浮力が作用する管内層流の流れと熱伝達の基本特性* (加熱された平行回転円管と水平円管)

石 垣 博^{*1}

Thermohydrodynamic Characteristics of Combined Convective Laminar Flow in Heated Ducts (Parallel Rotating Pipe and Horizontal Pipe)

Hiroshi ISHIGAKI

Flows in heated horizontal ducts and heated parallel rotating ducts include secondary flows due to buoyancy, which can cause increases in the friction factor and the heat transfer. Fundamental characteristics common to these two flows are given for the fully developed laminar flows by the similarity discussion and by numerical computation. A new similarity parameter is proposed and the characteristics are correlated with it. Empirical formulae for the friction factor and the Nusselt number are presented.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Pipe Flow, Secondary Flow, Laminar Flow, Heat Transfer

1. 緒 言

遠心力, コリオリの力, 浮力などの体積力が作用する管路内の流れは多くの実用機器に見られる。断面内に体積力が作用する管内流は一般に二次流れを有し, 複雑な三次元流動になる。この種の流れに関する研究は曲管(遠心力), 直交回転管(コリオリの力), 平行回転管(遠心浮力), 水平加熱管(重力浮力)などの内部流として個別的に扱われることが多く, 管摩擦係数や平均ヌッセルト数などの実用式も個別に出されている。

これに対し著者らは, 遠心力が作用する曲管⁽¹⁾とコリオリの力が作用する直交回転管⁽²⁾について流れ場相互の共通性を意識して支配無次元数を決定した。さらにこれら二つの流れ場のあいだに相似性が存在することを明らかにして, 管摩擦係数や熱伝達が共通の式で表示できることを示した⁽³⁾。ここでは浮力が作用する標記の2種の管内流, すなわち遠心浮力が作用する平行回転加熱管と重力浮力が作用する水平加熱管内

の流動伝熱を同一の問題として取扱い, その基本特性を明らかにするとともに, 共通に使用できる実用式を与える。

さてこれら2種の流れに関する従来の研究では $ReRaPr$ が相似パラメータとされ⁽⁴⁾⁽⁵⁾, 実験あるいは計算結果の多くは $ReRaPr$ により表示されている[ただし $Ra = g\beta d^4(dT_b/dz)/(av)$]。代表的なものとして水平加熱管についての森・二神らのヌッセルト数実験式⁽⁶⁾, 平行回転管についての Woods-Morris の数値公式⁽⁷⁾ などがあり, ハンドブック類⁽⁸⁾⁽⁹⁾ にもこれらの式が記載されている。しかしこの形で整理した Nu の式は, Ra を一定にして Re を増加させると Nu が増加する形になり, 物理的に矛盾した印象を与えて誤解を招きやすい。実際にはこのときの Re と Ra は独立ではなく, 他の補助関係式を通して陰に連動しているのである。

このような実用式は互いに独立な無次元数を用いて表示されるべきである。またこれらの流動伝熱特性を適切に無次元表示するためには速度, 温度, 長さの代表尺度を物理的に正しく把握して議論を進めることが必要である。本研究では著者が文献(3)で用いたと同様の相似性の議論を適用して, 標記の問題に対する新しい相似パラメータを導き, これを用いて流動伝熱の

* 平成3年12月20日 第5回数値流体力学シンポジウムおよび平成4年5月27日 第29回日本伝熱シンポジウムにおいて講演, 原稿受付 平成4年7月10日。

*1 正員, 科学技術庁航空宇宙技術研究所角田支所(〒981-15 角田市君萱字小金沢1)。

機構を説明し、相似理論に基づいてその特性を表示する。本報告では最も基本的な問題として軸方向に熱流束一定、周方向に等温の条件で管壁が加熱された円管内の層流をとりあげ、速度場、温度場ともに完全に発達した領域での特性を相似性の議論と数値計算により明確にする。

2. 主 な 記 号

- d : 加熱円管内直径
 E_c : 偏心パラメータ $= H/d$
 f : 管摩擦係数 $= -(\partial p^*/\partial z)d/\frac{1}{2}\rho w_m^2$
 H : 平行回転管の回転半径
 K_{LB} : 層流特性数 $= \sqrt{Ra_q}$
 Nu : 周平均ヌッセルト数
 p^* : 換算圧力 [式(6・a)]
 Pr : プラントル数 $= \nu/\alpha$
 q_w : 壁熱流束
 Ra_q : 修正レイリー数 $= F\beta q_w d^4/(\nu k a)$
 ただし F は回転管の場合は遠心加速度 $H\Omega^2$,
 水平管の場合は重力の加速度 g とする
 Re : 主流のレイノルズ数 $= w_m d/\nu$
 T_b : 混合平均温度
 T_w : 管壁温度
 w_m : 管内平均流速
 β : 体積膨張係数
 Ω : 回転角速度
 ψ : 二次流れの流線関数

(a) 平行回転円管の座標系 (b) 水平加熱円管の座標系

図 1 二つの管内流

3. 基礎式と数値解法

ここでとりあげる二つの流れ場を図 1 (a), (b) に示し、平行に回転する加熱円管内層流の基礎式を以下に与える。図 1 (a) に示すように回転半径 H , 回転角速度 Ω で管軸と平行な軸のまわりに回転する円管に固定して円筒座標系 (r, θ, z) をとる (z は主流方向)。管内の流れは定常、非圧縮性の層流で、速度場、温度場ともに完全に発達した状態にあるものとする。また Boussinesq 近似を導入して密度変化は浮力項でのみ考慮し、粘性係数などの物性値は一定と仮定する。

大形発電機冷却流路などの実用的な流れでは、遠心浮力がきわめて大きいため活発な二次流れが発生する。またその二次流れのためにコリオリの力とコリオリの力による浮力が副次的に発生するが、コリオリの力に起因するものは一般に小さいので無視する。このとき速度成分を (u, v, w) , 温度を T とすれば、平行回転円管内の完全発達層流の基礎方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial}{\partial \theta}(v) = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial r} - \Omega^2 \beta (r + H \cos \theta) (T - T_b) + \nu \left(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} + \Omega^2 H \beta (T - T_b) \sin \theta + \nu \left(\nabla^2 v - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \quad (4)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \nabla^2 T \quad (5)$$

ここに ν は動粘性係数, α は熱拡散率であり、ラプラスian は次式で与えられる。

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

また p^* は実際の圧力から遠心力場の作用による平衡圧力を差引いた換算圧力である。

$$p^* = p - \rho \Omega^2 \left(Hr \cos \theta + \frac{1}{2} r^2 \right) \quad (6 \cdot a)$$

完全発達流では $\partial p^*/\partial z$ は一定となるから

$$-\frac{\partial p^*}{\partial z} = C \quad (6 \cdot b)$$

さらに温度場が完全発達している条件から

$$-\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{4q_w}{\rho c_p w_m d} \quad (6 \cdot c)$$

の関係がある。ここに ρ は密度, c_p は比熱である。

式(2), (3)の右辺第2項が遠心浮力を表すが, 式(2)の遠心浮力項では偏心率 E_c が大きくなると, 4章で示すように, r を含む項は相対的に小さくなって無視できる。このときに HQ^2 を重力の加速度 g に, p^* を p におきかえれば, 式(1)~(5)は図1(b)に示す加熱水平円管の基礎式になり, 境界条件も同じであれば同一問題に帰着する。ここではこのような場合すなわち E_c が大きい場合を扱って, 両者に共通な特性を明らかにする。

式(1)~(5)の数値解を求める計算プログラムは Patankar の著書⁽¹⁰⁾ を参考にして作成したもので, 著者が曲管, 直交回転管も含めた一連の研究に共通して用いているものである。すなわち基礎式を有限体積法により離散化し, スタガード格子, べき乗スキーム, SIMPLE 法を用いている。

計算は x 軸に関する流れの対称性を仮定し, 半断面について行った(不等間隔の格子点数 32×27)。本報告で示すすべての結果については加熱水平円管の計算を別に行い, $E_c=100$ とした平行回転円管の計算結果と完全に一致することを確認している。

4. 流動伝熱場の相似性

計算結果を示す前に, 本章ではこの流動伝熱場の相似性についての議論を行い, 新しい相似パラメータを求めて流動伝熱の基本特性を説明する。 $ReRaPr$ を相似パラメータとしている従来の論文では, 速度 u, v, w をすべて w_m で無次元化してパラメータを導出している。しかし u, v は軸速度の存在により発生するのではなく, 壁から与えられる熱により発生するのであるから, 二次流れ u, v の代表速度として w_m をとることは正しくない。二次流れの代表速度は熱的な量で表したものに近くなるはずである。

壁熱流束が軸方向に一定のときの代表温度は, k を流体の熱伝導率として $T_s = q_w d / k$ であるから, 式(2)あるいは式(3)から u, v の代表速度 U_s を求めると次のようになる。

$$U_s = \frac{\nu}{dPr} \sqrt{Ra_q} \quad \dots\dots\dots (7)$$

文献(1)~(3)における著者の相似性の議論と同じように, 軸方向の代表速度を w_m , 断面内の代表速度を U_s として次のような無次元化を行う。

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= \frac{u}{U_s}, \quad \tilde{v} = \frac{v}{U_s}, \quad \tilde{w} = \frac{w}{w_m}, \quad \tilde{p}^* = \frac{p^*}{\rho U_s^2}, \\ \tilde{C} &= \frac{C}{\rho U_s w_m d}, \quad \tilde{T} = \frac{T - T_b}{T_s}, \quad \tilde{r} = \frac{r}{d} \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

この流れが温度場主導の流動伝熱場となることを考慮し, かつ後の説明に便利のように変形して示せば, 式(1)~(5)を無次元化した式は次のようになる。

$$-\frac{\partial}{\partial \tilde{r}}(\tilde{r}\tilde{u}) + \frac{\partial}{\partial \tilde{\theta}}(\tilde{v}) = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{Pr} \left(\tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{\theta}} - \frac{\tilde{v}^2}{\tilde{r}} \right) \\ &= -\frac{1}{Pr} \frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial \tilde{r}} - \tilde{T} \cos \theta - \frac{\tilde{T}\tilde{r}}{E_c} \\ &+ \frac{1}{K_{LB}} \left(\nabla^2 \tilde{u} - \frac{\tilde{u}}{\tilde{r}^2} - \frac{2}{\tilde{r}^2} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{\theta}} \right) \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{Pr} \left(\tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{\theta}} + \frac{\tilde{u}\tilde{v}}{\tilde{r}} \right) \\ &= -\frac{1}{Pr\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{p}^*}{\partial \tilde{\theta}} + \tilde{T} \sin \theta \\ &+ \frac{1}{K_{LB}} \left(\nabla^2 \tilde{v} - \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}^2} + \frac{2}{\tilde{r}^2} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{\theta}} \right) \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{Pr} \left(\tilde{u} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{\theta}} \right) = \frac{\tilde{C}}{Pr} + \frac{1}{K_{LB}} \nabla^2 \tilde{w} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\tilde{u} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{r}} + \frac{\tilde{v}}{\tilde{r}} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{\theta}} = -\frac{4\tilde{w}}{K_{LB}} + \frac{1}{K_{LB}} \nabla^2 \tilde{T} \quad \dots\dots\dots (13)$$

上式からわかるように流動伝熱特性は K_{LB}, Pr, E_c の三無次元数により決定される。ここで求めた $K_{LB} = \sqrt{Ra_q}$ はこの流動伝熱場の基本無次元数で, 二次流れの代表速度 U_s を用いたレイノルズ数とプラントル数の積, すなわちペクレ数になっている。式(13)からわかるように温度場の基本特性は K_{LB} のみによって決まり, Pr に無関係である。また式(10)からわかるように, E_c が大きくなれば E_c を含む項が無視できて, 流動伝熱場は E_c に無関係になる。本報告では K_{LB} と Pr の2パラメータで特性が決まるこのような場合を扱う。

Pr は速度場にのみあらわれて, 対流項の相対的重要性を決める。 Pr が大きいときには対流項が相対的に小さくなって拡散項が支配的になり, 逆に Pr が小さいときには対流項が支配的になって, 拡散効果は壁のごく近傍に限定される。5章では流れパターンの計算結果を用いて, このような状況を具体的に説明する。

5. 速度場と温度場の基本構造

この流れ場では加熱されて高温になった壁面近傍の流体が壁に沿って上昇し, $\theta=180^\circ$ で合流, 下降して一対の二次流れ渦を形成する。これは w そのものが二次流れの発生原因となる曲管や直交回転管内の流れとは機構を異にする。式(10), (11)からわかるように u, v の式には w が入っていない。この流れでは w の影響は温度場を経由して間接的に u, v に伝わるだけで

図 2 軸速度, 二次流線, 温度の等高線の K_{LB} による変化 (左半部は $Pr=0.71$, 右半部は $Pr=7.0$, 等高線間隔 0.1)

図 3 $Pr=0.2$ のときの軸速度, 二次流線, 温度の等高線の K_{LB} による変化 ($Pr=0.2$)

あるから, 二次流れ効果は基本的には主流のレイノルズ数 Re とは無関係である。

図 2 は $Pr=0.71$ と 7.0 の場合について, K_{LB} を小・中・大の 3 通りにとったときの無次元の軸速度, 二次流線, 温度の等高線分布を示したものである。 Pr が 1 に近い 0.71 の場合には, K_{LB} の大小にかかわらず軸速度場と温度場はほぼ相似の挙動を示す。式 (12) と式 (13) を比較すればわかるように Pr が 1 に近いときには $\tilde{T}$ と $\tilde{w}$ の支配方程式は類似である。速度場で説明すれば, K_{LB} が小さいときには拡散が大きい粘性流形, K_{LB} が大きいときには境界層形の性格を示す。

Pr が大きい 7.0 の場合には, 温度場は $Pr=0.71$ と

ほとんど同じ特徴をもっているが, 軸速度場は二次流れの影響をあまり受けていない。これは次のように説明される。 Pr が大きいときには式 (12) の左辺は小さくなって, 軸速度場に及ぼす二次流れ $\tilde{u}$, $\tilde{v}$ の影響は小さくなり, K_{LB} の全域で拡散性の強い流れとなる。他方温度場の式 (13) では, Pr に関係なく二次流れの項は拡散項と同じオーダーであるから, 二次流れは温度場に大きな影響を及ぼし, K_{LB} の大きいところでは温度場は境界層形である。

逆に Pr が 1 よりずっと小さい場合には, 軸速度場は二次流れによって大きな影響をうけるはずである。 Pr が小さい $Pr=0.2$ の場合の計算結果を図 3 に示す。この場合には式 (12) の左辺対流項は大きくなって軸速度場は二次流れの影響を強く受け, その等高線分布は, $\theta=180^\circ$ から $\theta=0^\circ$ の壁面に向かってあたかも衝突噴流のように流れる二次流れの存在を明らかに示す。 $Pr=0.71$ と 7.0 のときには一つであった $w_{\max}$ の位置はこの流れにより二つに分断されて, K_{LB} の増加とともに壁面近くを $\theta=160^\circ$ 近くまでおし流される。また w の激しい変化は, 式 (13) 右辺第 1 項を通して温度場にも影響を与える。このため Pr が小さいときのヌッセルト数は Pr に無関係ではなくなり, 6 章に示す $Pr>0.71$ のヌッセルト数曲線からはずれる。

6. ヌッセルト数

以下に示す計算結果は Pr の値を 8 種類すなわち

0.71, 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15 に変えたものである。図4に平均ヌッセルト数比 Nu/Nu_0 (ただし $Nu_0=4.364$ は浮力がないときの値) の計算結果を示す。 Pr を 0.71~15.0 の範囲で変化させた 8 種の計算結果はほとんど一致していて、 Pr 依存性がないことを示している。破線は平行回転管公式としてよく引用される Woods-Morris の数値公式⁽⁷⁾ を K_{LB} 換算して示したものであるが、 K_{LB} の大きいところで本結果とは相違している。 Woods らの計算格子点数は 16×16 とかなり粗いので、 K_{LB} が大きくなって温度場が境界層形になると、壁近傍での解像度が不足し、 Nu が低くで

図4 平均ヌッセルト数の計算結果 ($Nu_0 = \frac{48}{11}$)
(—: 本計算結果, ---: Woods-Morris の数値公式)

図5 平均ヌッセルト数実用式(14)と実験値との比較
[—: 実用式(14), ○: 森・二神らの実験値 (空気), △: Siegwarth らの実験値 (エチレングリコール)]

図6 管摩擦係数の計算結果 ($f_0 = 64/Re$)

きたと推察される。

実用式として本計算結果を $Ra_q = K_{LB}^2$ を用いた簡単な式で表せば、次のようになる。

$$\frac{Nu}{Nu_0} = Ra_q^{1/4} (0.0404 \times 0.271 Ra_q^{-0.158}) \dots \dots \dots (14)$$

上式を加熱水平円管の実験データと比較して図5に示す。実験値は $Pr=0.72$ (空気) についての森ら⁽⁶⁾ のデータと Pr が無限大と考えられるグリセロールを用いた Siegwarth ら⁽¹¹⁾ のデータである。計算値は K_{LB} が 1.5×10^4 まで、 Pr は 0.71~15 であるが、式(14)を外挿しても Siegwarth らの実験値とよく一致するので、式(14)の適用範囲は $10^2 < K_{LB} < 10^5$ とし、 Pr の適用範囲は 0.7 から無限大までと考える。本研究では加熱された平行回転円管と水平円管内層流の両方に共通な平均ヌッセルト数公式として上式を提案する。

7. 管摩擦係数

4章および5章で明らかにしたように Pr が大きくなるにつれて軸速度場に及ぼす二次流れの影響は小さくなるから、管摩擦係数 f の増加度は小さくなる。図6に管摩擦係数比 f/f_0 (ただし f_0 は浮力がないときの値) の計算結果を示す。

本数値計算結果を式(14)の形の実用式に表せば次のようになる。

$$\frac{f}{f_0} = Ra_q^{1/4} (A + B \cdot Ra_q^C) \dots \dots \dots (15)$$

ただし、定数 A, B, C は Pr によって変わり、表1のようになる。

ところで加熱水平円管内層流の管摩擦係数公式としてハンドブック⁽⁹⁾ などには Morcos-Bergles⁽¹²⁾ による次の実験式が引用されている。

$$\frac{f}{f_0} = \{1 + [0.195 Ra_T^{0.15}]^{15}\}^{1/15} \dots \dots \dots (16)$$

ただし $Ra_T = g\beta(T_w - T_b)d^3a/\nu$ である。この式はエチレングリコールの実験値から導いたものであるが、

表1 管摩擦係数実用式(15)の定数値

Pr	A	B	C
0.71	0.0277	0.525	-0.208
1.0	0.0249	0.615	-0.225
2.0	0.0188	0.907	-0.262
3.0	0.0146	1.046	-0.272
5.0	0.00966	1.114	-0.273
7.0	0.00700	1.116	-0.270
10.0	0.00469	1.093	-0.265
15.0	0.00277	1.063	-0.260

図 7 温度差最大値の K_{LB} による変化

図 8 軸速度最大値の K_{LB} による変化

図 9 二次流線関数の最大値 $\psi_{\max}$ の K_{LB} による変化

Pr に制限をつけない形で引用されている⁽⁹⁾。しかし 5 章で見たように流れパターンが Pr によって大きく変化することを考えれば、管摩擦係数が Pr の影響を受けないとは考えられない。

8. 速度場と温度場の特性

計算結果から得られた諸量を式(8)の無次元化に準拠した形で表示し、温度場と速度場の定量的な特性を示す。

8・1 温度差と軸速度の最大値 図 7 は管壁と流体との温度差 $\Delta T = T_w - T$ の最大値 $(\Delta T)_{\max}$ を代表温度 T_s で無次元化して示したものである。8 種の計算結果は一致して、無次元最大温度差が Pr にほとんど無関係であることを示している。図 4 と図 7 から Pr が 0.71 より大きい場合の温度場が基本的に Pr に無関係であることが確認された。

他方、最大軸速度の無次元値は Pr の影響を受ける

図 10 二次流れ速度 ($V = \sqrt{u^2 + v^2}$) の最大値 $V_{\max}$ の K_{LB} による変化

(図 8)。 Pr が小さいときは $w_{\max}$ は浮力が無いときの値 2.0 から K_L の増加とともに減少し、曲管などの特性と同様の傾向を示す。しかし Pr が大きくなると、むしろ 2.0 よりもわずかながら増加することが注目される。なお、 $Pr=10$ と 15 の線がほとんど重なることから、 $Pr=15$ の曲線が Pr が大きくなったときの漸近線になると考えられる。

8・2 二次流れの最大値 図 9, 10 は二次流線関数 ψ と二次流速 $V = \sqrt{u^2 + v^2}$ の最大値、 $\psi_{\max}$ と $V_{\max}$ が K_{LB} と Pr によりどのように変化するかを示したものである。このような整理方法をとると、両者とも $K_{LB}=200 \sim 500$ のところで最大値をもつ相似な曲線群となる。流体の種類と加熱条件などを与えることにより、これらの曲線から二次流れの特性値が具体的に求まる。計算結果は $Pr=15$ までであるが、相似変換に基づくこのような表示方法をとれば、 Pr がきわめて大きくなっても $Pr=15$ の曲線から大きくずれることはないと考えられる。

9. 結 言

平行回転管の偏心パラメータ E_c が大きいときに、浮力が作用する平行回転加熱円管と水平加熱円管内の二つの熱流動は同一の問題に帰着する。本報告では相似性の議論と数値計算結果により、この場合の二つの管内完全発達層流に共通する流れと熱伝達の基本特性を明らかにした。その主な結果を要約すれば次のようになる。

(1) 基礎式に二次流れを考慮した相似変換をほどこすことにより、この流れの新しい基本無次元数 K_{LB} を導き、平行回転管の流動伝熱特性が K_{LB} , Pr , E_c の三無次元数によって決定されること、 E_c が大きいときには E_c の効果は無視できて水平な加熱管内流れと同一の問題に帰着すること、 Pr の変化は基本的には温度場に影響せず、速度場に大きな影響を与えること

などを明らかにした。

(2) K_{LB} の変化に対し速度場, 温度場のパターンがどのように変化するかの計算結果を $Pr=0.2, 0.71, 7.0$ の場合について示し, 相似理論の結果に基づきその物理的機構を説明した。

(3) 相似性の議論と数値計算結果に基づき, 平均ヌッセルト数と管摩擦係数の実用式を提案した。

(4) K_{LB}, Pr による流動伝熱場の特性量すなわち壁と流体の温度差, 軸速度, 二次流線関数および二次流速の最大値の変化を相似変換に準拠して表示することにより, 広範囲にわたる定量的算定を可能にした。

文 献

- (1) 石垣・山田, 機論, **57**-544, B (1991), 4044.
- (2) 石垣・田村, 機論, **57**-540, B (1991), 2523.
- (3) 石垣, 機論, **58**-550, B (1992), 1661.
- (4) 日本流体力学会編, 流体力学ハンドブック, (1987), 215, 丸善.
- (5) Morris, W. D., *Heat Transfer and Fluid Flow in Rotating Coolant Channels*, (1981), 33, Research Studies Press.
- (6) 森・二神・ほか2名, 機論, **30**-219 (1964), 1378.
- (7) Woods, J. L. and Morris, W. D., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **102** (1980), 612.
- (8) 日本機械学会編, 伝熱工学資料, 改訂4版, (1986), 53, 240.
- (9) Rosenow, W. M., ほか2名編, *Handbook of Heat Transfer Fundamentals*, (1985), 7-40, 7-155, McGraw Hill.
- (10) Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, (1980), 113, Hemisphere.
- (11) Siegwirth, D. P., ほか3名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, **12** (1969), 1535.
- (12) Morcos, S. M. and Bergles, A. E., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **97** (1975), 1901.