磁性流体の同心二重円筒内流れ*

(水ベース磁性流体のレオロジー特性)

百井 淳^{*1}, 澤田 達男^{*2}, 棚橋 隆彦^{*2}

Flow of a Magnetic Fluid between Concentric Annuli (Rheological Property of Water-based Magnetic Fluid)

Makoto MOMOI, Tatsuo SAWADA and Takahiko TANAHASHI

The authors experimentally studied a shear flow of a water-based magnetic fluid between concentric annuli. The experiment was carried out by changing the roll acceleration of the outer cylinder, and the moment acting on the inner cylinder was measured. Experimental results were discussed in the following three ways. At first the magnetic fluid was treated as a Newtonian fluid, and a small difference in the flow curves was found. Next the power law theory was applied in order to explain these differences. Finally the authors examined this flow problem using the micropolar theory, which gives the theoretical relation between the moment acting on the inner cylinder and the roll acceleration of the outer one. In this relation, a coefficient denotes the micropolar effect. The authors measured this value and showed the effect of the substructure on the fluid.

Key Words: Magnetic Fluid, Non-Newtonian Fluid, Axisymmetric Flow, Concentric Annuli, Micropolar Effect, Substructure, Power Law Fluid

1. 緒言

磁性流体に磁場を印加すると様々な興味ある挙動を示す。したがって、磁性流体の流動解析は外部磁場下での挙動に興味集中しているが、無磁場下での流動においてもいまだに未解決の問題が多い。磁性流体は、懸濁された磁性体微粒子が内部構造として存在するため、たとえ磁場が印加されなくてもニュートン流体とは異なった流動特性を示すことが知られている。従来の研究では、理論的あるいは数値解析的な手法で非ニュートン性を取り扱っているものの、実験的考察となるとニュートン近似、指数則近似で十分であると考えられ厳密な取り扱いはない。

磁性流体の非ニュートン性の取り扱いでは、流体の内部構造を考慮した極性流体理論が最も厳密であると考えられる⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾。しかし、現実の磁性流体は磁性体微粒子表面を界面活性剤で処理してあるため従来の極性流体理論も完全に厳密ではない⁽⁴⁾。特に水ベース磁性流体では、この界面活性剤の影響による凝集が無磁場下でも起きることが報告されている⁽⁵⁾。

磁性流体の凝集現象は統計的手法、数値解析手法を用いて数多く議論されているが、この効果を実験的に評価したものは外部磁場のない流れ場においてさえないのが現状である。

そこで、本研究では、内部構造の回転による非ニュートン性の効果が期待できる同心二重円筒内のせん断流れを取り上げ、水ベース磁性流体を用いて実験を行った。そして、磁性流体を指数則流体、極性流体として取り扱った場合について検討を行い、内部構造の回転および凝集現象の影響を考察した。とくに極性流体理論との比較検討に主眼を置き、流体のみかけのずり速度と内部構造の流れ場への影響の関係を明らかにした。

2. 実験装置および方法

実験装置は図1のような同心二重円筒で、両円筒間に磁性流体が満たされている。内円筒は外半径($\kappa R = 35\text{mm}$)、肉厚1.2mmの亚克力樹脂、外円筒は内半径($R = 42\text{mm}$)、肉厚1.5mmのアルミニウムである。供試磁性流体は、水ベース磁性流体フェリコロイドW40である。実験に先立ちクォーツレオメーターでせん断粘性係数 μ を、比重計でその密度 ρ を、それぞれ

* 原稿受付 平成4年7月27日。

^{*1} 准員、日産自動車(株)テクニカルセンター(●243-01 厚木市岡津古久560-2)。

^{*2} 正員、慶應義塾大学理工学部(●223 横浜市港北区日吉3-14-1)。

液温 $10^{\circ}\text{C} \sim 30^{\circ}\text{C}$ の範囲で測定し、得られた結果から動粘性係数 ν を算出した。

両円筒の間隔が非常に狭く (半径比 $\kappa=0.833$)、磁性流体のせん断粘性係数が比較的大きいのでせん断摩擦による発熱が避けられない。そこで、外円筒側面に恒温水を供給し、両円筒間の磁性流体の液温を一定に保っている。外円筒はモーターによって回転し、160 r.p.m. まで回転数を変化させ得る。内円筒はステンレス線 (直径 0.35mm) で吊るされており、そのねじれ角の測定によって内円筒壁面に作用するトルクを求めることができる。ここでトルクの算出において以下の仮定を設けている。

- (1) 流れは管軸に垂直な面内
- (2) 底面および表面張力の影響は無視できる
- (3) 流れは層流である

3. 実験結果および検討

磁性流体は、極性流体として取り扱うのが妥当と考えられるが、現実の流動現象は様々な近似で評価されている。本研究では、外円筒の回転角速度 Ω_w および内円筒壁面に作用する単位長さ当たりのトルク M を以下の方法で整理し検討した。以下においては、トルクは単位長さあたりの値とする。

表 1 代表的な磁性流体の物性値 (15°C)

$\mu \text{ Pa}\cdot\text{s}$	$\rho \text{ kg/m}^3$	$\nu \text{ m}^2/\text{s}$
40.33×10^{-3}	1.395×10^3	29.01×10^{-6}

図1 同心二重円筒断面

3.1 ニュートン流体として近似した場合

この場合、本実験装置は回転粘度計に相当する。そこで、正確なせん断粘性係数が既知の水を用いて予備実験を行った。内円筒壁面に作用するせん断応力 τ 、およびずり速度 $\dot{\gamma}$ より流動曲線を描きせん断粘性係数を求めた。文献値⁽⁶⁾と比較した結果、本実験の測定誤差は2%程度であった。この結果、本実験装置によるニュートン流体のトルクの測定値は信頼できるものと考えられる。

次に磁性流体に対し、

$$M = 2\pi\kappa R \cdot \tau\kappa R, \quad \dot{\gamma} = \frac{2}{1-\kappa^2}\Omega_w \quad (1)$$

で測定値を整理し、その流動曲線を図2~5に示す。

各図における Theory は、レオメーターによるせん断粘性係数の測定結果より描いた直線である。また、Curve fitted は最小二乗法を用いてせん断応力 τ をずり速度 $\dot{\gamma}$ の二次関数で近似したものである。一次関数による近似も試みたが、曲線近似の適合度を示す尺度である推定標準誤差⁽⁷⁾の値は二次関数による近似の方が小さい。流動曲線において、ずり速度 $\dot{\gamma}$ に対するせん断応力 τ の実験値と理論値に差異が見られ、ニュートンの粘性則を厳密には満足していない。著者らは各図において、ずり速度が小さい場合でも実験値と理論値に差異があることに着目した。この僅かな差異を無視すればニュートン流体近似は成り立つが、ずり速度が小さい場合はせん断応力も小さく、したがって絶対的な差異は小さい。従来⁽⁸⁾の研究は著者らと実験条件が異なるが、内部構造を無視して流れをニュートン性と近似している。しかしながら3.3節に述べる極性流体理論を用いて整理すると、ずり速度が小さい場合にニュートン近似との差異が大きく現れる。

図2 流動曲線 (15°C)

図3 流動曲線 (20°C)

図4 流動曲線 (25°C)

図5 流動曲線 (30°C)

3.2 指数則流体として近似した場合

指数則流体の構成方程式を

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{\mu} \tau^n \quad (2)$$

と書く。内円筒壁面に作用するトルクと外円筒の回転角速度の関係式

$$\left[\frac{M}{2\pi(\kappa R)^2} \right]^n = \mu \frac{2n\Omega_w}{1 - \kappa^{2n}} \quad (3)$$

の対数をとって次式を得る。

$$n \log M = \log \Omega_w + \log \frac{2n\mu \{2\pi(\kappa R)^2\}^n}{1 - \kappa^{2n}} \quad (4)$$

式(4)で測定値を整理し、 n および μ を求めた。表2にその結果を示す。

ここで、 ϵ は次式で与えられる。

$$\epsilon = |1 - \mu/\mu^*| \quad (5)$$

μ^* はレオメーターで測定したせん断粘性係数である。表2において μ^* の値と μ の値は極めてよく一致しており指数則流体としての近似は妥当なものと考えられる。 n の値は液温によって多少異なるが、おおむね $n = 1.05 \sim 1.1$ と近似できる。この結果は石橋ら⁽⁹⁾による表示

$$\tau = K D^n$$

において、 $n = 0.901 \sim 0.952$ であり $n < 1$ すなわち擬塑性流体という点で一致する。

表2 測定結果から得られた n および μ

temperature	n	μ mPa·s	ϵ
15°C	1.06	38.5	3.42×10^{-2}
20°C	1.06	32.8	1.12×10^{-3}
25°C	1.10	28.1	4.90×10^{-3}
30°C	1.05	24.4	2.50×10^{-2}

図6 $\log M$ と $\log \Omega_w$ の関係

3.3 極性流体として取り扱った場合

3.3.1 極性効果を表すパラメーター

磁性流体を極性流体として取り扱い、流れ場を解析する⁽¹⁰⁾。二次元軸対称流れ場を仮定し、円柱座標系 (r, θ, z) で流体の速度および内部構造の回転角速度を

$$\mathbf{v} = (0, v, 0), \quad \mathbf{\Omega} = (0, 0, \Omega) \quad (6)$$

と書くと、運動量保存式は

$$\frac{\partial \Omega}{\partial r} = \frac{\mu + \mu_1}{2\mu_1} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (7)$$

および角運動量保存式は

$$\gamma \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) - 4\mu_1 \left\{ \Omega - \frac{1}{2} \left(\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right\} = 0 \quad (8)$$

となる⁽¹¹⁾。ここで、 μ_1 はうず粘性係数、 γ はスピン粘性係数である。境界条件

$$r = R \text{ で, } v = R\Omega_w, \quad \Omega = \Omega_w$$

$$r = \kappa R \text{ で, } v = 0, \quad \Omega = 0$$

のもとで解を求め、偶応力を考慮して内円筒壁面に作用するトルクを求めると

$$M = 4\pi\mu\Omega_w R^2 \left(\frac{\kappa^2}{1 - \kappa^2} - D \right) \quad (9)$$

となる。ここで

$$D = \frac{\kappa}{\Delta(1 - \kappa^2)} \left[(1 - \kappa^2) \{ I_1(\lambda) K_1(\kappa\lambda) - I_1(\kappa\lambda) K_1(\lambda) \} \right. \\ \left. - \alpha \{ I_1(\kappa\lambda) - \kappa I_1(\lambda) \} \{ K_0(\lambda) - \kappa^2 K_0(\kappa\lambda) \} \right. \\ \left. - \alpha \{ K_1(\kappa\lambda) - \kappa K_1(\lambda) \} \{ I_0(\lambda) - \kappa^2 I_0(\kappa\lambda) \} \right] \quad (10)$$

$$\Delta = \alpha \{ K_0(\lambda) - K_0(\kappa\lambda) \} \{ I_1(\lambda) - I_1(\kappa\lambda) \} \\ + \alpha \{ I_0(\lambda) - I_0(\kappa\lambda) \} \{ K_1(\lambda) - \kappa K_1(\kappa\lambda) \} \\ + \alpha^2 (1 - \kappa^2) \{ I_0(\lambda) K_0(\kappa\lambda) - I_0(\kappa\lambda) K_0(\lambda) \} \quad (11)$$

$$\lambda = kR, \quad k = \sqrt{\frac{4\mu\mu_1}{\gamma(\mu + \mu_1)}}, \quad \alpha = \frac{\mu + \mu_1}{2\mu_1} \lambda \quad (12)$$

I_0, I_1, K_0, K_1 は第一種、第二種の変形ベッセル関数である。Allen-Kline⁽¹²⁾によると、微粒子の体積平均慣性半径 i とスピン粘性係数 γ の間には

$$\gamma = \mu i^2 \quad (13)$$

の関係がある。磁性流体フェリコロイド W40 において、マグネタイト微粒子は球形でその直径はおよそ 10nm と知られているので、式 (13) において $i \cong 10\text{nm}$ と見積もると $\gamma \cong 10^{-18} \text{Pa} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}$ である。したがって式 (10)(11)(12) において、 λ は非常に大きな値となり、 D の値を求めるには $\lambda \rightarrow \infty$ での極限値を考える必要がある。第一種、第二種の変形ベッセル関数の引数が非常に大きいところ ($x \rightarrow \infty$) での漸近展開

$$I_p(x) \cong \frac{e^x}{2\pi x}, \quad K_p(x) \cong \frac{\pi}{2x} e^{-x} \quad (14)$$

を用いて D の極限をとると 0 に収束する。しかしながら、測定した M および Ω_w の値から式 (9) にしたがって D の値を整理すると図 7 ~ 10 のようになり、測定装置の精度を考慮しても $D = 0$ を満足していない。ここで、予備実験での精度を考慮して D の値は $\pm 2\%$ の範囲で示してある。

図 7 極性効果を表す D の値 (15°C) 図 8 極性効果を表す D の値 (20°C) 図 9 極性効果を表す D の値 (25°C)

このことは次のように考えることができる。まず、厳密に $D=0$ であるのはニュートン流体であるから、磁性流体の流れは同心二重円筒内において非ニュートン性であることを示している。さらに、磁性流体のスピン粘性係数 γ の値を式 (13) から求める場合、内部構造の体積平均慣性半径 i の値が問題となる。すなわち、先の議論では単一のマグネタイト微粒子を内部構造と考えたが、本来はマグネタイト微粒子の凝集の可能性を考慮すべきである。とくに水ベース磁性流体では、界面活性剤でマグネタイト微粒子表面がコーティングされている影響で、無磁場下においても凝集することが報告されている。本実験結果にもこの凝集現象の影響が表れているものと推測される。

3.3.2 内部構造の凝集

図 11,12 に水平磁場を印加した場合の内円筒壁面に作用するトルク M の変化を示す。 M_0 は無磁場下での値である。図 13 のように回転軸から 40mm の位置に表面がくるように永久板磁石を一对設置した。その表面磁場は 36mT, 54mT である。

図 10 極性効果を表す D の値 (30°C)

図 11 内円筒壁面に作用するトルク

印加磁場下においては、マグネタイト微粒子の凝集現象が、いわゆる“みかけの粘度”増加の一要因となる。図 11,12 において、外円筒の回転角速度 Ω_w が小さいほど、内円筒壁面に作用するトルクは増加しており、内部構造の効果は Ω_w が小さいほど流れ場に影響している。この点から著者らは、図 7~10 において Ω_w が小さい場合に $D \cong 0$ でない原因がやはり内部構造の効果であると推測し検討を加えた。内部構造を有する流体のずり速度は定義するのが困難なので、内部構造を包含する有限の大きさの検査体積についてずり速度を考える。以下の議論においてはこのずり速度をみかけのずり速度とする。

外円筒の回転角速度が小さい場合、すなわちみかけのずり速度が小さい場合には、内部構造の回転の拡散

図 12 内円筒壁面に作用するトルク

図 13 同心二重円筒と永久板磁石の配置

現象が支配的であり流体粒子と内部構造の回転角速度差によって生じる摩擦トルクが流体のせん断応力に比べて相対的に大きく影響する。さらに、内部構造の凝集体のせん断抵抗も相対的に大きい。したがって内円筒壁面に作用するトルクはニュートン流体に比べて大きくなり、これは式(9)における D が負の値となることに相当する。印加磁場下においては磁気体積力の影響があるので、無磁場下の流動と同列には議論しかねるが、内部構造の凝集現象は磁気トルクによって促進され、その効果はみかけのずり速度が小さい場合で非常に大きく現れているものと考えられる。

外円筒の回転角速度が大きい場合、すなわちみかけのずり速度が大きい場合には、流体のせん断応力が大きく、内部構造の凝集効果を相対的に上回っており内部構造の効果は生じにくい。これは式(9)の D の値がほぼ0になることに相当する。印加磁場下においても同様に内部構造の凝集現象によるせん断抵抗の効果は現れにくく、内円筒壁面に作用するトルクの増加は小さい。

ところで式(9)で与えられる D は流れ場に依存しない値であり、図7～10における結果と矛盾する。この原因の一つとして、次のことが考えられる。マグネタイト微粒子と母液に比重差があるため、同心二重円筒内での流れ場で作用する遠心力にも差が生じマグネタイト微粒子の外円筒方向への移動が促進される。その結果外円筒壁面による角運動量の拡散を助長し、局所的にマグネタイト微粒子の体積濃度が変化し軸対称な層流の流れ場が実現されていないものと推測できる。以上の考察より、同心二重円筒内の磁性流体、とくに水ベース磁性流体の流れ場は極性流体として取り扱うには限度があり、別のモデル化が必要であると考えられる。

4. 結言

同心二重円筒内の磁性流体の流れについて検討を加えた結果、得られた結言を以下に示す。

- (1) 同心二重円筒内の水ベース磁性流体の流れは、ニュートンの粘性則を満足しないことが流動曲線より示された。
- (2) 指数則流体としての近似は、良好な結果を得るこ

とができた。測定した温度域において、おおむね $\dot{\gamma} = \tau^n / \mu$, $n = 1.05 \sim 1.1$ と近似できた。

- (3) 磁性流体を極性流体として議論した場合、トルクの式に極性効果を表すパラメーター D が存在する。この値を実験値を用いて整理した結果、みかけのずり速度が小さい場合、トルクはニュートン流体近似の値より大きく、 $D = 0$ を満足していないことがわかった。すなわち流れは非ニュートン性であり、内部構造の効果が現れていることが明らかになった。
- (4) 極性効果を表すパラメーター D の値は、マグネタイト微粒子が凝集しないと考えた場合、 $D = 0$ となる。実験結果はみかけのずり速度が小さい場合、明らかに $D \neq 0$ である。 D の値が流れ場に依存しないことおよび理論的には $D = 0$ であるという点で実験結果は矛盾する。この原因として考えられるのは、内部構造の凝集を考慮せずにスピン粘性係数の値を算出したこと、およびマグネタイト微粒子と母液に働く遠心力に差があり、極性流体としてのモデル化に限界があることが挙げられる。

参考文献

- (1) Rosensweig, R.E., et al., *J. Coll. Interface Sci.*, **29**-4 (1969), 680.
- (2) Shliomis, M.I., *Sov. Phys. JETP*, **34**-6 (1972), 1291.
- (3) 志澤・棚橋, 機論, **52**-480, B(1986), 2905.
- (4) 沖・棚橋, 機論, **57**-541, B(1991), 3285.
- (5) 神山, 磁性流体入門, (1989), 82, 産業図書.
- (6) 東京天文台編, 理科年表, (1986), 441, 丸善.
- (7) 日本機械学会, 計測の不確かさ, (1987), 23, 丸善.
- (8) 神山・他2名, 機論, **52**-484, B(1986), 3947.
- (9) 石橋・他4名, ターボ機械, **20**-2(1992), 70.
- (10) 棚橋, 機械の研究, **33**(1981), 389.
- (11) 澤田・棚橋, 機論, **47**-414, B(1981), 287.
- (12) Allen, S.J. and Kline, K.A., *Trans. Soc. Rheo.*, **14**-1 (1970), 39.