零方程式モデルを使って求めた平衡流れの速度分布* (CLAUSER の実験の速度分布の近似)

原 口 荘 太 郎^{*1}

Numerical Calculation of Velocity Distribution for Equilibrium Turbulent Boundary-Layer by Means of the Momentum Equation and the Zero Equation Shear-Stress Model (Comparison with the Measurements by CLAUSER)

Soutarou HARAGUCHI

The velocity distribution, turbulence shear-stress distribution and boundary-layer thickness for equilibrium turbulent boundary-layer were numerically calculated and compared with the measured data by Clauser. Numerical calculation was achieved by means of the momentum equation and the zero equation model for turbulence shear-stress. Boundary-layer thickness was also calculated with the momentum-integral equation. The results show the superior reliability of this method.

Key Words: Numerical Analysis, Turbulent Flow, Equilibrium Flow, Momentum Equation, Zero Equation Model, Velocity Distribution, Shear-Stress Distribution, Momentum-Integral Equation, Boundary-Layer Thickness

1. は じ め に

平衡な乱流は、等方性乱流とともに、いわば最も純粹とも言うべき基本的な乱流である。平衡な乱流としては、直径が一定の円形断面の直管で実現される十分発達した乱流が最も著名であるが、逆圧力こう配の下に発達する平衡乱流境界層としても実現できることが実験的に知られている。

本報は、平衡乱流境界層の古典的な実験として最も著名な Clauser の実験⁽¹⁾⁽²⁾ の速度分布を、乱流せん断応力分布もまた滑らかな曲線になるように、高精度に近似することを試みたものである。

ところで、乱流境界層の速度分布を近似する著名な式としては Coles-Finley の式⁽³⁾ があるが、運動方程式(レイノルズ方程式)を解いて求めた式ではなく、混合長理論を基にした半実験式であり、乱流境界層を数層に分けてそれぞれ近似してつなぎ合せた式であるため、その速度分布から求めたせん断応力分布が滑らかな曲線にはならない欠点もある⁽¹³⁾。

また、Clauser の実験は、平衡乱流境界層に関する

著名な実験であり、多数の乱流境界層についての計算法の計算対象とされているが⁽⁴⁾、境界層厚さと無次元速度分布(形状係数)の計算結果がともに実験結果と良好に一致する計算例は示されておらず、したがって、正確な速度分布の近似例はない⁽⁴⁾⁽⁵⁾。

その理由は、必ずしも明白ではないが、この実験の境界層の速度分布をレイノルズ方程式を計算して求める際の、この実験の計算に適合する乱流モデルがないからであろうと推測できる⁽⁴⁾⁽⁶⁾。

そこで、本報では、レイノルズ方程式を計算して速度分布を求める方法を採用し、その際に使う乱流モデルとしては、この実験自体を使って、CS モデル⁽⁶⁾ をこの実験に適合するように補正する方法をとる。

ところで、乱流モデルは、実験で与えられた圧力分布の下で、その乱流モデルを使ってナビエ・ストークスの式(レイノルズ方程式)を計算して求めた乱流境界層の無次元速度分布および乱流せん断応力係数分布をその実験結果と比較して検定される⁽⁷⁾。

それゆえ、乱流せん断応力の系統的な測定の必要性が指摘されており⁽⁸⁾、それには理由がある。たとえば、乱流せん断応力の発生機構を解明してそれを忠実に乱流モデルに取り込む、などである。

しかし、この方法は、計算目標は速度分布であり、

* 原稿受付 平成4年7月20日。

^{*1} 正員、佐世保工業高等専門学校(〒857-11 佐世保市沖新町1-1)。

乱流モデルは乱流せん断応力の決定が結局の目的であることを考えれば、最も正統的な方法とも言えるが、必ずしも実際的ではない。乱流境界層の実験で、その無次元速度分布と乱流せん断応力係数分布がともに測定されている実験の数は限られており、特に古典に属する実験では、乱流せん断応力係数分布が測定されていない実験が多いからである⁽²⁾。また、この方法では、乱流せん断応力の測定に不可避の誤差、すなわち、その測定値の精度も問題になる。

思うに、乱流の速度分布の計算においては、乱流モデルは手段であり、その乱流モデルを使って求めた乱流せん断応力が妥当でないとすれば、計算された速度分布は実験結果と一致しないはずである。それゆえ、実験で与えられた圧力分布の下における計算結果と測定結果との比較を無次元化しない有次元の速度分布についてのみ行っても、乱流モデルの検定になるはずである。もっとも、この比較を無次元速度分布のみについて行うのでは不十分であり、無次元速度分布で比較する際は、他に境界層厚さ(または、ポテンシャル流れがない管内乱流では管中心流速)の計算値と測定値の比較も必要である。しかし、無次元速度分布のほかに、乱流せん断応力係数の計算値と測定値の比較を必須とする必然性はないと考える。また、壁摩擦応力係数も、Clauser-Chart⁽¹⁾やLudwig-Tillmannの式⁽⁹⁾に見るように、速度分布で決まると考えられる。

このように考え、本報では、Clauserの実験自体を利用してCSモデルを補正した零方程式モデルを使って、レイノルズ方程式を計算して、その速度分布を正確に近似することを試みた。

なお、一般には必ずしも高い評価がなされていない零方程式モデルを使用したのは、零方程式モデルはレイノルズ方程式自身の段階で閉じるという魅力があり⁽¹⁰⁾、より高次の乱流モデルを使う方法と比較して計算が簡易であり、マイクロ・コンピュータを使う計算には便利だからである。

2. 計算式と計算方法

2.1 境界層厚さの推定 Clauserの実験の速度分布を上記の方法で計算して近似するためには、実験の速度分布は無次元表示されており⁽¹⁾、境界層厚さは数個の断面についてのみ測定値が示されているので⁽²⁾、任意断面の速度分布を求めるために、計算結果の比較対象として、実験で示されている境界層厚さから、任意の断面の境界層厚さを推定する必要がある。境界層厚さの計算方法は種々提案されているが、この実験についての計算例は、測定値との一致が良好な方

法がないことを示している⁽⁴⁾。

そこで、この実験の任意断面の境界層厚さ δ は、次の方法で推定した。

まず、風洞入口(風洞入口からの流れ方向の距離を X として、 $X=0$)における境界層厚さ δ_1 を仮定して、この δ_1 に対するColes-Finleyの速度の分布⁽³⁾を、実験で与えられている壁摩擦応力係数 C_{fw} を使って描いて、この速度分布から、風洞入口の運動量厚さ θ_1 を求める。

次に、実験で与えられている主流の流れ方向(X 方向)の動圧分布および速度分布の形状係数、壁摩擦応力係数に対して、境界層の運動量積分方程式⁽¹¹⁾から求めた下記の式を使って、運動量厚さ θ の X 方向の分布を計算する。ちなみに、この運動量積分方程式は、平衡流れの場合は速度分布の形状係数 H および C_{fw} がほぼ一定値であるから、下記のように、非平衡流れよりも純粋な条件の下に積分できる。

運動量積分方程式は⁽¹¹⁾、

$$\frac{d\theta}{dX} + (H+2)\frac{\theta}{U} \cdot \frac{dU}{dX} = 0.5C_{fw}$$

なお、この式では、壁摩擦応力を除いて、せん断応力などは捨象されているので、レイノルズ応力は計算に影響しない⁽⁴⁾。

上式を H および C_{fw} を一定として積分すると、

$$\theta U^b = \theta_1 U_1^b + a \int_{x_1}^x U^b dx \quad \cdots \cdots \cdots (1)'$$

$$a = 0.5C_{fw}, \quad b = H+2, \quad H = \delta^*/\theta$$

であり、 δ^* は排除厚さを表す。

ところで、Clauserは、速度分布の形状係数 G を次式で定義している⁽¹⁾。

$$G = \int_0^\infty \left(\frac{U-u}{V^*} \right)^2 d\left(\frac{y}{\Delta} \right) \cdots \cdots \cdots (2)'$$

ここに、 U は主流の流速、 u は局所の流速、 V^* は摩擦速度を示す。 y は局所の壁からの距離であり、 Δ はClauserの境界層厚さで、定義は次式である。

$$\Delta = \int_0^\infty \frac{U-u}{V^*} dy \cdots \cdots \cdots (3)'$$

したがって、 H と G の定義から、 H と G の関係は、

$$H = 1/(1 - G\sqrt{0.5C_{fw}}) \cdots \cdots \cdots (4)'$$

で与えられる。

ここに、 G (平衡流れでは一定値)と C_{fw} (ほぼ一定値)は実験で与えられているので、各実験の G の値と C_{fw} の平衡流れ区間の平均値に対して、式(4)'から H の値を求め、式(1)'の計算に使う。

Clauserの実験の G の値は、実験1については10.1、実験2では19.3であり、 C_{fw} の平均値は、実験1は0.0019、実験2で0.001、したがって、実験1に

については $H=1.45$, 実験 2 では $H=1.76$ として計算する。

式(1)'から θ が求まると, その θ に上の H の値を乗じれば, 排除厚さ δ^* を求めることができる。

δ^* がわかれば, δ^* と δ の関係は Clauser の下記の実験式で与えられるので, δ^* から δ がわかる。

すなわち, 式(3)'と δ^* の定義から,

$$\delta = \delta^* / (C_2 \sqrt{0.5 C_{fw}}) \quad \dots\dots\dots (5)'$$

$$C_2 = \Delta / \delta \quad \dots\dots\dots (6)'$$

であり, 実験定数 C_2 の値 (G の関数) は実験 1 については 6.4, 実験 2 では 12.0 を示している。

このような方法で計算した δ の測定区間(平衡流れ区間)の値が測定値 [測定値 θ と式(4)', (5)'から求めた δ の値] と一致すればよいとする。

そうでないならば, δ_1 を仮定し直して, 試行錯誤で, 上記の計算を繰返す。

2・2 速度分布の計算 境界層の速度分布は, 次のように計算する。

Clauser の実験⁽¹⁾ は二次元乱流境界層の実験であるが, 前に報告した論文⁽¹²⁾ の方法は二次元流と軸対称流に共通する方法である⁽⁶⁾ から, 軸対称(円形断面のディフューザ)として計算する。

したがって, 計算式は前の論文⁽¹²⁾⁽¹³⁾ の式(1)～(9)と同一である。

それゆえ, 上記の論文を引用して計算方法を述べる。

以下の記述の中の式(1)～(9)および記号は, 上記の論文からの引用である(代表寸法 L としてはディフューザ入口の半径 R_1 , 代表流速 U_c としてはディフューザ入口における主流の流速 U_1 を選ぶ)。

計算法は, 運動方程式(1)および連続の式(2)を, 境界条件の式(3)と式(4)を満たすように, 零方程式モデルの式(5)と式(6)を使って解くのであるが, 計算条件としては, Clauser の論文⁽¹⁾ に示されている風洞の全区間 ($X=0 \sim 400 \text{ in} = 0 \sim 10 \text{ m}$ の全区間) の主流の動圧, 主流がポテンシャル流れとして計算した静圧および壁摩擦応力係数を与える。

まず, 式(6)の K_{out} , K_{in} , ξ を仮定する。ここに, K_{out} と K_{in} は, それぞれ, CS モデルの外層と内層の式に対する補正係数である。 ξ は, 混合長が壁からの距離に比例すると考える CS モデルの混合長に対する補正指数である⁽¹²⁾⁽¹³⁾。

次に, 境界条件として管路の形状 R (管半径または風洞高の 1/2) を仮定する。風洞入口の $R (=R_1)$ は, 実験風洞寸法から, $24 \text{ in} = 0.6096 \text{ m}$ とする。

初期条件(風洞入口の境界条件)としての風洞入口の

境界層厚さ $\delta (= \delta_1)$ および速度分布・せん断応力分布は, 与えられていないので, 仮定する。 δ_1 は 2・1 節で推定した値とする。速度分布は風洞入口の壁摩擦応力係数(測定値)および境界層厚さ δ_1 に対応する Coles-Finley の分布⁽³⁾ と仮定し, せん断応力分布は直線と仮定する。

上記の条件の下に, 式(3)～(6)を使って, 式(1), (2)を前報の方法⁽¹²⁾⁽¹³⁾⁽⁶⁾ で解き, 微小区間下流における速度分布とせん断応力分布を計算し, 式(7)～(9)から, 微小区間下流における静圧を求め, その静圧と仮定した静圧(境界条件として与えた静圧)との差 ΔP_s を求める (δ が R より十分小さい限り, ΔP_s は十分小さいはずである)。このような計算を実験風洞入口 ($X=0$) から測定区間(平衡流れ区間)の終わりまで繰返す。

そして, その計算結果について, 速度分布が測定区間で測定結果と一致することを確認, せん断応力分布が滑らかに連続した曲線であることを確かめ, δ が式(1)～(5)'で推定した δ と一致することを確認する。

また, ΔP_s が十分に小さいこと, および計算した速度分布から求めた各断面における流量 Q と最上流の断面 ($X=0$) の流量 Q_1 との差 ΔQ も一定の範囲に入ること確かめる。

計算結果がこれらの条件を満たさない場合には, 式(6)の諸係数および管路寸法の仮定値を変更して, 上記の計算を繰返し実行(試行錯誤)する。

本報では, $\Delta P_s^* (= \Delta P_s / 0.5 \rho U_1^2)$ は $\pm 0.2\%$ 未満であり, $\Delta Q^* (= \Delta Q / Q_1)$ は $\pm 0.1\%$ 未満となるようにした。

計算した速度分布と測定された速度分布の比較は, 速度分布を無次元速度欠陥則の形で, 壁からの距離は Clauser の境界層厚さ Δ で無次元化した形で表示して(この形で測定結果が示されている)行った。

また, 境界層厚さ δ の測定値(2・1 節の方法による推定値)を基準にして, 壁からの距離を y/R [$= [y/\delta] \cdot [\delta/R]$ 。 y/δ に対する速度分布の測定結果は示されている] に変更して描いた速度分布の測定値とこの計算結果との比較も行った。この方法で計算した δ が測定値(2・1 節の方法による推定値)と一致することを示す意味である。

3. 計算結果と考察

3・1 実験 1 の流れの計算 Clauser の実験 1 (Destribution 1) の場合は, 主流の動圧の測定値から, 代表流速 U_1 を 13.64 m/s (風洞入口, すなわち $X=0$ における主流の流速) とする。

表 1 図 1 の数値, 式 (6) の定数および境界層の厚さ Δ と形状係数 G の計算値(実験 1)

$$K_{out}=K_o, K_{in}=K_i, \xi=1.01 \text{ for Eq. (6)}^{(12)(13)}$$

$$\Delta Q^*=1-Q/Q_1$$

$$Q=\text{discharge (calculated)}$$

$$Q_1=\text{discharge at } X=0 \text{ (No.1)}$$

No.	measured by Clauser				calculated results					
	X [m]	Ue	P _s [*]	C _{fw}	K _o	K _i	R [*]	Δ [m]	G	ΔQ^*
1	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
2	0.005	0.995	0.005	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
3	0.010	0.990	0.010	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
4	0.015	0.985	0.015	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
5	0.020	0.980	0.020	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
6	0.025	0.975	0.025	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
7	0.030	0.970	0.030	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
8	0.035	0.965	0.035	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
9	0.040	0.960	0.040	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
10	0.045	0.955	0.045	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
11	0.050	0.950	0.050	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
12	0.055	0.945	0.055	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
13	0.060	0.940	0.060	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
14	0.065	0.935	0.065	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
15	0.070	0.930	0.070	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
16	0.075	0.925	0.075	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
17	0.080	0.920	0.080	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
18	0.085	0.915	0.085	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
19	0.090	0.910	0.090	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
20	0.095	0.905	0.095	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
21	0.100	0.900	0.100	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
22	0.105	0.895	0.105	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
23	0.110	0.890	0.110	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
24	0.115	0.885	0.115	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
25	0.120	0.880	0.120	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
26	0.125	0.875	0.125	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
27	0.130	0.870	0.130	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
28	0.135	0.865	0.135	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
29	0.140	0.860	0.140	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
30	0.145	0.855	0.145	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
31	0.150	0.850	0.150	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
32	0.155	0.845	0.155	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
33	0.160	0.840	0.160	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
34	0.165	0.835	0.165	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
35	0.170	0.830	0.170	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
36	0.175	0.825	0.175	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
37	0.180	0.820	0.180	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
38	0.185	0.815	0.185	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000
39	0.190	0.810	0.190	0.000	0.000	1.34	1.000	0.060	5.000	0.000

U_1 を基準として無次元表示した主流の流速 U_e , 主流はポテンシャル流れとして主流動圧から求めた無次元静圧 P_s^* および壁摩擦応力係数 C_{fw} の風洞全区間の測定値を, 0.254 m (10 in) 間隔で, 図 1 および表 1 に示す. これらの値は Clauser の実験図から読取ったが, U_e の流れ方向 (X 方向) のこの配は滑らかに連続するように読取った.

図 2 に, 2・1 節の方法で, $\delta_1=0.0254$ m (=1.0 in) として計算した境界層厚さ δ を実線 (1) で, その測定値を●で示す. 両者はほぼ一致しているので, 実験 1 の δ_1 をこの値とする. なお, 参考までに, Truckenbrodt の方法⁽¹¹⁾ で計算して求めた δ も実線 (2) で図 2 に示した. 他の諸方法による計算結果も, 文献 (4) に示されているが, Truckenbrodt の方法と同様の傾向を示している⁽⁴⁾.

図 3 に, 2・2 節の方法で, 図 1 の条件の下に, 風洞入口の δ_1 を 0.0254 m (=0.1 in), 式 (6) の係数 K_{out} , K_{in} , ξ を表 1 の値として, 式 (1), (2) を計算して求めた測定区間(平衡流れ区間, 表 1 の No. 10~39 の区間)の速度分布の代表例 (No. 10, 25, 39) を実線で示す. 図 3 の○印は Clauser の測定値を示す. 図 3 の縦軸は V^* で無次元化した欠陥速度, 横軸は Δ で無次元化した壁からの距離である.

$$P_s^* = P_s / (0.5 \rho U_1^2)$$

$$U_e = U / U_1$$

$$C_{fw} = \text{coefficient of skin friction}$$

$$X = \text{distance from No.1}$$

$$P_s = \text{static pressure}$$

$$U = \text{main flow velocity}$$

$$U_1 = \text{main flow velocity at No.1 (X=0)}$$

$$\rho = \text{fluid density}$$

図 1 無次元静圧, 無次元主流流速および壁摩擦応力係数(実験 1)

図 3 の 3 箇所の計算値は重なっており, その計算値と測定値の一致も良好である. 図 3 の実線を表 2 に数値で示した. また, 表 1 には, 計算した速度分布から求めた Δ および G の値を示す. 表 1 の G の値は, 平衡流れ区間で, 測定値 10.1 とほぼ一致している. さらに,

表1の Δ から、式(6')を使って求めた δ の分布を、図2に○で示した。図2の○は実験(1)とも測定値●ともほぼ一致している。なお、表1には、この風洞(円形断面ディフューザ)の各断面位置 X における無次元寸法 R^* (X における半径 R の風洞入口半径 R_1 に対する比)も示した。

表1に示すように、この計算では、風洞各断面位置 X において、流量誤差 ΔQ^* は $\pm 0.1\%$ 未満に収まっている。 ΔP^* は 0.2% 未満である。

図4は、図3の横軸 y/Δ を y/R に変更して、計算した速度分布(実線)と測定された速度分布(○)とを比較したものである。計測された速度分布(○)は、前記の方法で推定した δ を基準として描いた。図4も計算した速度分布が妥当であることを示す。

なお、図4には、局所のせん断応力係数 C_f の分布も示した。 C_f は滑らかな分布になっている。

以上のことから、表2に示す速度分布は実験1で測

定された速度分布の、十分に正確な近似と言える。

3.2 実験2の流れの計算 Clauserの実験2(Distribution 2)の場合は、主流の動圧の測定値から、代表流速 U_1 を 12.36 m/s とする。

実験2の U_e , P^* および C_{fw} の測定値を、図5と表3に、 0.254 m (10 in)間隔で示す。

図6に、2.1節の方法で、 $\delta_1=0.0216\text{ m}$ ($=0.85\text{ in}$)として計算した境界層厚さ δ を実線(1)で、その測定値を●で示す。両者はほぼ一致しているので、実験2の δ_1 をこの値とする。 δ_1 をこの値として、Truckenbrodtの方法⁽¹¹⁾で計算して求めた δ も実線

表2 無次元速度分布(実験1)

J	y/Δ	$(u-U)/V^*$	$\sqrt{\nu}$
1	0.000	0.000	0.000
2	0.001	0.001	0.001
3	0.002	0.002	0.002
4	0.003	0.003	0.003
5	0.004	0.004	0.004
6	0.005	0.005	0.005
7	0.006	0.006	0.006
8	0.007	0.007	0.007
9	0.008	0.008	0.008
10	0.009	0.009	0.009
11	0.010	0.010	0.010
12	0.011	0.011	0.011
13	0.012	0.012	0.012
14	0.013	0.013	0.013
15	0.014	0.014	0.014
16	0.015	0.015	0.015
17	0.016	0.016	0.016
18	0.017	0.017	0.017
19	0.018	0.018	0.018
20	0.019	0.019	0.019
21	0.020	0.020	0.020
22	0.021	0.021	0.021
23	0.022	0.022	0.022
24	0.023	0.023	0.023
25	0.024	0.024	0.024
26	0.025	0.025	0.025
27	0.026	0.026	0.026
28	0.027	0.027	0.027
29	0.028	0.028	0.028
30	0.029	0.029	0.029
31	0.030	0.030	0.030
32	0.031	0.031	0.031
33	0.032	0.032	0.032
34	0.033	0.033	0.033
35	0.034	0.034	0.034
36	0.035	0.035	0.035
37	0.036	0.036	0.036
38	0.037	0.037	0.037
39	0.038	0.038	0.038
40	0.039	0.039	0.039
41	0.040	0.040	0.040
42	0.041	0.041	0.041
43	0.042	0.042	0.042
44	0.043	0.043	0.043
45	0.044	0.044	0.044
46	0.045	0.045	0.045
47	0.046	0.046	0.046
48	0.047	0.047	0.047
49	0.048	0.048	0.048
50	0.049	0.049	0.049
51	0.050	0.050	0.050
52	0.051	0.051	0.051
53	0.052	0.052	0.052
54	0.053	0.053	0.053
55	0.054	0.054	0.054
56	0.055	0.055	0.055
57	0.056	0.056	0.056
58	0.057	0.057	0.057
59	0.058	0.058	0.058
60	0.059	0.059	0.059
61	0.060	0.060	0.060
62	0.061	0.061	0.061
63	0.062	0.062	0.062
64	0.063	0.063	0.063
65	0.064	0.064	0.064
66	0.065	0.065	0.065
 			

表 3 図 5 の数値, 式 (6) の定数および境界層の厚さ Δ と形状係数 G の計算値(実験 2)

No.	measured by Clauser					calculated results				
	X [m]	Ue	Ps	C_{fw}	Ko	Ki	R*	Δ [m]	G	ΔQ^*
1	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
2	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
3	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
4	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
5	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
6	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
7	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
8	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
9	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
10	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
11	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
12	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
13	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
14	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
15	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
16	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
17	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
18	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
19	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
20	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
21	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
22	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
23	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
24	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
 
78	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
79	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
80	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
81	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
82	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
83	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
84	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
85	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
86	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
87	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
88	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
89	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
90	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
91	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
92	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
93	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
94	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
95	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
96	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
97	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
98	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
99	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000
100	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	12.1	0.000

図 4 無次元速度分布(その 2)および
局所せん断応力係数分布(実験 1)

(2)で図 6 に示した。実験 2 の場合も、実線(2)は実線(1)よりもかなり大きい。

図 7 に、2・2 節の方法で、図 5 の条件の下に、風洞入口の δ_1 を 0.0216 m (=0.85 in), 式(6)の係数 K_{out} , K_{in} を表 1 ($\xi=1.01$) の値として、式(1), (2)を計算して求めた測定区間(平衡流れ区間, 表 3 の No. 16~24 の区間)の速度分布の代表例(No. 16, 20, 24)を実線で示した。図 7 の○印は Clauser の測定値を示す。

図 7 の 3 箇所の計算値は重なっており、その計算値と測定値の一致も良好である。図 7 の実線を表 4 に数値で示した。また、表 3 には、計算した速度分布から求めた Δ および G の値を示す。表 3 の G の値は、平衡流れ区間で、測定値 19.3 とほぼ一致している。さらに、

以上のことから、表4に示す速度分布は実験2で測定された速度分布の十分に正確な近似と言える。

3.3 CSモデルの補正係数(表1, 3) 本報の目的は、Clauserの平衡乱流境界層の速度分布を正確に近似することであり、ここでは、乱流モデルはそのための手段であるが、ここで使った修正CSモデルの補正係数について若干の考察を述べる。

CSモデル外層の補正係数 K_{out} は、実験1, 2とも、境界層厚さが増す下流へ向けて数値を若干増す必要はあったが、1からそれほど離れた値を選ぶ必要はなかった。つまり、外層について大きな補正はしていない。一方、内層の補正係数 K_{in} は、実験1, 2ともそれぞれ一定値を使うことができたが、その値は、実験1では1に近い値を選べたのに対して、実験2では1よりかなり大きな値を選ぶ必要があった。内層の補正係数のこのような傾向は、内層には壁摩擦応力係数の値が密接に関係し、その値は実験1, 2でそれぞれ一定値に近いが、実験1と実験2の値が違っていることに関

表4 無次元速度分布(実験2)

J	y/Δ	$(u-U)/V^*$
1	0.0000	-44.721
2	0.0000	-44.721
3	0.0000	-44.721
4	0.0000	-44.721
5	0.0000	-44.721
6	0.0000	-44.721
7	0.0000	-44.721
8	0.0000	-44.721
9	0.0000	-44.721
10	0.0000	-44.721
11	0.0000	-44.721
12	0.0000	-44.721
13	0.0000	-44.721
14	0.0000	-44.721
15	0.0000	-44.721
16	0.0000	-44.721
17	0.0000	-44.721
18	0.0000	-44.721
19	0.0000	-44.721
20	0.0000	-44.721
21	0.0000	-44.721
22	0.0000	-44.721
23	0.0000	-44.721
24	0.0000	-44.721
25	0.0000	-44.721
26	0.0000	-44.721
27	0.0000	-44.721
28	0.0000	-44.721
29	0.0000	-44.721
30	0.0000	-44.721
31	0.0000	-44.721
32	0.0000	-44.721
33	0.0000	-44.721
34	0.0000	-44.721
35	0.0000	-44.721
36	0.0000	-44.721
37	0.0000	-44.721
38	0.0000	-44.721
39	0.0000	-44.721
40	0.0000	-44.721
41	0.0000	-44.721
42	0.0000	-44.721
43	0.0000	-44.721
44	0.0000	-44.721
45	0.0000	-44.721
46	0.0000	-44.721
47	0.0000	-44.721
48	0.0000	-44.721
49	0.0000	-44.721
50	0.0000	-44.721
51	0.0000	-44.721
52	0.0000	-44.721
53	0.0000	-44.721
54	0.0000	-44.721
55	0.0000	-44.721
56	0.0000	-44.721
57	0.0000	-44.721
58	0.0000	-44.721
59	0.0000	-44.721
60	0.0000	-44.721
61	0.0000	-44.721
62	0.0000	-44.721
63	0.0000	-44.721
64	0.0000	-44.721
65	0.0000	-44.721
66	0.0000	-44.721
67	0.0000	-44.721
68	0.0000	-44.721
69	0.0000	-44.721
70	0.0000	-44.721
71	0.0000	-44.721
72	0.0000	-44.721
73	0.0000	-44.721
74	0.0000	-44.721
75	0.0000	-44.721
76	0.0000	-44.721
77	0.0000	-44.721
78	0.0000	-44.721
79	0.0000	-44.721
80	0.0000	-44.721
81	0.0000	-44.721
82	0.0000	-44.721
83	0.0000	-44.721
84	0.0000	-44.721
85	0.0000	-44.721
86	0.0000	-44.721
87	0.0000	-44.721
88	0.0000	-44.721
89	0.0000	-44.721
90	0.0000	-44.721
91	0.0000	-44.721
92	0.0000	-44.721
93	0.0000	-44.721
94	0.0000	-44.721
95	0.0000	-44.721
96	0.0000	-44.721
97	0.0000	-44.721
98	0.0000	-44.721
99	0.0000	-44.721
100	0.0000	-44.721

● measured by Clauser
○ calculated by present method
(1) calculated by Eq. (A) and Eq. (E) ($H=1.76, C_{fw}=0.001, C_2=12.0$)
(2) calculated by Truckbrodt method⁽¹¹⁾ and Eq. (E) ($H=1.76, C_{fw}=0.001, C_2=12.0$)

図6 無次元境界層厚さと無次元管半径(実験2)

○ measured by Clauser
— calculated by present method
(No.16, No.20, No.24: Table 3)

図7 無次元速度分布(実験2: その1)

○ measured by Clauser ($C_2=12.0$)
— calculated by present method
(No.1, No.16, No.20, No.24: Table 3)

図8 無次元速度分布(その2)および
局所せん断応力係数分布(実験2)

係しているものと推定している。

なお、混合長に関する補正指数 k は、十分発達した管内流れの速度分布の計算に使った値⁽¹³⁾を使った。

4. お わ り に

Clauser が測定した二つの平衡流れの速度分布を、レイノルズ方程式を零方程式モデルを使って解く方法で、近似した。

本報の計算では、計算した無次元速度分布が測定された分布と一致すべきはもちろんであるが、計算した境界層厚さも測定値と一致するように、零方程式モデルの諸係数⁽¹²⁾⁽¹³⁾を、試行錯誤で選んだ。

このようにして本報の計算で求めた無次元速度分布は測定された分布と測定区間(平衡流れ区間)内で良好に一致している。したがって、本報の計算で求めた速度分布は、Clauser が示した二つの平衡流れの速度分布の十分に正確な近似になっており、所期の目的は達成できた。

表 2 と表 4 に示した速度分布は、Plandtl や Coles にしなあって、一つの式で表すことができれば最善であろう。これは次の課題であるが、現在は、計算機によ

るデジタル処理が一般であるから、デジタル表示で十分である。

文 献

- (1) Clauser, F. H., *J. Aero naut. Sci.*, **21**(1954), 91.
- (2) Coles, D. E., Hirst, E. A. 編., *Proc. Comput Turbulent Boundary Layers-1968, AFOSR-IFP-STANFORD Conf.*, **II**(1968), 198.
- (3) Finley, P. J., Phoe, K. C. and Poh, C. J., *Houille Blanche*, **21**(1966), 713.
- (4) Kline, S. J., Morkovin, M. V., Sovran, G., Cockrell, D. J. 編, *proc Comput. Turbulent Boundary Layers-1968, AFOSR-IFP-STANFORD Conf.*, **I**(1968), 544.
- (5) 生井・井上, 粘性流体の力学, (1978), 145, 理工学社.
- (6) Cebeci, T. and Smith, A. M. O., *Analysis of Turbulent Boundary Layers*, (1974), 259, 329, ACADEMIC PRESS.
- (7) 例えば, 明・笠木, 機論, **54**-508, B(1988), 3512.
- (8) 例えば, 広瀬, 日本航空宇宙学会誌, **28**-313(1980), 67.
- (9) Hinze, J. O., *Turbulence*, (2nd ed.), (1975), 638, *NACA TM*, (1975), 1285(McGRAW-HILL).
- (10) 谷・乱流, (1979), 147, 丸善.
- (11) Schlichting, H., *Boundary-Layer Theory*, (6th ed., (1968), 631, McGRAE-HILL.
- (12) 原口, 機論, **55**-518, B(1989), 3102.
- (13) 原口, 機論, **57**-541, B(1991), 2970.