陰解法によるパイプライン網の過渡応答計算*

木 内 龍 彦^{*1}

An Implicit Method for Transient Flow in Pipe Networks

Tatsuhiko KIUCHI

This paper describes a fully implicit finite-difference method for calculating unsteady gas flow in pipeline networks. The algorithm for solving the finite-difference equations of a pipe is based on the iterative Newton-Raphson method. The standard Neumann stability analysis of the finite-difference equations of a pipe shows that the equations are unconditionally stable. For the calculation of node pressure at junctions in networks, an iterative convergence method is applied. Studies on the convergence are performed parametrically. The result shows that the stability depends on the convergence tolerance. Calculation results of a few sample cases are compared with those of the method of characteristics and the two-step Lax-Wendroff method. An excellent agreement is obtained in a small time step. Computation time can be reduced by the method.

Key Words: Pipe Line, Pipe Flow, Fluid Transients, Numerical Analysis, Stability, Compressible Flow

1. 緒 言

管内非定常流の数値計算は、石油化学プラント、流体輸送パイプライン、油圧機器設計などの多くの産業分野で必要とされ高速の計算機の普及に伴って日常的に実施されている。

この計算手法には、比較的距離が短い液体管路における応答の速い現象を正確に計算するための特性曲線法⁽¹⁾、2段階 Lax-Wendroff 法⁽²⁾などがある。これらはプラント内液配管、油圧機器配管などにおける水撃、油撃計算に多用されている。2段階 Lax-Wendroff 法は特性曲線法よりもエネルギー式の扱いが容易であるためディーゼルエンジンの過給器系の解析にも使用され⁽²⁾⁽³⁾、また、基礎方程式が保存形式であるために差分方程式においても連続体に対するガウスの定理が成立することから特性曲線法よりも一般に計算精度が良いと考えられている。

これらのいずれの方法も Courant 条件で制限される小さな計算時間刻みとすることが安定の必要条件で

あり、陽解法に分類される。管路長さが最大で数百、数千 km の長さに及ぶ流体輸送パイプラインの分野において、これらの陽解法を適用することは、必然的に計算時間 (CPU 時間) の増大となるため、いくつかの改善策が研究されている。例えば、Streeter-Wylie⁽⁴⁾ は特性曲線法と Newton-Rapson 法を用いた陰解法を組合せ、CPU 時間の短縮を行う方法を提案している。また、Yow⁽⁵⁾ は特性曲線法において慣性乗数を用いた方法を提案している。そこでは他の項に比べて影響の少ない慣性項を実際よりも大きく見積もることが見掛けの圧力波伝ば速度を小さくし Courant 条件で決まる計算時間刻みを長くすることから、CPU 時間の短縮が図られている。さらに、慣性乗数および管路の分割数が計算精度に及ぼす影響を管路の伝達関数と正弦波流量加振を用いて評価している。また、陽解法の流体輸送パイプラインへの適用例として、著者⁽⁶⁾ は長距離のガスパイプラインの実時間漏えい検知計算において計算精度の確保のために 2 段階 Lax-Wendroff 法を使用し良好な結果を得ている。

このように、流体輸送パイプラインの分野においても陽解法の適用が研究され、また、用途に応じて使用される場合もあるが、数日単位の非定常挙動の計算を

* 原稿受付 平成 4 年 4 月 14 日。

^{*1} 正員、東洋エンジニアリング(株) (〒275 習志野市茜浜 2-8-1)。

行う場合では陰解法を用いることが多い。この理由は、時間空間的に限られた範囲で生じる局所的な計算誤差をあまり問題にせず、全体的な挙動のみを計算対象とすれば、計算時間刻みが陽解法に比べて長く取れ、CPU 時間が大幅に短縮されるためである。この陰解法の研究には、例えば、Guy⁽⁷⁾ の行った管路の分割点に交互に連続の式と運動量式を適用し三重対角行列計算に持ち込む陰解法や Rachford ら⁽⁸⁾ のガラーキン法による陰解法がある。しかしながら、これらいずれの陰解法に関する研究も手法の説明と計算例の紹介のみにとどまっており、陽解法との比較や解の安定性に関する、手法の特徴についての議論がなされていない。

本報では、これらに着目し、Streeter-Wylie が使用した Newton-Raphson 法による陰解法の改良を試み、完全陰解法とすることによる安定化を行い、解の安定性について Neumann の安定判別法を適用して無条件安定となることを導いた。また、特性曲線法、2 段階 Lax-Wendroff 法および Guy の陰解法との比較を行った。さらに、本方法を実際のガス輸送パイプライン網の計算に適用した場合の問題点について考察を行った。結果として本計算方法は Streeter-Wylie の使用した陰解法よりも安定しており、また、Guy の陰解法の 4・2 節で述べる欠点を補うものであり、十分に実用に供するものであることがわかった。

2. 主 な 記 号

A : 管断面積
 B : 音速
 C : 音速の二乗
 D : 管内径
 L : 管路長
 N : 接合点数
 Q_N : 標準状態での流量
 R : ガス定数
 T : 絶対温度
 Re : レイノルズ数
 f : 管摩擦係数
 p : 圧力
 p_N : 標準状態での圧力
 m : 単位面積当たり質量流量
 t : 時間
 u : 流速
 x : 管路に沿った距離
 ρ : 流体密度
 ρ_N : 標準状態での流体密度
 μ : 粘性係数

右下付き添字 t : 時間による偏微分
 x : 距離による偏微分
 i : 管路の分割点番号
 N : 管路の区間番号の最大数
 右上付き添字 n : 時刻番号
 左下付き添字 i : 管路の区間番号
 N : 管路の区間番号の最大数
 これらの単位はすべて SI 単位である。

3. 解 法 の 説 明

3・1 基礎式 管内の流れを等温の圧縮性流体の一次元非定常流とする。管路の内径を一定として導いた連続の式および運動方程式は次式となる。

$$p_t + C m_x = 0 \quad \cdots \cdots \cdots (1 \cdot a)$$

$$m_t + (m^2 C / p)_x + p_x + (fC / 2D) m |m| / p + pS = 0 \quad \cdots \cdots \cdots (1 \cdot b)$$

f は Moody 線図などにより Re 数の関数として与えられる管摩擦係数である。 S は $(g/C) \sin \phi$ であり重力項を示す。この項は気体では多くの場合省略される。また、 C は音速 B の二乗であり気体では実在ガスの状態方程式により次式で与えられる。

$$C = zRT \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

z は BWR 式などにより与えられる混合ガスの圧縮係数である⁽¹¹⁾。また、温度 T は一定とする。式(1・b)左辺の第 1 項および第 2 項は慣性項であり、対流項を省略してさらに流速が音速に比較して十分に小さいと仮定することにより第 2 慣性項が消去される。通常のパイプラインでは圧力項、第 1 慣性項、第 2 慣性項の割合はほぼ 1 : 0.1 : 0.01 であることから⁽⁷⁾、この仮定がほぼ成立する。また、二次精度の特性曲線法では第 2 慣性項を省略して計算をすること、および、第 2 慣性項が重要性を持つような、流速が音速に比べて無視できない領域では、パイプライン全体にわたって Joule-Thompson 効果などの現象が現れるためにエネルギー式を考慮する必要が生ずること⁽⁹⁾などを考慮して、本方法で第 2 慣性項を取り入れて計算することは容易であるが、以下では第 2 慣性項を省略した議論を進める。

3・2 完全陰解法による差分計算 管路をいくつかのノードで適当に分割し、各ノード間の位置 i から $i+1$ の区間 i について式(1・a)、(1・b)を適用する。Streeter-Wylie は特性曲線法との組合せ法において基礎式を距離方向に中心差分、時間方向に Crank-Nicolson 法での差分化を行ったが、ここでは時間方向について完全陰解法を用いて差分化を行う。すなわち式(1・a)については、

$$_iH = (p_{i+1}^{n+1} + p_i^{n+1} - p_{i+1}^n - p_i^n) / (2\Delta t) \\ + (m_{i+1}^{n+1} - m_i^{n+1}) C / \Delta x \quad \dots\dots\dots (3\cdot a)$$

また、式(1・b)については、

$$_iG = (m_{i+1}^{n+1} + m_i^{n+1} - m_{i+1}^n - m_i^n) / (2\Delta t) \\ + (p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}) / \Delta x + (fC / 4D) \\ \times |m_{i+1}^{n+1} + m_i^{n+1}| \times (m_{i+1}^{n+1} + m_i^{n+1}) / \\ (p_{i+1}^{n+1} + p_i^{n+1}) + (p_{i+1}^n + p_i^n) S / 2 \\ \dots\dots\dots (3\cdot b)$$

管路を N 分割した場合に成立する式の数、各区間で成立する合計 $2N$ 個となる。未知数(質量流速 m と圧力 p) の数は各分割点に現れる $2(N+1)$ 個から管路両端の境界条件を引いた合計 $2N$ 個である。したがってこれらの多元連立方程式を Newton-Raphson 法で解くことによりすべての未知数が求められる。収束計算における未知数の補正式を以下に示す。

$$X_k = X_{k-1} - J_{k-1}^{-1} Y_{k-1} \quad \dots\dots\dots (4\cdot a)$$

$$X = (p_1, m_1, \dots, p_{N+1}, m_{N+1})^T \quad \dots\dots\dots (4\cdot b)$$

$$Y = ({}_1H, {}_1G, \dots, {}_NH, {}_NG)^T \quad \dots\dots\dots (4\cdot c)$$

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & & & \\ & J_{22} & & 0 \\ & & \ddots & \\ & & & J_{NN} \\ 0 & & & & \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4\cdot d)$$

$$J_{ii} = \begin{bmatrix} {}_iHp_i, & {}_iHm_i, & {}_iHp_{i+1}, & {}_iHm_{i+1} \\ {}_iGp_i, & {}_iGm_i, & {}_iGp_{i+1}, & {}_iGm_{i+1} \end{bmatrix} \\ \dots\dots\dots (4\cdot e)$$

式(4・a)での添字 k は収束計算回数を示し、前回の計算の未知数 X_{k-1} から新しい未知数 X_k が計算される。式(4・e)での H, G の左下付き添字は区間番号を示し、右下付き添字は各未知数 p, m での偏微分を示す。また、式(4・d)に式(4・e)で与えられる対角要素を組み込む場合に、 J_{ii} の 3, 4 列めと、 $J_{i+1, i+1}$ の 1, 2 列めとは、 J の同じ列になるように配置される。さらに、与えられた境界条件に従って、 J_{11} の 1 列めまたは 2 列め、および、 J_{NN} の 3 列めまたは 4 列めが削除される。この組込みと削除を通して、 J は $2N$ 次の正方行列となる。 X についても境界条件で与えられる要素は削除する。 J^{-1} は逆行列演算を意味する。

3・3 安定判別 Streeter-Wylie が特性曲線法との組合せにおいて用いた陰解法をそのまま用いて計算した場合、4 章で示すように、計算時間刻みの長さによって不安定となることがある。このため、3・2 節で述べた本方法に対して Neumann の安定判別法⁽¹⁰⁾ を適用し、無条件安定となることを示す。式の展開と見通しを良くするために、連続の式と運動方程式の差分式(3・a)、(3・b)を $t^* = t/(L/B)$, $x^* = x/L$, $p^* = p/p_N$, ρ^*

$= \rho/\rho_N$, $u^* = u/B$, $m^* = u^* \rho^*$ で無次元化すると次式となる。

$$(p_{i+1}^{n+1*} + p_i^{n+1*} - p_{i+1}^{n*} - p_i^{n*}) \\ + d(m_{i+1}^{n+1*} - m_i^{n+1*}) = 0 \quad \dots\dots\dots (5\cdot a)$$

$$(m_{i+1}^{n+1*} + m_i^{n+1*} - m_{i+1}^{n*} - m_i^{n*}) \\ + d(p_{i+1}^{n+1*} - p_i^{n+1*}) + F^*(m_{i+1}^{n+1*} + m_i^{n+1*}) = 0 \\ \dots\dots\dots (5\cdot b)$$

$$d = 2\Delta t^* / \Delta x^* \quad \dots\dots\dots (5\cdot c)$$

$$F^* = (fL/2D)\Delta t^* |m^*| / p^* \quad \dots\dots\dots (5\cdot d)$$

式(5・b)左辺第 3 項の摩擦損失項は m の二乗を含むため、安定判別を行う場合に複雑となる。このため式(5・d)による正の変数 F^* を定義して安定判別に用いる。また、式(5・b)では第 2 慣性項と重力項は省略されている。式(5・a)、(5・b)に対して Neumann の安定判別を適用する。空間方向にフーリエ展開した p, m を考え、時刻 n , 位置 i での解の成分を次式で仮定する。

$$p_i^{n*} = V_p^n e^{ji\theta} \quad \dots\dots\dots (6\cdot a)$$

$$m_i^{n*} = V_m^n e^{ji\theta} \quad \dots\dots\dots (6\cdot b)$$

ここで、 V_p^n, V_m^n は波数 k の成分の時刻 n での振幅関数である。 θ は $k\Delta x^*$ であり位相角を示す。 j は虚数単位 $\sqrt{-1}$ である。式(6・a)、(6・b)を式(5・a)、(5・b)に代入し、変形し整理すると次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} V_p^{n+1*} \\ V_p^n \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} V_p^n \\ V_p^{n-1} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7\cdot a)$$

$$W = \begin{bmatrix} a & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7\cdot b)$$

$$a = (2 + F^*) / (1 + F^* + K^*) \quad \dots\dots\dots (7\cdot c)$$

$$b = -1 / (1 + F^* + K^*) \quad \dots\dots\dots (7\cdot d)$$

$$K^* = \{d \sin \theta / (1 + \cos \theta)\}^2 \quad \dots\dots\dots (7\cdot e)$$

安定条件は、 λ を増幅係数行列 W のすべての固有値として、 $|\lambda| \leq 1$ である。 λ は式(7・b)の固有値として次式となる。

$$\lambda = \{(1 + F^*/2) \pm \sqrt{(F^*/2)^2 - K^*}\} / (1 + F^* + K^*) \\ \dots\dots\dots (8)$$

F^*, K^* は式(5・d)、(7・e)より正である。この条件より、ルート内が正、負のいずれの場合においても $|\lambda| \leq 1$ となり無条件安定となる。この判別法を Streeter-Wylie が用いた陰解法に適用すると Δt^* についての安定条件が得られ、 Δt^* が大きい場合に不安定となる(4 章参照)。

3・4 分岐、引抜点の計算 実際のパイプライン網では分岐や引抜点が存在する。また、パイプラインの途中では遮断弁が存在し、開放、閉鎖の条件により 1 本の管路が分断され、新たな境界点となったりする。このような管路と管路の接合点の条件を考慮して

パイプライン網全体に Newton-Raphson 法を適用することは困難である。これらに関し, Guy は 3 本の管路が接合する分岐における収束計算法を提案している。ここではこの考え方を一般化し, さらに, 本方法による差分式との結合を行い, 分岐, 引抜点の計算に適用する。

接合点に接続する全管路の, 隣接ノードまでの部分に対して状態方程式を適用する。図 1 に例を示し, 接合点 k について状態方程式を適用する部分を破線で示す。

これより次式が導ける。

$$(p^{n+1} - p^n) V + C \Delta t [\Sigma \{K_i (m_i^{n+1} + m_i^n) A_i / 2\} + M] = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

p は接合点の圧力を示す。 V は接続点まわりの管路の隣接ノードまでの全体の体積である。添字 i は接続する管路の番号を示す。 m_i は接続点の隣接ノードの質量速度である。 K_i は計算に先立って定義する流れの向きを示す符号であり, 接続点へ流入する場合を -1 , 流出する場合を $+1$ とする。 M は接合点から直接に引抜きがある場合の質量流量である。接合点において式 (9) を満たす p^{n+1} を収束計算により求める。このため, 式 (9) の右辺を E と置き, p^{n+1} で偏微分し, δp^{n+1} に対する E の変化率を求めると次式となる。

$$\delta E = \delta p^{n+1} [\Sigma \{K_i A_i (m_i^{n+1}) p^{n+1} / 2\} + V / (C \Delta t)] \quad \dots\dots\dots (10)$$

収束計算の j 回めで式 (9) の残差 E を求める。 $j+1$ 回めの計算において $\delta E = -E$ として δp^{n+1} を式 (10) より求め, 接合点の圧力を δp^{n+1} を用いて補正する。補正された接合点の圧力を用いてすべての管路の計算を行う。これらを反復し収束させる。式 (10) での $(m_i^{n+1}) p^{n+1}$ は接合点の圧力 p^{n+1} による偏微分を意味し, 式 (3・b) を p^{n+1} で偏微分することにより次式で与えられる。

$$(m_i^{n+1}) p^{n+1} = \{ (K_i / \Delta x - S_i) p^{n+1} - (m_i^{n+1} + m_i^{n+1} - m_i^n - m_i^n) / (4 \Delta t) \} / \{ (p^{n+1} + p_i^{n+1}) / (4 \Delta t) + (f c / 4 D) (m_i^{n+1} + m_i^{n+1}) \} \quad \dots\dots\dots (11)$$

上式で, 接合点の p^{n+1} , m_i^{n+1} および, 隣接ノードでの p_i^{n+1} , m_i^{n+1} は前回の収束計算値を示す。

図 1 接合点の説明

図 2 に計算フローを示す。

4. 他の解法との比較

4.1 Crank-Nicolson 法による陰解法との比較

ここでは, Streeter-Wylie が用いた Crank-Nicolson 法による陰解法と本方法との比較を以下の計算例について行った。距離 5 km, 内径 500 mm の 1 本の管路において分子量 47.3 のガスが 5 MPa で封入されているとする。これは都市ガスの本管の一例である。入口の圧力を 5 MPa の一定とし, 出口の引抜流量を零から 300 000 N・m³/h ヘステップ変化させる。単位中の N は標準状態を示す。この状態を 20 min 保持した後, 流量を零へ戻す。実際のパイプラインでは, このような急激な流量変化が頻繁にあり, 入口流量, 出口圧力の応答が興味の対象となる。計算では, 管路の分割数を 1 とし, 管摩擦係数 f を 0.008 の一定とした。図 3 (a) に Crank-Nicolson 法による入口流量の計算結果を示し, 図 3 (b) に本方法での計算結果を示す。3.3 節で述べたように, Crank-Nicolson 法による計算では Δt を 1 min とした場合に不安定となることがわかる。 Δt を 0.1 min とした場合でも流量の振動が見られる。

4.2 特性曲線法, 2 段階 Lax-Wendroff 法, および, Guy の陰解法との比較 特性曲線法は, 物理的な波動の伝搬経路となる特性曲線に沿って成立する波動の式が, 連続の式と運動方程式からなる連立偏微分方程式の固有ベクトルとして全微分方程式で表せることから, 求めた前進波と後進波の式を各定格格子点で連立させ, 圧力および流量を逐次求める手法である。2 段階 Lax-Wendroff 法は保存形式による連続の式と運動方程式を用いて, 1 段めに Richtmyer 法, 2 段めに中点蛙跳び法を適用し各定格格子点での圧力と流量を逐次求める手法である。これらの陽解法はいずれも管路の分割数が十分に与えられている場合に精度の良い解を与えることが知られている⁽¹⁾⁽²⁾。一方, Guy の陰解法

図 2 計算の流れ

は管路の分割点に交互に連続の式と運動方程式を適用するため、各分割点では圧力または流量のいずれかしが求められない短所がある。また、この方法の精度や安定性に関する研究はなされていない。

ここでは、4・1節と同じ計算例を、これらの手法と本方法に適用し、本方法の妥当性を考察する。陽解法では管路の分割数が精度に影響するため、分割数を8および25について計算を行い、いずれも同じ結果となることを確認した。これより、どの方法においても分割数を8として計算を行った。図4(a)、(b)に特性曲線法、2段階Lax-Wendroff法の結果を示す。手法の相違にもかかわらずいずれの結果も精度良く一致している。また、流量を零に戻した後の振動波形の周波数は0.0173 Hzとなっている。これは、管路を1/4波長管として計算される気柱固有振動数 $B/(4L) = 0.0174$ Hzと一致する。ここで B は音速 348.5 m/s, L は管路長 5 000 m である。

図4(c)、(d)にGuyの陰解法および本方法による陰解法の結果を示す。Guyの陰解法では流量を零に戻した後の振動現象の減衰が、本方法および上記の陽解法に比較して大きい。本方法においても、Guyの方法ほどではないが、その傾向があり、これは Δt を0.05 minのほかに0.1, 0.01 minとした場合にも見られた。振動現象の周波数はいずれの場合もほぼ上記の陽解法と一致する。ちなみに、図3(b-2)の本方法によるCPU時間を1として図4(a)~(d)のCPU時間を示すと、28, 29, 35, 30である。

図3 Crank-Nicolson法と完全陰解法の比較 (分割数=1)

以上より、本方法において、過渡現象の中に短周期の振動現象が含まれ、それらを精度良く計算する場合には、図4(d)のように分割数を増やし、 Δt を小さくすることが必要となる。しかしながら、実際の大規模なパイプライン網の計算では、実用上、このような局所的な応答よりも全体的な応答が興味の対象となるため、分割数を増やし、 Δt を小さくする必要はほとんど生じない。また、図3(a-1)でのCrank-Nicolson法の結果では振動現象が現れているが周波数は0.023 Hzであり、陽解法の結果とは一致していない。

さらに、Guyの計算した、実在するガスパイプライン網の寸法を用いて計算結果の比較を行った。図5にパイプライン網の寸法を示す。管路端1は送出点であり、圧力が4.2 MPaに保たれている。管路端10~17は払出し点であり図5中に示す流量が払い出されている。計算開始後、管路端10~17の払出し量が2倍になったとする。このとき、管路端1の送出量は変わらないものとする。ガスはメタンとし、管摩擦係数 f はMoody線図により計算する。特性曲線法では最小長さの管路の分割数を4として精度の確保を図り、これを正として他の方法の結果の比較を行った。また、対象とする現象には図4に示したような短周期の振動現象は含まれないため、本方法の分割数は1とした。また、Guyの方法での分割数は最小でも4必要となるため4とした。

図6に、3.5 h後の本管1~10までの圧力分布を示す。特性曲線法との良い一致が得られている。本方法では計算時間刻みを1 min から 30 min としてもほぼ

図4 他の方法との比較 (分割数=8)

同じ結果が得られている。図6中には示さないがGuyの方法でも同様な結果が得られた。この場合のCPU時間の比は、本方法を1として、Guyの方法が4.3、特性曲線法が103である。また、特性曲線法で最小長さの管路の分割数を1としてCPU時間の短縮を最大限に図った場合は本方法を1として15である。本方法のCPU時間は他の方法に比べて小さい。

5. 接合点の収束計算における安定性

3・3節で、1本の管路に本方法を適用した場合に無条件安定となることを示したが、実際のパイプライン網の計算では接合点の収束計算を行うため、必ずしも安定とならない。このような性質について実用上の知見を得るため、4・1節の計算例について、管摩擦係数 f 、管路長 L 、管内径 D を変えて以下の検討を行った。

図7は、横軸を無次元化した計算時間刻み、縦軸を無次元量 fL/D として、収束計算回数の上限を100とした場合の安定性を調べたものである。これらの無次元量は3・3節での基礎式の無次元化に従っている。接合点圧力の収束判定値は 10^{-6} である。破線は接合点の数 N を7とし、8本の同じ長さの管路を直列に配置した場合であり、実線は4本の管路を直列に配置した場合である。範囲Aは収束計算回数の上限100を超えないで収束する範囲を示す。範囲Bは収束計算回数の上限100を超えても計算が続行される範囲であり、範

図5 計算例

囲Cでは計算不能となる。実用上、範囲Bの、A側に近い範囲では、計算結果にそんな色は認められなかった。無次元量 fL/D が大きいほど安定すると言える。

図8は、横軸を収束計算回数の上限、縦軸を計算時間刻みとして計算の安定範囲を $fL/D=1$ 、接合点の数を7の場合について調べたものである。 Δt^* は収束計算回数がこの上限を超える計算時間刻みを示し、 Δt^* は計算不能となる計算時間刻みを示す。収束計算回数の上限を上げることにより安定範囲が拡大する。また、ここでは示さないが fL/D が1以上ではさらに安定範囲が拡大する。

図9は、収束計算回数の上限を100000として必ず収束させた場合の計算時間刻み Δt^* とCPU時間の関係を示す。接合点数が増加すると、CPU時間を最小とする最適な計算時間刻みが存在する。

図10は、横軸を下流点においてステップ的に与えた引抜量、縦軸を Δt^* 、 Δt^* として、境界条件の安定性への影響を調べたものである。引抜量は3・3節での無次元化の手順に従って、 $Q_N^* = Q_N / (BA)$ で無次元化さ

図6 3.5h後の圧力分布

図7 計算時間刻みと fL/D に関する安定性マップ (収束計算回数の上限:100)

図 8 収束計算回数の上限と計算時間刻みに関する安定性マップ ($N=7, fL/D=1$)

図 9 接合点数をパラメータとした計算時間刻みと CPU の関係 ($fL/D=1$)

れる。 Q^* が0.12以上ではほとんど変化が認められないことから、境界条件の大きさに対する影響は少ない。

実際のパイプライン網での安定性を4・2節の図5での計算例について考察する。この例では、本管だけでも $L=352\,000$ m あり、平均の管内径を 400 mm、管摩擦係数 f を 0.015 とすると、 fL/D は 13 200 となるため、十分に安定となることが図7から予想される。また、この場合、管路の接合点数 N は 8 であり、収束計算回数の上限を 500 とすると、図8を用いて $\Delta t^*=6$ となる。この例では $L/B=910$ であるから少なくとも $\Delta t=5\,460$ s までは安定して計算が行われることがわかる。このように、本方法を実際のパイプライン網に用いた場合、計算時間刻みを大きくとれることから、CPU 時間の短縮が大幅になされる。

なお、以上の計算は HP-DN4500FPA にて行った。

6. 結 言

管内非定常流の数値計算法において、完全陰解法と Newton-Rapson 法を組合せた方法を試み、解の安定

図 10 境界条件と $\Delta t_1^*, \Delta t_2^*$ の関係

性を調べ、特性曲線法、2段階 Lax-Wendroff 法、および、Guy の陰解法との比較を行った。以下の結論を得た。

(1) 1本の管路に本方法を適用した場合、解の安定性について、Neumann の安定判別法を用いて、無条件安定となることが導ける。

管路の接合点に、本方法による収束計算法を用いた場合は必ずしも安定とならない。ただし、実用上、多くの場合、あらかじめ知ることのできる安定範囲で計算できることを示した。

(2) 管路の分割数が少ない場合、時間空間的に局所的な応答は平滑化される。分割数が十分で計算時間刻みが短い場合は、このような応答についても特性曲線法、2段階 Lax-Wendroff 法の結果とほぼ一致する。大規模なパイプライン網の数日単位の挙動計算では、時間空間的に局所的な現象を論じる必要は少ないため、本方法は十分に実用に供するものである。

(3) Guy の陰解法、上記の陽解法と比較して、本方法は計算速度が速く、4・2節の例のように CPU 時間の短縮が図れる。

なお、本方法は、はん用プログラムとして実用化されており、ガス輸送用パイプライン網の挙動計算に使用され、実際のパイプライン網の挙動を良く予測することが確かめられている。

終わりに、本研究に対して、名古屋大学 中村育雄教授より終始、適切なご指導をいただいたことを記し、感謝の意を表す。

文 献

- (1) Wylie, E. B. and Streeter, V. L., *Fluid Transient*, (1978), 271, McGraw-Hill.
- (2) 東・ほか2名, 日本船用機関学会誌, 16-2(1981), 34.
- (3) Poloni, M., Winterbone, D. E. and Nichols, J. R., *Fluid Flow Heat Transf. Reciprocating Mach.*, FED-62(1987), 1.
- (4) Streeter, V. L. and Wylie, E. B., *J. Pet. Eng. AIME*, SPE-2555(1969), 1.
- (5) Yow, W., *Analysis and Control of Transient Flow in Natural Gas Piping System*, (1971), 6, The Univ. of

- Michigan.
- (6) 木内, 機論, 57-541, B(1991), 3000.
- (7) Guy, J. J., *I. Chem. E., Symp. Ser.*, 23(1967), 139.
- (8) Rachford, H. H., Rice, U. and Ramsey, E. L., *J. Pet. Eng. AIME*, SPE-5663(1975), 1.
- (9) 千葉, 天然ガス, 30-12(1987), 2.
- (10) Roach, P. J., *Comput. Fluid Dyn.*, (1985), 42.
- (11) 化学工学協会編, 化学工学便覧, 改訂四版, (1979), 17, 丸善.
-