正方形断面管路内乱流におけるストリーク構造*

(流れの可視化および流速測定による同定)

河 原 源 太*¹, 鮎 川 恭 三*¹越 智 順 治*¹, 渡 部 哲 也*²Streaky Structures in a Turbulent Square-Duct Flow
(Identification of Streaky Structures by
Combined Flow Visualization-Velocity Measurement Techniques)Genta KAWAHARA, Kyoza AYUKAWA,
Junji OCHI, and Tetsuya WATANABE

Streaky structures have been studied in a fully developed turbulent square-duct flow by using combined dye flow visualization-LDV velocity measurement techniques. Transverse distributions of low-speed streaks and mean streak spacing are shown in the near-wall region, i. e., $y u_{\tau}/\nu < 25$. At $z/H < 0.16$, the transverse distribution of the low-speed streaks is homogeneous and their spacing is about $90\nu/u_{\tau}$, which suggests that the streaky structures near the wall bisector may be similar to those in turbulent boundary layers. In addition, the transverse distance between the visually identified low-speed streak and the velocity-measurement point was measured for each set of visual data. Conditioning the velocity fluctuations on this transverse distance, conditional probability density distributions of the axial, wall-normal and spanwise velocity fluctuations are shown. These distributions suggest the existence of quasi-streamwise vortical motions associated with the visualized streaky structures, their wall-normal dimension and the intermittency of their appearance.

Key Words: Turbulence, Turbulent Flow, LDV, Flow Visualization, Streaky Structure, Wall Turbulence, Square Duct

1. 緒 言

乱流境界層や二次元チャネル乱流などの壁面せん断乱流の壁近傍には、ストリーク構造とよばれる組織的な乱流構造が存在することが広く知られている。ストリーク構造は、流れ方向に長く伸び、かつスパン方向に交互に並んだ低速な流体部分（低速ストリーク）と高速な流体部分から構成され^{(1)~(3)}、低速ストリークが上昇、振動、そして崩壊する一連の過程、いわゆるバースティング⁽³⁾が知られるようになって以来、壁付近での乱れの生成⁽⁴⁾、運動量輸送^{(5)~(8)}、そして時間平均的な乱流の維持機構⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾に深く関与するものと認識されている。

これまで、ストリーク構造あるいはバースティング現象に対応する流動形態やその代表的なスケールに関しては、主に流れの可視化⁽¹¹⁾⁽¹²⁾あるいは流速測定⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾による検討がなされてきた。しかし、可視化に基づく結果と条件付抽出法に基づく流速測定結果は、バースト周期⁽¹²⁾⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾などの点で必ずしも一致してお

らず、可視化された組織的構造と条件付抽出法により検知されたイベントとの間にはかなりの相違があるものと予想される。今後、壁付近の流動機構を解明するためには、可視化された組織的な流動と条件付抽出法により検知されたそれとを定量的に比較検討したうえで、この両者の利点を生かした実験的研究が望まれるが、それにはまず可視化によってとらえられたストリーク構造まわりの流れを定量的に把握することが必要であると考えられる。

一方、非円形断面管路において見られる、管壁スパン方向に非一様で三次元的な平均流を有する壁面せん断乱流においては、ストリーク構造に関する直接的な知見は得られていない。

本報では、正方形断面管路内乱流の壁近傍に形成されるストリーク構造を染料注入法によって可視化し、低速ストリークの存在頻度のスパン方向変化およびそのスパン間隔のスパン方向への推移を示した。さらに、可視化の際に LDV (Laser-Doppler Velocimeter) による流速測定を併用し、流速測定点と可視化された低速ストリークとのスパン方向距離を与条件とする、変動速度の条件付確率密度を求めた。そこで、得られた条件付確率密度分布に基づいて可視化されたストリーク構造を形成する流動の形態について定量的に検討し

* 平成3年8月27日 流体工学部門講演会において講演、原稿受付 平成4年5月11日。

*¹ 正員、愛媛大学工学部 (〒790 松山市文京町3)。

*² 准員、日本電信電話(株) (〒100 東京都千代田区千代田1-1-6)。

た。

2. 実験装置および方法

実験に使用した管路系は既報⁽¹⁷⁾のものと同一である。管路系の直管部は長さが約9 mで、一辺の長さが100 mmの正方形断面を有する。この直管部は、流れの可視化およびLDVによる流速計測を行うため、透明なアクリル板で作製されている。なお、作動流体には水を使用した。

流れの可視化には、LDVによる流速測定を同時に行うことを考慮して染料注入法を採用した。使用した染料は、フルオレセインを少量のエタノールで溶解した後に水と混合させたもので、強い蛍光性を示す。管路入口から $60H$ (H :管路幅)下流の位置には10 mm間隔で10箇所以内径1 mmの孔が開けられており、そこから壁近傍の流れを乱さない程度の流量で染料を管内に注入した。この際に染料が管底面全体に行きわたるよう、その比重を1.04に設定した。注入された染料には管底から高さ $y=5\text{ mm}$ ($25\nu/u_\tau$, ν :水の動粘度, u_τ :摩擦速度)までの領域に管路両側面から1500 Wのハロゲン光が照射され、可視化された管底付近の流動を流速測定点の鉛直上方から16 mmムービカメラBOLEX H 16 SBMで撮影した。16 mmムービカメラの撮影速度は、図1に示す座標系において、 $(x, y, z)=(0, 30\nu/u_\tau, 0)$ の位置の管軸および管底垂直方向速度の積分時間スケールがそれぞれ1, 0.4 s程度であることから、流速を同時に測定することを考慮して18 frames/sに設定された。したがって撮影の時間スケールは $1/18\text{ s}$ ($1.4\nu/u_\tau^2$)程度となる。

流速の測定にはデュアルビーム1成分LDVシステムDANTEC 55 X-system 2を使用した。レーザ管には出力5 mW, 発信波長632.8 nm, ビーム径0.8 mmのHe-Neガスレーザ管NEC GLG 5350を用いた。レーザビームの交差角は 11.42° であり、この場合測定点における測定体積はおおよそ $0.2 \times 0.2 \times 1.2(\nu/u_\tau)^3$ となる。シードには市販の牛乳(粒径は $1\text{ }\mu\text{m}$ 以下)を使用した。流速の測定点は染料の注入孔から $8H$ (約4000

ν/u_τ)下流 $x=0$ の管底スパン中心 $z=0$ 上に位置し、管軸方向速度 u , 管底垂直方向速度 v およびスパン方向速度 w が測定された。LDVの出力信号はデジタルレコーダTEAC DR-F 1-5 Aによりサンプル周波数100 Hzで磁気ディスクに記録された。なお、流速データの統計処理はパーソナルコンピュータNEC PC-9801 DAによって行われた。

実験の際には流れの可視化と流速測定を同時に行い、16 mmムービーカメラのフレーム内にLEDランプを設置し、ランプを点灯させると同時に流速の記録を開始することによって両者の記録開始時刻を時間差0.06 s以内で一致させ、可視化結果および流速の測定結果を180 sほど記録した。したがって、各測定点における各速度成分に対する実験で得られた測定サンプル数は可視化結果が3240, 流速測定結果が18000となる。

実験時の流れの代表的なパラメータを表1に示す。ただし、 U_m は重量法によって測定した体積平均流速を表す。表1中の数値は各測定点における各速度成分に対する実験時のパラメータの平均で、動粘度 ν には2%, 摩擦速度 u_τ には1%, そして管路幅 H と体積平均流速 U_m に基づくレイノルズ数 Re には0.5%の偏差が認められた。

摩擦速度 u_τ は、スパン中心 $(x, z)=(-H, 0)$ 上での管軸方向平均速度分布に対数領域が認められた⁽¹⁷⁾ので、Clauserの対数則 $[u/u_\tau=2.44 \ln(yu_\tau/\nu)+4.9]$ に適合するように決定された。決定された u_τ によって正規化された乱れ強さ3成分がKimら⁽¹⁸⁾の二次元チャンネル乱流のDNS (Direct Numerical Simulation)と良い一致を示すこと⁽¹⁷⁾から、 u_τ が妥当に評価されていると判断した。また、これらの結果から管路試験部において流れが十分発達しているものと考えられる。

なお、以下管底垂直方向座標 y の無次元化には表1の数値から計算された粘性長さスケール $\nu/u_\tau=0.199\text{ mm}$ を用いるが、無次元化された数値には6%の偏差が存在する。

4. 管壁近傍のストリーク構造の可視化

4.1 低速ストリークの存在頻度のスパン方向変化

表1 正方形断面管路内乱流のパラメータ

$\nu\text{ m}^2/\text{s}$	$u_\tau\text{ cm/s}$	$Re=U_m H/\nu$
1.09×10^{-6}	0.547	6870

図1 使用した座標系

図2に可視化結果の一例を示す。可視化結果中には染料で満たされたしま状のパターン⁽¹⁹⁾が認められるが、本研究ではこれらのパターンを示す乱流構造を低速ストリークと判断した。可視化されたストリークは染料で満たされているので、ストリークの壁垂直方向の厚みとともにその蛍光強度も増すものと予想される。そこで、低速ストリークのスパン方向位置をストリーク内部において最も強い蛍光を発する位置と定義し、1sごとに可視化画像中のすべての低速ストリークに対して、1本のストリークにつき1回ずつランダムな管軸方向位置においてそのスパン方向位置を16mmフィルム解析機NAC SPORTIAS 300によって測定した。なお、可視化された低速ストリークには、乱流境界層⁽²⁰⁾あるいは二次元チャネル乱流⁽¹²⁾と同様の、ストリークが分岐あるいは合体する部分が認められた。そこで、分岐点および合体点を境にそれぞれが別個の低速ストリークであると判断して測定を行った。

図3は低速ストリークの存在頻度のスパン方向変化を示す確率密度分布である。ただし、分布の $z=0$ に関する対称性を確認したうえで z の絶対値を用いて整理した。可視化によってとらえられた低速ストリークは管路中央 $0 \leq z/H \leq 0.2$ ではほぼ一様に分布しているが、 $z/H > 0.2$ では存在頻度が増加し、 $z/H = 0.33$ で最大となり、管路角部に近づくにつれ急激に減少している。この存在頻度が最大となるスパン方向位置は、 $Re = 6200$ の正方形管内乱流に対する梶島ら⁽²¹⁾のLES (Large Eddy Simulation) において、二次流れによって生成された管軸方向の平均渦度が最大となるスパン方向位置とほぼ一致している。したがって、このスパン方向位置では、ヘリシティ密度 $\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega}$ ($\mathbf{u}$: 速度ベクトル, $\boldsymbol{\omega}$: 渦度ベクトル) の大きさがほかの位置に比べ大きくなっていると考えられる。ヘリシティ密度の大きさが大きくなるほどエネルギーカスケードを引き起こす非線形効果 $\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}$ が抑制される⁽²²⁾ため、

図2 管底付近の流れの可視化

この位置に形成されたストリーク構造はほかの位置に形成されたそれより長く存在し続けるものと予想される。一度形成されたストリーク構造が長時間持続することは、可視化によってそれを検出する頻度が増すことを意味するので、図3に示したストリーク構造の存在頻度がこの位置において最大になったものと推測される。

4・2 低速ストリークのスパン方向間隔

4・1節で述べた低速ストリークの位置測定の際に隣り合うストリーク間のスパン方向の間隔 λ_s を併せて測定した。ただし、流れのスパン方向の非一様性を考慮して λ_s を局所量として扱い、それを隣り合う二つのストリークの中点上で定義した。

図4に平均スパン方向間隔 $\bar{\lambda}_s$ のスパン方向分布を z の絶対値を用いて示す。 $0 \leq z/H \leq 0.16$ では、 $\bar{\lambda}_s$ はほぼ一様で、およそ $90\nu/u_\tau$ となっている。本研究では $\bar{\lambda}_s$ が壁からの距離に関する局所量として得られていないため乱流境界層⁽²⁰⁾や二次元チャネル乱流⁽¹²⁾に関する最近の結果と直接には比較できないが、 $yu_\tau/\nu \leq 20$ におけるそれらの結果に近い値であるといえる。したがって、4・1節で述べた低速ストリークの存在頻度の一様性も考慮すれば、管路中央のこの範囲では乱流境界層あるいは二次元チャネル乱流と同様のストリーク構造が実現されているものと考えられる。

一方 $z/H > 0.16$ では、 $\bar{\lambda}_s$ が管路角部に近づくにつれ単調に減少している。 $Re = 5810$ の正方形管内乱流

図3 低速ストリークの存在頻度のスパン方向変化

図4 低速ストリークの平均スパン間隔の推移

に対する Madabhushi-Vanka⁽²³⁾ の LES では $0 \leq z/H \leq 0.4$ で局所摩擦速度のスパン方向変化が 8% 以内であることから、この傾向は、 $z=0$ での摩擦速度 u_τ を用いて λ_s を正規化したことによるものではなく、管路側壁の影響によるものといえる。

5. 変動速度の条件付確率密度分布

可視化によってとらえられたストリーク構造を形成する流動形態を定量的に調べるため、次に示す手順で変動速度 3 成分 u' , v' および w' の条件付確率密度を求めた。ただし、乱流境界層および二次元チャネル乱流との比較のため、ここでは管路中央に形成されるストリーク構造を検討の対象とした。

まず、図 5 に示すように各可視化画像中の低速ストリークの中で流速測定点 $(x, z)=(0, 0)$ とのスパン方向距離が最も小さいものに着目して、 $x=0$ においてそのスパン方向位置 λ を測定した。次に、 λ を測定した画像の時刻に最も近い時刻に得られた速度成分 V を参照することによって、データの組 (λ, V) を得た。ここで、 V は u' , v' あるいは w' のいずれかである。そこで、このデータの組を用いて条件付確率密度

$$P_v(V|\lambda) = P(V, \lambda)/P(\lambda)$$

を求めた。ただし、 $P_v(V, \lambda)$ は V と λ の結合確率密度、 $P(\lambda)$ は λ の確率密度を表す。したがって、 $P_v(V|\lambda)$ は、流速測定点に最も近い低速ストリークが $z=\lambda$ に位置するときに測定点上でいかなる変動速度が実現されやすいかの目安となる。

5.1 管軸方向変動速度 図 6 (a) および図 6 (b) に $yu_\tau/\nu=30$ および 50 における管軸方向変動速度 u' の条件付確率密度分布を示す。ただし、条件付確率密度が λ の正負によらずほぼ一致した分布となることを確認し、図 6 中では λ の絶対値、すなわち流速測定点と低速ストリークとのスパン方向距離に対する条件付確率密度分布を示してある。

$yu_\tau/\nu=30$ においては、 $\lambda u_\tau/\nu=0$ での $u'=0$ 付近の分布は負側に片寄っており、多くの低速ストリークは

図 5 低速ストリークのスパン方向位置の測定

$\lambda u_\tau/\nu=0$ で低速な流動をとまなっているといえる。 $\lambda u_\tau/\nu=20$ では $u'=0$ 付近の分布の正または負側への顕著な片寄り認められない。 $\lambda u_\tau/\nu=50$ での $u'=0$ 付近の分布は $\lambda u_\tau/\nu=0$ の場合とは異なり正側に片寄っており、変動速度の最頻値は正側に位置している。つまり、低速ストリークからスパン方向に $50\nu/u_\tau$ 離れた位置では、高速な流動が存在するケースが多いといえる。以上から $yu_\tau/\nu=30$ においてストリーク構造の存在が確認できる。しかし、 $\lambda u_\tau/\nu=0$ での u' が正側にも分布していることから、低速ストリークはこの位置で低速な流動をとまなっていない場合もありうる。したがって、可視化されたストリーク構造を形成する流れ方向の流動は、 $yu_\tau/\nu=30$ においては、間欠的に生じているものと考えられる。

$yu_\tau/\nu=50$ においては、 $yu_\tau/\nu=30$ において認められた λ による分布の顕著な変化が認められない。したがって、可視化されたストリーク構造を形成する流れ方向の流動の、壁垂直方向の平均的なスケールは $50\nu/u_\tau$ 以下であると推定される。

5.2 管底垂直方向変動速度 図 7 (a) および図 7 (b) に $yu_\tau/\nu=30$ および 50 における管底垂直方向変動速度 v' の条件付確率密度分布を示す。ただし、図 6 と同様に図 7 中では λ の絶対値に対する条件付確率密度分布を示してある。

$yu_\tau/\nu=30$ においては、 $\lambda u_\tau/\nu=0$ での $v'=0$ 付近の分布は正側に片寄っており、変動速度の最頻値は正側

(a) $yu_\tau/\nu=30$

(b) $yu_\tau/\nu=50$

図 6 管軸方向変動速度の条件付確率密度分布

に位置している。つまり、多くの低速ストリークは $\lambda u_\tau/\nu=0$ で壁から上方に向かう流動をとまなっているといえる。 $\lambda u_\tau/\nu=20$ の分布はほぼ $\lambda u_\tau/\nu=0$ の場合と同様となっている。 $\lambda u_\tau/\nu=50$ での $v'=0$ 付近の分布は $\lambda u_\tau/\nu=0$ の場合とは異なり負側に片寄っており、最頻度は負側に位置している。つまり、低速ストリークからスパン方向に $50\nu/u_\tau$ 離れた位置では、壁に向かう下方への流動が存在する場合が多いといえる。

$yu_\tau/\nu=50$ においては、 $yu_\tau/\nu=30$ において認められた λ による分布の顕著な変化が認められない。

5.3 スパン方向変動速度 図 8 (a)~(c) およ

図 7 管底垂直方向変動速度の条件付確率密度分布

び図 8 (d) に $yu_\tau/\nu=10, 30, 40$ および 50 におけるスパン方向変動速度 w' の条件付確率密度分布を示す。ただし、 $-\lambda$ に対する $-w'$ の条件付確率密度分布と λ に対する w' のそれとがほぼ一致することを確認し、図 8 中には λ の絶対値に対する条件付確率密度分布を示してある。

$yu_\tau/\nu=10$ においては、 $\lambda u_\tau/\nu=20$ での $w'=0$ 付近の分布は負側に片寄っており、変動速度の最頻値は負側に位置している。つまり、多くの低速ストリークは $yu_\tau/\nu=10$ においてストリークに向かうスパン方向の流動をとまなっているといえる。 $\lambda u_\tau/\nu=50$ でもほぼ $\lambda u_\tau/\nu=20$ の場合と同様の分布となっている。

$yu_\tau/\nu=30$ においても、 $yu_\tau/\nu=10$ とほぼ同様の傾向となっているが、 $\lambda u_\tau/\nu=50$ での $w'=0$ 付近の分布が正側に片寄り、変動速度の最頻度が正側に位置している点が異なる。

$yu_\tau/\nu=40$ においては、 $\lambda u_\tau/\nu=20$ での $w'=0$ 付近の分布は正側に片寄っており、変動速度の最頻値は正側に位置している。つまり、多くの低速ストリークは $yu_\tau/\nu=40$ においてストリークから遠ざかるスパン方向の流動をとまなっているといえる。

$yu_\tau/\nu=50$ においては、 $\lambda u_\tau/\nu=20$ での $w'=0$ 付近の分布は負側に片寄っており、 $\lambda u_\tau/\nu=50$ では $w'=0$ 付近の分布の正または負側への顕著な片寄りは認められない。

5.4 横断面における流動 5.2 節と 5.3 節で示

した v' および w' の条件付確率密度分布に基づいて、横断面において、可視化されたストリーク構造を形成

図 8 スパン方向変動速度の条件付確率密度分布

する流動について検討する。 $yu_{\tau}/\nu=30$ における v' の条件付確率密度の $v'=0$ 付近の分布が $\lambda u_{\tau}/\nu=0$ で正側、 $\lambda u_{\tau}/\nu=50$ で負側に片寄っていること、さらに $\lambda u_{\tau}/\nu=20$ での w' の条件付確率密度の $w'=0$ 付近の分布が $yu_{\tau}/\nu=10$ および30において負側、 $yu_{\tau}/\nu=40$ において正側に片寄っていることから、縦渦の存在が定量的に確認できる。つまり、可視化によってとらえられたストリーク構造は縦渦運動をともなうといえる。この縦渦の形態は、VITA (Variable-Interval Time-Averaging) 法⁽¹⁴⁾あるいは4象限法⁽²⁴⁾によってとらえられた縦渦のそれと定性的には一致している。しかし、縦渦の平均的な中心位置は $yu_{\tau}/\nu=30\sim 40$ と推定され、これまでに報告されている実験結果⁽¹¹⁾⁽¹⁴⁾よりやや高めとなる。また、 $yu_{\tau}/\nu=50$ における v' および w' の結果から縦渦の壁垂直方向の平均的なスケールは $50\nu/u_{\tau}$ 以下であると推定される。

$yu_{\tau}/\nu=30$ における $\lambda u_{\tau}/\nu=0$ での v' および $yu_{\tau}/\nu=10$ における $\lambda u_{\tau}/\nu=20$ での w' が正負両側にわたって分布していることから、可視化されたストリーク構造を形成する縦渦運動は壁のごく近傍においても間欠的に生じているものと考えられる。したがって、壁垂直方向の流動をともなうイジェクション運動あるいはバースティング現象に関して、可視化に基づく結果と条件付抽出法に基づく結果を比較検討する際には、抽出条件の選定に加え、上述の縦渦運動の間欠性に注意を払う必要がある。また、本研究で得られた条件付確率密度分布に基づいて縦渦運動の代表的な形態を推定するためには、縦渦の間欠性によって変動速度が正側および負側の両方に分布することを考慮して、変動速度の条件付平均値を用いるよりもむしろ最頻値を用いるのが適当と考えられる。

6. 結 言

十分発達した $Re=6870$ の正方形断面管路内乱流の壁近傍に形成される低速ストリークの存在頻度のスパン方向変化および平均スパン間隔のスパン方向分布を流れの可視化によって調べた。さらに可視化されたストリーク構造を形成する流動の形態を、流速測定を併用して得られた変動速度の条件付確率密度分布に基づいて検討した。得られた知見を以下にまとめる。

(1) 管路スパン中心付近 $0\leq z/H\leq 0.16$ において、低速ストリークの存在頻度が一様で、かつその平均スパン間隔がおおよそ $90\nu/u_{\tau}$ となることから、この領域では乱流境界層あるいは二次元チャネル乱流と同様のストリーク構造が実現されているものと考えられる。

(2) 低速ストリークの存在頻度は、 $z/H=0.33$ において最大となり、 $z/H>0.33$ では管路角部に近づくにつれ急激に減少する。また、低速ストリークの平均スパン間隔は、 $z/H>0.16$ では管路角部に近づくにつれ単調に減少する。

(3) 可視化によってとらえられたストリーク構造に関して、それにとりなう縦渦運動が定量的に確認された。また、縦渦の平均的な中心位置は $yu_{\tau}/\nu=30\sim 40$ 、縦渦の壁垂直方向の平均的なスケールは $50\nu/u_{\tau}$ 以下であると推定される。

(4) 可視化によってとらえられたストリーク構造にとりなう縦渦運動は、壁のごく近傍 $yu_{\tau}/\nu=10$ においても間欠的に生じているものと考えられる。

本研究は文部省科学研究費補助金 [総合研究(A) (No. 03302031)] の援助の下で行われた。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) Hama, F. R., ほか2名, *J. Appl. Phys.*, **28**-4 (1957), 388.
- (2) Schraub, F. A. and Kilne, S. J., *Dep. Mech. Eng. Rep. No. MD-12*, Stanford Univ., (1965).
- (3) Kilne, S. J., ほか3名, *J. Fluid Mech.*, **30**-4 (1967), 741.
- (4) Kim, H. T., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **50**-1 (1971), 133.
- (5) Hatzivramidis, D. T. and Hanratty, T. J., *J. Fluid Mech.*, **95**-4 (1979), 655.
- (6) Nikolaides, C. and Hanratty, T. J., *Proc. 4th Symp. Turbulent Shear Flows*, (1983), 3-21.
- (7) Coles, D., *AFOSR/Lehigh Workshop on Coherent Structure of Turbulent Boundary Layers*, Lehigh Univ., (1978), 462.
- (8) 笠木・ほか2名, 機論, **51**-467, B (1985), 2272.
- (9) Landahl, M. T., *SIAM J. Appl. Math.*, **28**-4 (1975), 735.
- (10) Zhang, Z. and Lilley, G. M., *Proc. 3rd Symp. Turbulent Shear Flows*, (1981), 11-24.
- (11) Smith, C. R. and Schwartz, S. P., *Phys. Fluids*, **26**-3 (1983), 641.
- (12) 入谷・ほか2名, 機論, **51**-470, B (1985), 3092.
- (13) Lee, M. K., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **66**-1 (1974), 17.
- (14) Blackwelder, R. F. and Eckelmann, H., *J. Fluid Mech.*, **94**-3 (1979), 577.
- (15) Offen, G. R. and Kline, S. J., *Proc. 3rd Biennial Symp. Turbulence in Liquids*, Univ. Missouri-Rolla, (1975), 289.
- (16) Bogard, D. G. and Tiederman, W. G., *J. Fluid Mech.*, **162** (1986), 389.
- (17) 鮎川・ほか4名, 機論, **57**-542, B (1991), 3616.
- (18) Kim, J., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **177** (1987), 133.
- (19) Zaric, Z., ほか2名, *Proc. Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids*, North-Holland, (1984), 439.
- (20) Smith, C. R. and Metzler, S. P., *J. Fluid Mech.*, **129** (1983), 27.
- (21) 梶島・ほか2名, 機論, **57**-540, B (1991), 2530.
- (22) 吉澤・横井, 生産研究, **44**-2 (1992), 50.
- (23) Madabhushi, R. K. and Vanka, S. P., *Phys. Fluids*, **A**, **3**-11 (1991), 2734.
- (24) Lyons, S. L., ほか2名, *AIChE J.*, **35**-12 (1989), 1962.