線熱源からの対流ブルームの多孔質層透過に関する研究*

増岡 隆 士^{*1}, 高 津 康 幸^{*2}, 河 本 修 治^{*3}
越 野 英 和^{*1}, 鶴 田 隆 治^{*1}Buoyant Plume through a Permeable Porous Layer Located above
a Line Heat Source in an Infinite Fluid SpaceTakashi MASUOKA, Yasuyuki TAKATSU, Shuji KAWAMOTO,
Hidekazu KOSHINO and Takaharu TSURUTA

An experimental and analytical study is made on the effects of a horizontal porous layer on the development of the buoyant plume arising from a line heat source. In the experiments, the porous layer is simulated by an array of acrylic resin plates spaced with a small gap width according to the Hele-Shaw analogy. Visual observations and experimental temperature distributions show the expansion and contraction of the plume at the lower and upper interfaces of the permeable layer. It is then found that similarity solutions assuming their proper virtual origins can approximately predict the changes in the plume width at the interfaces. The vicinity of the interface is understood as a region of transition between the similarity solutions. The numerical analysis adopts the Beavers-Joseph slip boundary condition with the slip coefficient α estimated as $\alpha=1/\sqrt{\varepsilon}$, where ε is the porosity of the porous layer. A fairly good agreement between the experimental and numerical results confirms the validity of the slip coefficient $\alpha=1/\sqrt{\varepsilon}$.

Key Words: Porous Media, Natural Convection, Buoyant Plume, Boundary Condition, Slip Coefficient, Plume Width, Similarity Solution, Virtual Origin

1. 結 言

積層系多孔質層内の自然対流は、断熱層や地熱エネルギーの利用などに関連する重要な問題であり、これまでも数多くの研究がなされている⁽¹⁾。下から加熱される水平積層系多孔質層に対しては、透過率比あるいは熱伝導率比に依存して、対流パターンに変化が生じ、波数が不連続的に変化すること^{(2)~(5)}、また、密閉多孔質層においても、隣接する流体層の影響を受けることによって対流の様相が変化し、流体および多孔質パラメータによっては熱伝達の抑制ないし促進が生じることが報告されている^{(6)~(9)}。さらに、不均質な有限空間内における浮力対流に関しても、積層界面近傍においてブルーム幅の急激な拡大・縮小が起こることが、積層系における集中熱源からの対流ブルームの研究によって明らかにされている⁽¹⁰⁾。しかしながら、多孔質層と流体層の組合せからなる積層系に対しては、その積層構造が集中熱源からの浮力対流にどのような影響を及ぼすかについての知見は得られていない。この多

孔質-流体系においては、その界面における境界条件が重要、かつ興味深い問題となる。多孔質-流体界面の境界条件に関しては、Beavers-Joseph⁽¹¹⁾が提案した以下のすべり境界条件がある。

$$\frac{\partial v_f}{\partial X} = \alpha \frac{v_f - v_p}{\sqrt{k}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 v_f および v_p はそれぞれ多孔質界面に沿う流体側ならびに多孔質側の速度であり、 k は多孔質の透過率、 α はスリップ係数である。すべり境界条件については、多くの実験や検証が行われている^{(12)~(15)}。最近、増岡⁽¹⁶⁾らは Beavers-Joseph のスリップ係数 α について、流体側の粘性せん断力が多孔質側では固体部と多孔質内流体部とで受け持たれることを考慮した数値解析を行って検討を加え、 α は多孔質空げき率 ε を用いて、 $\alpha=1/\sqrt{\varepsilon}$ によって非常に良く近似できることを示している。そこでこの研究では、このスリップ係数 α を用いて、多孔質-流体積層系における浮力ブルームの解析を行い、あわせて実験観察を行ってその特性を明らかにすることを目的とした。すなわち、図1の物理モデルに示すように、一様温度 T_∞ の流体空間中に線熱源、ならびに線熱源から高さ h の位置に透過率 k 、熱伝導率 λ_p が一様な厚み d の水平多孔質層があり、線熱源から発達する二次元浮力ブルームが、

* 原稿受付 平成4年8月3日。

^{*1} 正員, 九州工業大学工学部 (〒804 北九州市戸畑区仙水町1-1)。^{*2} 准員, 九州工業大学大学院。^{*3} 正員, 富士通(株) (〒206 稲城市大丸1405)。

多孔質層透過に際し、その幅がどの程度拡大・縮小するのかの検討を行っている。

まず最初に、一様多孔質および一様流体空間中における二次元ブルームに対する境界層解を理論的背景として、ブルーム幅とその中心温度の変化に対し、そのオーダの検討から始めることにする。

従来の研究によれば、純多孔質系熱源からの高さ x におけるブルーム半値幅 b_p および中心温度 $\Delta T_{op} = T_o - T_\infty$ は以下の式で与えられる⁽¹⁷⁾。

$$\Delta T_{op} = \left(\frac{3}{4\sqrt{6}} \right)^{2/3} \left(\frac{Q}{\lambda_p} \right) \left[\frac{g\beta(Q/\lambda_f)kX}{\nu x_p} \right]^{-1/3} \dots (2)$$

$$\frac{b_p}{X} = 2.16 \left(\frac{4\sqrt{6}}{3} \right)^{1/3} \left[\frac{g\beta(Q/\lambda_f)kX}{\nu x_p} \right]^{-1/3} \dots (3)$$

$Pr = 0.7$ の純流体層については、藤井⁽¹⁸⁾ によれば

$$\Delta T_{of} = 0.36 \left(\frac{Q}{\lambda_f} \right) \frac{1}{Pr} \left[\frac{g\beta(Q/\lambda_f)(1/Pr)X^3}{\nu^2} \right]^{-1/5} \dots (4)$$

$$\frac{b_f}{X} = 2.09 \left[\frac{g\beta(Q/\lambda_f)(1/Pr)X^3}{\nu^2} \right]^{-1/5} \dots (5)$$

図1の多孔質-流体系に対し、多孔質-流体界面においてブルーム中心温度が連続するとの条件の下にこれら境界層解の適用を考えれば、多孔質層におけるブルームは、図1に示すように、仮想原点から発達するものと近似することができよう。そこで2章においては、実験による温度分布とブルーム幅の計測を行い、境界層解と比較することにする。

記 号

B : ギャップ幅

図1 物理モデルと座標系

b : ブルームの半値幅

Da : ダルシー数 $= k/h^2$

d : 多孔質層の高さ

Gr : グラスホフ数 $= g\beta(Q/\lambda_f)h^3/\nu^2$

g : 重力の加速度

h : 熱源から多孔質層までの距離

k : 透過率

Pr : 流体のプラントル数

Q : 熱源の単位長さ当たりの発熱量

Ra : レイリー数 $= g\beta(Q/\lambda_f)h^3/\nu\alpha$

S_v : 仮想原点からの高さ $= X - X_v$

T : 温度

v^* : Y^* 方向の無次元速度

X, Y : 図1に示す座標系

X_v : 熱源から仮想原点までの高さ

$X^* = X/h$

$Y^* = Y/h$

α : Beavers-Joseph のスリップ係数 [式(1)]

β : 流体の体膨張係数

ϵ : 空けき率

θ : 無次元温度 $= (T - T_\infty)/(Q/\lambda_f)$

λ : 熱伝導率

ν : 動粘性係数

α : 温度伝導率

Ψ : 流れ関数

Ψ^* : 無次元流れ関数 $= \Psi\nu/[g\beta(Q/\lambda_f)h^3]$

添 字

f : 流体

p : 多孔質

s : 熱源

o : ブルーム中心

∞ : 周囲

2. 実験装置および方法

実験装置の概略を図2に示す。線熱源として、直径 0.5 mm、長さ 150 mm の白金線を用い、定電圧装置により電気加熱を行う。線熱源からの伝熱量は、供給電力から熱伝導と放射による損失を差引くことによって求めた。多孔質層としては、厚さ 2 mm、長さ 340 mm、高さが $d = 10$ mm あるいは 50 mm のアクリル板を、ギャップ幅 $B = 2$ mm、3 mm さらに 5 mm の 3 種類の間隔で等間隔に並べ、有効寸法 245 mm × 340 mm に構成し、線熱源から上方 20 mm の位置に水平に設置している。流体層中の温度分布の可視化測定と多孔質層上下界面近傍におけるブルーム幅変化の詳細な観察のために、マッハ・ツェンダ干渉計を用いて等

密度干渉じま法により写真撮影した。光源には波長 6328Å の He-Ne ガスレーザを用いた。多孔質層中の温度分布測定は、直径 0.1 mm の T 形熱電対を間隔きのほぼ中央部に、水平方向に 12 点設置し、鉛直方向にトラバースして行った。そのサンプリング速度は 8 点/s であった。すべての計測は、加熱開始後数時間経過後に行い、流体の物性値はブルーム中心温度と周囲流体温度との平均温度における値を使用した。なお、多孔質と狭いすきま内の流れの相似性より、本実験で使用した狭いすきまを有する平板群の透過率は

$$k = B^2 \epsilon / 12 \dots\dots\dots (6)$$

によって近似でき、熱伝導率は流体部と固体部が並列配置された混合物としての値で評価した。

3. 実験結果と考察

最初に各高さ位置における水平方向温度分布を、すきま幅 $B = 3\text{ mm}$ 、白金線単位長さ当たりの発熱量 $Q = 18\text{ W/m}$ の場合に対して、先の相似解と比較して図 3 に示す。図 3(a), (b) はそれぞれ多孔質層高さが $d = 10\text{ mm}$, 50 mm のものを示す。図 3 において、○印は測定温度、実線は相似解による温度分布、ブルーム幅をあらわしている。実験、相似解ともブルーム幅が多孔質層の下方界面において拡大し、上方界面では縮小することを示しており、界面近傍において鉛直上方速度に急激な変化が生じていることがうかがえる。

実際、この界面近傍におけるブルーム幅の変化を図 4 のブルーム干渉じま写真にみることができる。このとき、多孔質層のブルーム幅は透過率が小さくなるにしたがって厚くなっている。このブルームの中心温度が透過率によって変化する様子を図 5 に示す。実験と相似解との一致からブルームの多孔質透過が相似解によって近似できることがわかる。

実験と相似解による結果は、より詳細に比較すると、多孔質層の上下両界面近傍において、実測温度分布は相似解より低い温度側にずれていることがわかる。しかし、その差は界面から離れるにつれて小さくなっており、ブルーム中心温度の連続性を考慮して得られる

積層系の相似解は、界面近傍を除けば、かなりの程度に実験におけるブルーム幅の発達を記述できると言えよう。なお、図 4 の写真において、多孔質層下界面近傍においてブルーム幅の最大値を生じる位置は、界面より下方にあり、界面におけるブルーム幅はその最大値よりいくぶん小さくなる。これは、熱源より上方の周囲の流れはブルーム中心に向かい、浮力流れへの吸込みによるものと思われる。この吸込みの影響は、図

図 3 水平方向温度分布の測定結果
($B = 3\text{ mm}$, $Q = 18\text{ W/m}$)

図 2 実験装置

3(a)にみられるように、多孔質層高さ d が小さい場合に多孔質層全体に及び、実験値と相似解との差が大きくなっている。

(a) $B=5$ mm, $d=10$ mm (b) $B=3$ mm, $d=10$ mm

(c) $B=2$ mm, $d=10$ mm (d) $B=3$ mm, $d=50$ mm

図4 ブルームの干渉じま写真 ($Q=18$ W/m)

図5 ブルーム中心温度の透過率による変化

4. 数値解析

多孔質層がブルームの発達に及ぼす影響を詳細に調べるために、図6に示す流体層と多孔質層の二つの層からなる系に対して二次元の定常数値解析を行う。ここで、線熱源としてある有限長さを持つ等温熱源を考え、その放熱量は熱源上方の水平面におけるエンタルピー輸送量から算出する。流れ関数とブジネスク近似を導入すれば、支配方程式は以下のとおりである。

流体層に対する運動量式、エネルギー式：

$$\frac{\partial \Psi_f^*}{\partial Y^*} \frac{\partial}{\partial X^*} (\nabla^2 \Psi_f^*) - \frac{\partial \Psi_f^*}{\partial X^*} \frac{\partial}{\partial Y^*} (\nabla^2 \Psi_f^*) = \frac{1}{Gr} \left(\nabla^4 \Psi_f^* + \frac{\partial \theta_f}{\partial Y^*} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Psi_f^*}{\partial Y^*} \frac{\partial \theta_f}{\partial X^*} - \frac{\partial \Psi_f^*}{\partial X^*} \frac{\partial \theta_f}{\partial Y^*} = \frac{1}{Ra} \nabla^2 \theta_f \quad (8)$$

多孔質層に対するダルシー則、エネルギー式：

$$\frac{\partial^2 \Psi_p^*}{\partial X^{*2}} + \frac{\partial^2 \Psi_p^*}{\partial Y^{*2}} = Da \frac{\partial \theta_p}{\partial Y^*} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Psi_p^*}{\partial Y^*} \frac{\partial \theta_p}{\partial X^*} - \frac{\partial \Psi_p^*}{\partial X^*} \frac{\partial \theta_p}{\partial Y^*} = \frac{1}{Ra} \frac{x_p}{x} \nabla^2 \theta_p \quad (10)$$

なお、これらの式における無次元量は、本論文の記号欄に記載している。計算は流れの対称性を仮定し、ブルームの中心より右方に多孔質層下界面におけるブルーム半値幅の6倍ないし7倍の領域を対象に行った。計算領域への流入は、その境界面に垂直とし、流出は十分発達した流れとした。

多孔質層と流体層との界面における境界条件について、増岡ら⁽¹⁶⁾は、狭いすきまを有する平行平板群で近似した多孔質層に対し、ダルシー則のかわりにナビエ・ストークス式を適用した微視的見地からの解析を行い、式(1)におけるスリップ係数 α が次式で非常に良く近似できることを示している。

$$\alpha = 1/\sqrt{\varepsilon} \quad (11)$$

ここで、 ε は多孔質の空けき率であり、式(1)の速度

図6 数値解析による流線と等温線 ($Ra=7.18 \times 10^5$, $Da=1.88 \times 10^{-3}$, $Pr=0.7$)

v_p は界面における多孔質層側の速度で近似される。そこで、式(11)と Beavers-Joseph のスリップ境界条件を組合せることにした。

$$\frac{\partial v_f^*}{\partial X^*} = -\left(\frac{\alpha}{\sqrt{Da}}\right)(v_f^* - v_p^*) \quad \dots\dots\dots (12)$$

その他の境界条件は以下のとおりである。

$$\psi_p^* = \psi_f^*$$

$$\theta_p = \theta_f$$

$$\lambda_p \frac{\partial \theta_p}{\partial X^*} = \lambda_f \frac{\partial \theta_f}{\partial X^*} \quad \dots\dots\dots (13)$$

計算格子数は、 X^* 方向に 70、 Y^* 方向に 100 とし、本計算におけるスリップ係数 α は 1.5 であった。

5. 数値解析結果と考察

数値計算における熱源は有限の長さを有しているが、格子サイズ程度の高さを持ち、厚みが零のものであれば、熱源の大きさの影響は小さく、本計算における熱源温度は相似解で与える温度とほぼ同じとなることが確認されている。

図 6 に、 $B=3\text{ mm}$ 、 $Q=21.8\text{ W/m}$ に対する流線と等温線を示すが、図 4 の写真(d)でみられたものと同様の挙動となっている。また、この場合の水平方向温度分布を図 7 に示す。流体層中の水平方向温度分布はほとんど相似解に一致しているものの、多孔質層との境界面に近づくにしたがって相似解からのずれが大きくなり、数値解によるブルーム幅は相似解による幅よ

りも大きくなっていることがわかる。これは、多孔質界面近傍の流体層内に生じる水平方向の流れが、多孔質内に水平方向の流れを誘起し、境界層流れとして取扱えなくなるためと考えられる。この水平方向流れの様子をみるために、図 8 にブルーム中心から多孔質下界面におけるブルーム半値幅だけ離れた位置、およびその中間位置における水平方向速度の高さ方向変化を示す。多孔質界面近くの流体層に生じる水平流が多孔質内にも水平流を起こしているのが確認できる。しかし、この水平流の影響は多孔質層内の深くまでには及んでいないことから、境界層近似からのずれは高さ位置が増えるにしたがって減少すると考えることができる。言い換えれば、界面近傍は流体層に対する相似解から多孔質層に対する相似解への遷移域であると言える。そしてその流体層中の遷移域の厚みは、数値解析と図 4 の可視観察の結果から、ブルーム幅程度のオーダーであると見積もられ、この遷移域を除けば数値解と相似解による温度分布はかなりの程度一致する。さらに、実験と数値解析結果との一致から、式(11)で与えられるスリップ係数が妥当なものであることがわかった。

6. 結 論

流体層中の線熱源から発達する浮力ブルームが、その上方にある多孔質層を透過する際の挙動を、実験、境界層近似による解析ならびに数値解析によって調べ、以下の結論を得た。

(1) 均質多孔質および流体層に対する相似解を、

図 7 水平方向温度分布の数値解析結果と相似解との比較 ($Ra=7.18 \times 10^5$, $Da=1.88 \times 10^{-3}$, $Pr=0.7$)

図 8 水平方向速度分布
(数値解; $Ra=7.18 \times 10^5$, $Da=1.88 \times 10^{-3}$, $Pr=0.7$
.....: $Y/b_{px^*}=1$, —: $Y/b_{px^*}=0.5$)

境界面においてプルーム中心温度が連続する条件で接続すれば、界面近傍を除いてプルームの発達をかなりの程度記述することができる。

(2) 数値解析によって、界面近傍に水平流が誘起されるために境界層近似に基づく相似解からずれることがわかった。界面近傍は二つの相似解の遷移であると考えることができる。

(3) 実験と数値解析との比較から、式(11)で与えられるスリップ係数 α を用いた Beavers-Joseph の境界条件が妥当なものであることがわかった。

終わりに、本研究に協力された谷川洋文助手に謝意を表す。

文 献

- (1) 増岡, 伝熱研究, **28**-108(1989), 147.
- (2) Masuoka, T., *Bull. JSME*, **17**-104(1974), 225.
- (3) Masuoka, T., ほか 3 名, *Heat Transf. Jpn. Res.*, **7**-2(1978), 39.
- (4) McKibbin, R. and O'Sullivan, M. J., *J. Fluid Mech.*, **96**-2(1980), 375.
- (5) McKibbin, R. and Tyvand, P. A., *J. Fluid Mech.*, **118**(1982), 315.
- (6) Poulikakos, D. and Bejan, A., *Int. J. Heat Mass Transf.*, **26**-12(1983), 1805.
- (7) Somerton, C. W. and Catton, I., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **104**(1982), 160.
- (8) Bejan, A. and Anderson, R., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **105**(1983), 124.
- (9) Nishimura, T., ほか 4 名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, **29**-6(1986), 889.
- (10) Masuoka, T., ほか 3 名, *Natural Convect. Porous Media*, ASME, HTD-56(1986), 69.
- (11) Beavers, G. S. and Joseph, D. D., *J. Fluid Mech.*, **30**-1(1967), 197.
- (12) Beavers, G. S., ほか 2 名, *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, **92**-D-1(1970), 843.
- (13) Taylor, G. I., *J. Fluid Mech.*, **49**-2(1971), 319.
- (14) Saffman, P. G., *Stud. Appl. Math.*, **50**(1971), 93.
- (15) Neale, G. and Nader, W., *Can. J. Chem. Eng.*, **52**(1974), 475.
- (16) 増岡・ほか 3 名, 機論, **58**-551, B(1992), 2227.
- (17) Wooding, R. A., *J. Fluid Mech.*, **15**-4(1963), 527.
- (18) 藤井, 九州大学生産科学研究所報告書, **33**(1962), 1.