偏心した球状中空液滴の定常運動*

川 野 聡 恭^{*1}, 橋 本 弘 之^{*1}

Steady Motion of a Spherically Eccentric Encapsulated Liquid Drop

Satoyuki KAWANO and Hiroyuki HASHIMOTO

The steady motion of a spherically eccentric encapsulated liquid drop in an immiscible liquid was studied numerically for Reynolds numbers up to 200. An encapsulated drop consisting of a gas bubble completely coated by a thin liquid film was subject to the present research. Based on the experimental observations of the encapsulated drop motion obtained using liquid-liquid-gas systems developed by the authors, a model of the configuration and a numerical method for solution for the flow field were presented in the limit of large interface tensions by assuming two interfaces to be spherical. The development of the numerical code was based on the finite difference technique and the curvilinear coordinate transformation technique. The flows around and inside the encapsulated drop for a spherically eccentric configuration were investigated. Furthermore, the effect of eccentricity between the inner and outer interfaces on the drag coefficient or on the flow patterns of the encapsulated drop moving at finite Reynolds numbers was elucidated quantitatively.

Key Words: Multiphase Flow, Numerical Analysis, Bubble, Computational Fluid Dynamics, Encapsulated Liquid Drop, Compound Fluids, Buoyancy-Driven Motion

1. 緒 言

液滴の内部に気体を含む中空液滴やそれを凝固させた固体球殻は高性能熱・物質交換器, 人工心肺装置, 軽量充てん材料, 触媒作用物質, 人工臓器, 高機能薬剤などへの応用が期待されており, 工業的付加価値が非常に高い. 著者らはこれまでに, 気-液-液系を利用した mm オーダ粒径の中空液滴および固体球殻の簡易連続生成装置を考案・試作し, その連続生成機構や装置の基本特性に関する研究を理論⁽¹⁾⁽²⁾ならびに実験⁽³⁾⁽⁴⁾の両面から行った. さらに, 気-液-液系装置において, その生成後上昇運動する中空液滴に対して同心球形状を仮定した理論解析により, その終速度や局所上昇速度の理論的予測法を提案し, 実験結果との対比によってそれらの妥当性を確認した^{(5)~(7)}.

しかし, 気-液-液系における 2 種類の液体の界面張力が大きい場合に生成される液滴径の小さい中空液滴はほぼ球形状になるが, 2 種類の液体の密度差が大きい場合, 内部の気泡界面と中空液滴界面は偏心することが実験観察からも知られている⁽⁶⁾. したがって, 本

現象に関与するパラメータが多いことや非常に薄い球状液膜内部の流動計測の困難さなどを考慮すれば, この偏心量が中空液滴の複雑な挙動に及ぼす影響を理論的に究明することも重要であると言える.

偏心を伴う中空液滴の流動特性や抵抗係数に関する従来の研究はすべてストークス近似が成立する非常に遅い流れを対象としたものである. たとえば, 気泡が液滴内部に含有された安定な中空液滴に対する熱・流動解析⁽⁸⁾⁽⁹⁾と気泡が液滴内部からずれた不安定な中空液滴に対する熱・流動解析^{(10)~(13)}が挙げられる. しかし, 先に述べた中空液滴の連続生成に基づいた工業的応用に際しては, 比較的大きい速度で移動する安定な中空液滴の挙動を明らかにする必要がある.

そこで, 本研究では, 偏心を伴う球状中空液滴の周囲および内部の流れを曲線座標変換法⁽¹⁴⁾および有限差分法によって数値的に求め, 従来のストークス近似や同心球モデルによる解析結果と比較し, 本解析の妥当性を検討した. さらに, 気-液-液系を用いた中空液滴の生成実験を行い, その抵抗係数に関する実測値と数値解析結果とを比較検討した. その結果, 従来不明であった比較的大きい速度(粒子レイノルズ数が 200 程度以下)で移動する偏心球状中空液滴の流動特性を定量的に明らかにした. また, 従来提示された同心球

* 原稿受付 平成 4 年 11 月 19 日.

^{*1} 正員, 東北大学流体科学研究所 (〒980 仙台市青葉区片平 2-1-1).

状中空液滴の抵抗係数に関する半経験式⁽⁵⁾の偏心球状中空液滴への適用性についても考察した。

2. 主 な 記 号

r, z : 軸対称円筒座標

ξ, η : 曲線座標

C_d : 抵抗係数

d : 中空液滴の中心と内部気泡の中心との変位

E_c : 偏心率 $= d/r_e$

g^{jk} : 測度

J : ヤコビアン

P : 中空液滴外側界面上の圧力分布

r_b : 中空液滴内部の気泡の半径

R_d : 式(23)で定義された C_d の E_c による変化率

r_e : 中空液滴の外半径

Re_i : レイノルズ数 $= 2r_e\rho_i U_\infty/\mu_i$

u : 後ろよどみ点から前よどみ点に向かう界面の接線方向速度

U : 流れの z 方向速度成分

U_∞ : 一様流の速度

V : 流れの r 方向速度成分

γ : 密度比 $= \rho_1/\rho_2$

ε : 半径比 $= r_b/r_e$

θ : 中空液滴中心を原点とした前よどみ点からの角度

χ : 粘度比 $= \mu_1/\mu_2$

μ : 粘度

ρ : 密度

ϕ : 流れ関数

ω : 渦度

添字および肩字

d : 有次元量

i : 液体 1 または液体 2

I : 内側界面 (中空液滴と内部気泡との界面)

O : 外側界面 (中空液滴と周囲液体との界面)

1: 中空液滴を構成する液相

2: 中空液滴周囲の液相

3. 支配方程式および数値解法

3.1 理論モデル 本論文では、液体 1 から成る静止した中空液滴がそれと混ざらない液体 2 の一様流中におかれている場合を想定する。ここでは気-液-液系を用いた既報の実験観察^{(1)~(6)}に基づき、工業的実用上の観点から以下のような仮定を導入し、中空液滴内部および周囲の流れの支配方程式と境界条件を簡略化する。

(1) 流体はすべてニュートン流体であり、流体の運動に及ぼす温度、圧縮性および重力の影響を無視する。

(2) 気体の粘度および密度は液体のそれらに比して十分小さいので気体の運動は無視する。

(3) 中空液滴周囲および内部の流れは軸対称で定常であるとする。

(4) 中空液滴およびその内部の気泡は球形で、それらの偏心を考慮するが、中空液滴の外側界面 (中空液滴と周囲液体との界面) および内側界面 (中空液滴と内部気泡との界面) の変形や界面の変動波はないものとする。

以上の仮定に基づいて簡略化した解析モデルおよび座標系を図 1 に示す。なお、仮定(4)の導入によって、本解析結果は中空液滴の径や移動速度が小さく、しかも、界面張力が比較的大きい場合に適用される。しかし、気-液-液系で連続生成される安定な中空液滴はそ

図 1 解析モデル

図 2 曲線座標変換法

の直径が5 mm程度で比較的小さく、上昇速度も0.3 m/s程度以下であり、上昇運動のレイノズル数は1000程度以下であるから⁽⁶⁾、仮定(4)はある程度妥当であると考えられる。

3・2 曲線座標変換法 図2に示すように、実空間上の座標格子点 (r, z) を次のラプラス方程式により写像空間上の座標格子点 (ξ, η) に対応づける。

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、添字 i は $i=1$ で液体1、 $i=2$ で液体2をそれぞれ表す。式(1)の独立変数と従属変数を入れ換えると次のようになる。

$$L_i r = 0, \quad L_i z = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、オペレータ L_i は次のように表される。

$$L_i = g_i^{22} \frac{\partial^2}{\partial \xi_i^2} - 2g_i^{12} \frac{\partial^2}{\partial \xi_i \partial \eta_i} + g_i^{11} \frac{\partial^2}{\partial \eta_i^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、測度 g_i^{jk} およびヤコビアン J_i は次のように表される。

$$g_i^{11} = \left(\frac{\partial r}{\partial \xi_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi_i} \right)^2, \quad g_i^{12} = \frac{\partial r}{\partial \xi_i} \frac{\partial r}{\partial \eta_i} + \frac{\partial z}{\partial \xi_i} \frac{\partial z}{\partial \eta_i}$$

$$g_i^{22} = \left(\frac{\partial r}{\partial \eta_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \eta_i} \right)^2, \quad J_i = \frac{\partial r}{\partial \xi_i} \frac{\partial z}{\partial \eta_i} - \frac{\partial r}{\partial \eta_i} \frac{\partial z}{\partial \xi_i}$$

$$\dots\dots\dots (4)$$

式(2)の境界値問題を解くことにより、写像空間上の直交座標格子に対応した実空間上の曲線座標格子を生成することができる。

3・3 支配方程式 ここで扱う流体はニュートン流体で、流れは定常、軸対称、非圧縮、粘性流とする。軸対称円筒座標系 (r, z) において、Navier-Stokes方程式は流れ関数 ϕ_i および渦度 ω_i を用いて次のように表される。

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z^2} = \omega_i r \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$- \frac{\omega_i}{r^2} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \frac{\partial \omega_i}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} \frac{\partial \omega_i}{\partial z}$$

$$= \frac{2}{Re_i} \left(\frac{\partial^2 \omega_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_i}{\partial r} - \frac{\omega_i}{r^2} + \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial z^2} \right)$$

$$\dots\dots\dots (6)$$

ただし、連続の方程式は ϕ_i を導入することによって自動的に満足される。また、 r, z, ϕ_i, ω_i および Re_i は次のように無次元化してある(肩字 d はその有次元量を表す)。

$$r = \frac{r^d}{r_e}, \quad z = \frac{z^d}{r_e}, \quad \phi_i = \frac{\phi_i^d}{U_\infty r_e^2}, \quad \omega_i = \frac{\omega_i^d r_e}{U_\infty}$$

$$Re_i = \frac{2r_e \rho_i U_\infty}{\mu_i} \quad \dots\dots\dots (7)$$

式(5)および式(6)を座標変換すると次式が得られる。

$$g_i^{22} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \xi_i^2} - 2g_i^{12} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \xi_i \partial \eta_i} + g_i^{11} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \eta_i^2}$$

$$- \frac{J_i}{r} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial \xi_i} \frac{\partial z}{\partial \eta_i} - \frac{\partial \phi_i}{\partial \eta_i} \frac{\partial z}{\partial \xi_i} \right) = J_i^2 \omega_i r$$

$$\dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \xi_i} \left(\frac{V_i}{J_i} \frac{\partial z}{\partial \eta_i} - \frac{U_i}{J_i} \frac{\partial r}{\partial \eta_i} \right)$$

$$+ \frac{\partial \omega_i}{\partial \eta_i} \left(\frac{U_i}{J_i} \frac{\partial r}{\partial \xi_i} - \frac{V_i}{J_i} \frac{\partial z}{\partial \xi_i} \right) - \frac{\omega_i}{r} V_i$$

$$= \frac{2}{Re_i J_i^2} \left\{ g_i^{22} \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial \xi_i^2} - 2g_i^{12} \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial \xi_i \partial \eta_i} + g_i^{11} \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial \eta_i^2} \right.$$

$$\left. + \frac{J_i}{r} \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial \xi_i} \frac{\partial z}{\partial \eta_i} - \frac{\partial \omega_i}{\partial \eta_i} \frac{\partial z}{\partial \xi_i} \right) - J_i^2 \frac{\omega_i}{r^2} \right\}$$

$$\dots\dots\dots (9)$$

ただし、流速の r および z 方向成分 V_i, U_i はそれぞれ次式で表される。

$$V_i = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_i}{\partial z}, \quad U_i = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} \quad \dots\dots\dots (10)$$

3・4 境界条件 境界条件は次のようになる。

(1) 無限遠($\xi_2=0$)で一様流の条件

$$\phi_2 = -\frac{1}{2} r^2, \quad \omega_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

(2) 対称軸($\eta_i=0, 1$)における条件

$$\phi_i = \omega_i = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

(3) 外側界面($\xi_1=0, \xi_2=1$)を横切る流れがない条件

$$\phi_1 = \phi_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

(4) 外側界面で接線方向速度が接続する条件

$$u_1 = u_2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

(5) 外側界面で接線方向応力が接続する条件

$$\kappa(\omega_1 - 2u_1) = \omega_2 - 2u_2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

(6) 内側界面($\xi_1=1$)を横切る流れがない条件

$$\phi_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

(7) 内側界面で接線方向応力が零である条件

$$\omega_1 - 2u_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

ただし、 u_i は後ろよどみ点から前よどみ点に向かう界面の接線方向速度を表す。

3・5 圧力分布および抵抗係数 外側界面の無次元圧力分布 $P(\theta)$ はよどみ点圧 P_0 を用いて次のように表される。

$$P(\theta) = P_0 - \frac{4}{Re_2} \int_{\eta_2}^1 \left(\frac{g_2^{12}}{J_2} \frac{\partial \omega_2}{\partial \eta_2} - \frac{g_2^{22}}{J_2} \frac{\partial \omega_2}{\partial \xi_2} \right.$$

$$\left. - \frac{\omega_2}{r} \frac{\partial z}{\partial \eta_2} \right) d\eta_2 - u_0^2 \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、

$$P_0 = 1 + \frac{4}{Re_2} \int_0^1 \frac{1}{J_2} \frac{\partial \omega_2}{\partial \eta_2} \left\{ g_2^{11} + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi_2} \right)^2 \right\} d\xi_2$$

$$\dots\dots\dots (19)$$

である。ただし、 θ は中空液滴中心を原点とした前よ

図3 流線の Re_2 および Ec による変化 (流れ方向→) ($\varepsilon=0.714$, $\kappa=0.959$, $\gamma=1.21$)

どみ点からの角度を, u_0 [境界条件(4)を満足すれば, $u_0=u_1=u_2$ となる] は後ろよどみ点から前よどみ点に向かう外側界面の接線方向速度を表す. また, 抵抗係数 C_d は形状抵抗係数 C_{dp} と摩擦抵抗係数 C_{df} の和とし, それぞれ次式で表される.

$$C_{dp} = \int_0^\pi P \sin 2\theta d\theta \quad (20)$$

$$C_{df} = -\frac{4}{Re_2} \int_0^\pi \left(\frac{\partial \omega_2}{\partial \theta} + \omega_2 \cot \theta \right) \sin 2\theta d\theta \quad (21)$$

$$C_d = C_{dp} + C_{df} \quad (22)$$

3・6 解析手法 ここでは式(8)および式(9)を二次の中心差分で離散化し, 反復解法で ϕ_i および ω_i を求めた. ただし, 計算格子は ξ_i 方向に 81, η_i 方向に 81 とし, 外側界面で η_i が θ に対して等間隔になるよう設定した. また, $\xi_2=0$ は実空間上の無限遠に対応し, 半径 $60r_e$ の半円状とした. 中空液滴の中心は半径 $60r_e$ の半円の中心から $30r_e$ 上流側にとった. また, 計算の反復過程で ϕ_i および ω_i の差異の絶対値が 1×10^{-4} 以下になったとき, 解が収束したと判断した.

4. 解析結果および考察

4・1 数値計算結果 黒インキ(液体1)-ケロシン(液体2)系を用いた既報の実験⁽¹⁾⁻⁽³⁾を基に $\varepsilon=0.714$, $\kappa=0.959$, $\gamma=1.21$ として解析を行った. 得られた中空液滴周囲および内部の流線を図3に示す. ただし, ϕ_i の値は $-2, -1, -0.5, -0.2, -0.05, -0.0002, 0, 0.001$,

図4 種々の Re_2 における C_d の Ec による変化

0.002, 0.005, 0.01, 0.02, 0.05 である. いずれの偏心度 Ec の場合にも Re_2 の増加につれ流線の上流側と下流側の対称性がくずれ, $Re_2=200$ では流れがはく離して中空液滴背後に付着渦が形成されるようになる. しかし, $Ec=0$ および $Ec=-0.2$ の場合には $Re_2=50$ で付着渦が確認されるが, $Ec=0.2$ では流れのはく離が起きていない. さらに, $Re_2=200$ においても Ec の減少につれ付着渦が大きくなっている. これは, 内部気泡が上流側に偏心すると, 外側界面の流動性 ($|u_0|$ に対応) が上流側で減少し, 下流側で増大するためである.

なお、 $E_c \geq 0$ は気-液-液系において上昇運動する中空液滴を、 $E_c \leq 0$ は二重円管から生成された中空液滴が自由落下する場合⁽¹⁵⁾を想定している。

図4は $Re \geq 50$ の比較的高い Re 範囲における C_d に及ぼす E_c の影響を示したものである。図4中に記した R_d は C_d の E_c による変化率に対応し、次式で表される。

$$R_d = 100 \times |\max(C_d - C_{d\text{mean}})| / C_{d\text{mean}} \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 $C_{d\text{mean}}$ は種々の E_c に対する C_d の平均値である。ただし、 R_d は E_c の影響の強さを示すものであり、本数値解析結果と真の値との誤差が R_d 以下になっていることを示すものではない。また、低レイノルズ数領域での結果は省略するが、 $Re=0.1$, $E_c=0$, $\kappa=0.959$, $\gamma=1.21$ および $0.1 \leq \varepsilon \leq 0.714$ の範囲で、本数値解析結果は同心球状中空液滴の抵抗係数に関するストークス近似解析結果⁽⁶⁾⁽¹⁶⁾と3%程度以内の誤差範囲で一致することを確認してある。図4より明らかなように、有限な Re_2 の範囲でも C_d は E_c の影響をほとんど受けず、せいぜいその影響は3.7%程度以内の相違にとどまっている。これは偏心球状中空液滴におけるストークス近似解析結果⁽⁹⁾と同様の傾向である。しかしながら、 Re_2 の増大につれ R_d は若干ながら大きくなり、 E_c の増加につれ C_d は微増する。これは、 Re_2 が本解析範囲よりも大きくなった場合に E_c の影響が無視できない程度に現れてくる可能性も示唆するものである。しかし、前述したように、気-液-液系で生成される安定な中空液滴の上昇運動の Re_2 は1000程度以下であるから、工業的実用上の観点からは $\varepsilon=0.714$, $\kappa=0.959$ および $\gamma=1.21$ において、 E_c の影響は小さいと言える。

図3および図4に示したように、流動様式は E_c の

影響を強く受けるが、 C_d の E_c による変化は意外に小さい。これは次のように考察される。図5、図6および図7は外側界面における接線方向速度 $-u_{\theta,0}$ 、渦度 $-\omega_{2,0}$ および圧力 P の θ 方向変化をそれぞれ示したものである。これらの諸量は互いに密接に関連しているので定性的な議論にとどまるが、一般に、 $-u_{\theta,0}$ (界面の流動性)は中空液滴周囲の流れのはく離特性、 $-\omega_{2,0}$ および P に強い影響を及ぼすので重要である。図5より明らかなように、 E_c が増大すると前よどみ点側の界面の流動性が低下し、後ろよどみ点側の流動性が増大する。界面の流動性の大きい気泡と流動性のない剛体球における周囲流れの特性、渦度分布(界面でのせん断応力におおむね対応する)および圧力分布の比較からも明らかなように、界面の流動性が増すと周囲流れのはく離が妨げられ、界面でのせん断応力が小さくなり、圧力の θ 方向変化が大きくなる。このことは図3に示した流れのはく離特性の変化や図6および図7に示した渦度および圧力分布の θ 方向変化にもよく対応している。また、図6および図7に示した界面の渦度および圧力は式(21)および式(20)の C_{df} および C_{dp} にそれぞれ対応する。表1は $Re_2=200$ における C_{dp} , C_{df} および C_d の E_c による変化を示した一例である。渦度および圧力分布の積分量にほぼ対応する C_{df} および C_{dp} が E_c の増加につれて微増するにとど

表1 C_{dp} , C_{df} および C_d の E_c による変化
($Re_2=200$, $\varepsilon=0.714$, $\kappa=0.959$, $\gamma=1.21$)

E_c	C_{dp}	C_{df}	$C_d (= C_{dp} + C_{df})$
-0.2	0.350	0.302	0.652
-0.1	0.359	0.307	0.666
0	0.366	0.312	0.678
0.1	0.372	0.318	0.690
0.2	0.374	0.325	0.698

図5 外側界面の流動性

図6 外側界面の渦度分布

図7 外側界面の圧力分布

図8 種々の $\varepsilon, \kappa, \gamma$ における C_d の E_c による変化

まるため、結果として C_d の増加もわずかな量にとどまることがわかる。

$Re_2=100$ における C_d に及ぼす ε, κ および γ の影響を図8に示す。まず、図8より、 E_c の影響はやはり小さいことがわかる。さらに、数値解析誤差の影響が強く現れていると思われるが、 ε が比較的大きいあるいは κ が比較的小さい場合に R_d は若干大きくなる傾向にある。ただし、 ε, κ および γ の変化に対する最も大きな変化率 R_d を $\max R_d$ として図8に記してある。 ε が小さくなって、内部気泡が小さくなると、気泡の存在が無視できるようになり、偏心の効果は当然のことながら小さくなる。これは ε が小さいと C_d が通常の液滴の抵抗係数 (図8中のII, $C_d=0.691^{(17)}$) に漸近していることから言える。 ε が大きくなって、中空液滴の液膜が薄くなると、液膜内部の流動性が低下し、 C_d は剛体球の抵抗係数 (図8中のI, $C_d=1.06^{(18)}$) に漸近する。ただし、本解析では、ある一定値以上の E_c をとることは、格子生成の観点から困難であった (理論的には $\varepsilon=0.714$ の場合に $E_c=0.286$ までとることが可能)。そこで、 $E_c=0$ で行った既報⁽⁵⁾ の解析結果も図8中に併記した (既報の解析結果と $E_c=0.2, -0.2$ の平均値との最大誤差は $\varepsilon=0.5$ の場合で4.5%程度であった)。一方、球状液膜の流動性の考察からも明らかなように、 $\kappa \rightarrow \infty$ で C_d は剛体球の抵抗係数に、 $\kappa \rightarrow 0$ で C_d は気泡の抵抗係数 (図8中のIII, $C_d=0.410^{(17)}$) に漸近することがわかるが、やはり E_c

図9 C_d の予測値と数値解析結果ならびに実験結果との比較 (Experimental uncertainty in Re_m is $\pm 13.3\%$ and in C_{dm} is $\pm 38.9\%$ at 20:1 odds)

の効果は非常に小さい。また、 κ が比較的小さい場合に R_d はやや大きくなるが、これは κ の減少とともに外側界面の流動性が増し、気泡が偏心した側と反対側との流動性の差がより大きくなることに対応している。また、ストークス近似解析と同様に C_d に及ぼす γ の影響は非常に小さい。 γ による R_d の変化傾向は定まっていないが、これは数値解析誤差の影響が強く現れているためと考えられる。

したがって、図4および図8の結果から明らかなように、 $Re_2 \leq 200$ の範囲では、種々の流動条件 ($Re_2, \varepsilon, \kappa$ および γ) においても E_c の C_d に及ぼす影響は非常に小さいと言える。

4.2 実験結果との比較 4.1節の解析結果より、 C_d に及ぼす E_c の影響は γ の影響とともに広い流動条件においても非常に小さいので、著者らが提示した同心球形の中空液滴に関する次の C_d 式⁽⁵⁾⁽⁶⁾

$$C_d = \frac{0.195}{2.25^n} \cdot A^{2n+1} \left\{ 1 + \frac{9.06}{\sqrt{Re_2}} \left(\frac{1.5}{A} \right)^n \right\}^2, \quad n=1.9, \\ A = \frac{3\kappa + a}{2\kappa + a}, \quad a = \frac{(1-\varepsilon^2) \cdot (2\varepsilon^2 + \varepsilon + 2)}{\varepsilon^4 + \varepsilon^3 + \varepsilon^2 + \varepsilon + 1} \quad \dots \dots \dots (24)$$

が偏心球状中空液滴にも十分適用できると考えられる。そこで、本論文では、従来まで得られていなかった $Re_2 < 200$ の範囲の実測値を得ることを重視し、液体1に黒インキ ($\nu = \mu/\rho = 1.75 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho = 999 \text{ kg/m}^3$, 表面張力 $\sigma = 0.0537 \text{ N/m}$), 液体2にシリコン油 ($\nu = 16.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho = 960 \text{ kg/m}^3$, $\sigma =$

0.0203 N/m) を用いた実験を気-液-液系で行った。実験装置および測定法などは既報⁽⁶⁾と同じであるからここでは省略する。なお、本実験で得られた中空液滴の球相当粒径($=2r_e$)は6.43~8.86 mmであり、供試流体の温度は278~280 Kであった。本数値計算結果($E_c = -0.2, 0, 0.2$)、本実験結果($94.5 \leq Re_2 \leq 171$, $0.680 \leq \varepsilon \leq 0.762$, $\chi = 0.110$, $\gamma = 1.04$)、従来の数値解析結果($E_c = 0$)⁽⁵⁾および従来の黒インキ(液体1)とケロシン(液体2, $\nu = 2.21 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho = 825 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 0.0265 \text{ N/m}$)を用いた実験結果⁽⁵⁾($369 \leq Re_2 \leq 836$, $0.709 \leq \varepsilon \leq 0.787$, $\chi = 0.959$, $\gamma = 1.21$)を式(24)と比較して、図9に示す。ただし、図9は修正レイノルズ数 Re_m および修正抵抗係数 C_{dm} を

$$Re_m = Re_2 \cdot A^{2n}, C_{dm} = \frac{C_d}{A^{2n+1}} \dots \dots \dots (25)$$

と定義することによって、異なる ε および χ のデータも同時に表示することを可能にしたものである(たとえば、本実験結果では、 A^{2n} は1.51~1.68となる)。図9より明らかなように、式(24)と各データはよく一致しており、これらの誤差は $\pm 18\%$ 以内にとどまっている(ただし、本実験結果の不確かさ解析はアメリカ機械学会性能試験規約⁽¹⁹⁾に基づいて行われ、不確かさは包括度95%において Re_m が $\pm 13.3\%$ 、 C_{dm} が $\pm 38.9\%$ であった)。なお、 $Re_2 \leq 1000$ の範囲での気泡($\chi \rightarrow 0$)、液滴($\varepsilon \rightarrow 0$)、剛体球($\varepsilon \rightarrow 1$ または $\chi \rightarrow \infty$)における C_d の式(24)による予測値と種々の実験結果は $\pm 18\%$ 程度の誤差範囲で一致することが確認されている⁽⁵⁾。したがって、図9は式(24)の工業的有用性を改めて裏付けるもので、式(24)は偏心した球状中空液滴の抵抗係数の予測にも十分適用できることを示している。

5. 結 言

中空液滴の外半径、移動速度および周囲液体の物性値を基準としたレイノルズ数 Re_2 が $Re_2 \leq 200$ の範囲において、内部気泡と液滴界面とが偏心球状である中空液滴の流動特性を数値解析および実験の両面から研究した。得られた結果を要約して記すと以下になる。

(1) 内部気泡の偏心は中空液滴周囲の流動場に強い影響を持ち、気泡が前よどみ点方向へ偏心すると、液滴後方の流れのはく離が妨げられる。

(2) 内部気泡の偏心が中空液滴の抵抗係数に及ぼす影響は他の流動パラメータの影響に比して小さく、 $Re_2 \leq 200$ の範囲では無視できる程度のものである。

(3) 中空液滴の抵抗係数を気-液-液系で実測し、実験結果と数値解析結果を比較した。その結果、式(24)に示した中空液滴の抵抗係数式が偏心球状中空液滴や広いレイノルズ数範囲($Re_2 < 1000$ 程度)に適用できることを確認した。

なお、本研究は東北大学流体科学研究所設置のCray Y-MP 8を使用した。関係者各位に謝意を表す。

文 献

- (1) 橋本・川野, 機論, **56**-525, B(1990), 1522.
- (2) 川野・橋本, 機論, **56**-526, B(1990), 1652.
- (3) Hashimoto, H. and Kawano, S., *Proc. Int. Conf. Mech. Two-Phase Flows*, Taipei, (1989), 341.
- (4) 橋本・川野, 機論, **57**-539, B(1991), 2180.
- (5) 川野・橋本, 機論, **57**-534, B(1991), 441.
- (6) 川野・橋本・須山, 機論, **57**-544, B(1991), 4116.
- (7) Hashimoto, H. and Kawano, S., *Comput. Fluid Dyn. J.*, **1**(1992), 215.
- (8) Sadhal, S. S. and Oguz, H. N., *J. Fluid Mech.*, **160** (1985), 511.
- (9) Oguz, H. N. and Sadhal, S. S., *J. Fluid Mech.*, **179** (1987), 105.
- (10) Sadhal, S. S. and Johnson, R. E., *J. Fluid Mech.*, **126** (1983), 237.
- (11) Johnson, R. E. and Sadhal, S. S., *J. Fluid Mech.*, **132** (1983), 295.
- (12) Vuong, S. T. and Sadhal, S. S., *J. Fluid Mech.*, **209** (1989), 617.
- (13) Vuong, S. T. and Sadhal, S. S., *J. Fluid Mech.*, **209** (1989), 639.
- (14) Thompson, J. F., Thames, F. C. and Mastin, C. W., *J. Comput. Phys.*, **15**(1974), 299.
- (15) Kendall, J. M., *Phys. Fluids*, **29**(1986), 2086.
- (16) Rushton, E. and Davies, G. A., *Int. J. Multiphase Flow*, **9**(1983), 337.
- (17) Dandy, D. S. and Leal, L. G., *J. Fluid Mech.*, **208**(1989), 161.
- (18) Abraham, F. F., *Phys. Fluids*, **13**(1970), 2194.
- (19) 日本機械学会誌, アメリカ機械学会性能試験規約, 計測の不確かさ, (1987), 1, 丸善.