の内壁側平均速度分布と外壁側平均速度分布を示す。外壁側の速度分布は、実験値および対数則とも良く一致している。内壁側の速度分布は実験値の傾向を良く再現しているものの定量的にはやや不一致がみられる。これはこの実験 ($R_1/R_2=0.1$) においては、内管の固定にスペーサを用いている⁽¹⁾ ため、その影響が現れているとも考えられる。実際、続報⁽⁵⁾ に述べるようにスペーサを用いない他の実験との比較では、より良い一致が得られている。

5.3 二重円管内乱流の乱流強度分布 図 9~12 に case 1~4 の乱流強度分布を示す(ただし、両壁の壁面摩擦速度で平均化した速度 u_r で無次元化されている)。この四つの図を比べると case 1, 2, 3, 4 の順に実験値に近くなっていくが、case 1 では、 v' と w' が非常に低い、とくに外壁付近では立上りが全く一致していないのがわかる。これは、円筒座標によるメッシュ幅の影響を直接に受けているためであろう。また、主

図 7 平均速度分布 (case 2, 3)

流成分は非対称な分布ではなく対称な分布に近づいている。これは前述のように、円筒座標系ではとくに外壁側のメッシュ幅が大きくなるため流れ方向の乱れエネルギーの半径方向、円周方向の再分配が十分に再現されていないことを示している。

case 2, 3, 4 とメッシュ数を大きくするにつれ、実験値との一致は改善される。しかし case 3 でも外壁側で v' および w' が小さすぎる傾向は変わらず、外壁側ではこの程度のメッシュ幅ではまだ不十分であることがわかる。内壁側では実験値との一致はほぼ良好である。この場合、内壁側では乱れ強度の異方性が外壁側に比べて大きくなるという興味ある傾向がみられるが、この原因については今後の課題である。

5.4 二重円管内乱流の瞬時速度場 r - θ 断面の瞬時速度ベクトルを、case 1, 3, 4 の場合について図 13~15 にそれぞれ示す。case 1, 3 ではいずれも、内壁近傍に激しい渦構造がみられる。他方 case 1 の外壁付近では渦構造がほとんどみられない。これは外壁付近のメッシュが粗すぎるためと考えられる。これに比べ case 3 では、外壁付近にも渦構造がみられる。さらに case 4 では、さらに多数の細かい渦が外壁付近にも現れている。このようにメッシュを増やすと GS 以下に埋もれていた構造が現れてくるのは、SGS モデルの原理的な特性によると考えられる。他方内壁付近については case 3 と case 4 の間に大きな差異はみられないことから、内壁付近についてはほぼ十分なメッシュ数が確保されていると考えられる。なお、この場合内壁上のせん断速度 u^* と動粘性係数 ν で内管の周長を無次元化すると約 700 であるから、内壁上における周方向の 1 メッシュは case 3 で約 5.5, case 4 で約 2.7 となり DNS の計算例と比較しても十分小さく、上記の考察が裏づけられる。

図 8 内外壁の平均速度分布 (case 3)
(実線は図 2 と同じ普遍速度分布)

6. 結 言

二重円管内乱流の計算のための試験計算で行った平行平板の解析では Kim らの DNS と比較し, 平均速度分布および乱流統計量が良く一致することを確認し

図 9 乱流強度分布 (case 1)

図 10 乱流強度分布 (case 2)

図 11 乱流強度分布 (case 3)

図 12 乱流強度分布 (case 4)

図 13 r - θ 断面の速度ベクトル図 (case 1) 図 14 r - θ 断面の速度ベクトル図 (case 3) 図 15 r - θ 断面の速度ベクトル図 (case 4)

た。二重円管内乱流では、円筒座標系であるため、円周方向のメッシュ数を十分に確保しなければ、平均流速に対しても影響を及ぼし、実験値との一致が得られない。また、変動量のみならず流速の瞬時値に現れる構造についても、とくに外壁側においてメッシュ数に依存する系統的な差異がみられた。

計算手法についてドイツ・Karlsruhe研究所のGrötzbach博士、名古屋工業大学の森西洋平先生、東京大学生産技術研究所の水尾勝氏に貴重なご教示を得た。また、計算実施にあたっては日本原子力研究所、高温工学研究室 菱田誠室長、切刀資彰氏、情報システムセンター秋元正幸室長、横川三津夫氏のご協力を得

た。

文 献

- (1) Rehme, K., *J. Fluid Mech.*, **64**(1974), 263-287.
- (2) Schumann, U., *J. Comput. Phys.*, **18**(1975), 376-404.
- (3) Unger, F. and Friedrich, R., *Proc. 8th Symp. Turbulent Shear Flows*, **2**(1991), 19-3-1.
- (4) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., *J. Fluid Mech.*, **177**(1987), 133-166.
- (5) 佐竹・河村, 機論, **59**-557, B (1993), 116.
- (6) Smagorinsky, J., *Month. Weather Rev.*, **91**(1963), 99-164.
- (7) van Driest, E. R., *J. Aeronaut. Sci.*, **23**(1956), 1007-1011.
- (8) Chorin, A. J., *Math. Comput.*, **22**(1968), 745-762.
- (9) 森西・小林, 機論, **55**-511, B(1989), 615-623.