重合格子法による二次元バタフライ弁モデルの数値計算*

小幡 正規^{*1}, 中尾 年雄^{*2}
里 深信行^{*1}, 森 西晃嗣^{*1}Numerical Solution of 2-Dimensional Flows through Butterfly Valve
Using Overset Grid TechniqueMasanori OBATA, Toshio NAKAO,
Nobuyuki SATOFUKA and Koji MORINISHI

The overset grid technique is applied to simulation of 2-dimensional flows through a butterfly valve. The numerical simulation for valve openings of varying numbers of degrees can be carried out using the same grid system of a minor grid around the disk and a major grid in the channel. The rational Runge-Kutta scheme with implicit residual averaging and local time stepping techniques is employed as the time integration method. This time integration method is effective for obtaining a high convergence ratio to a constant solution, though it is an explicit scheme. The results are obtained for valve openings of 45° and 60°. The figures of the velocity vector show two vortices behind the disk. These typical flow patterns are in agreement with those of experiments. The loss coefficient obtained for each valve opening also agrees with those of experimental data.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Numerical Analysis, Finite Difference Method, Navier-Stokes Equations, Rational Runge-Kutta Scheme, Overset Grid, Butterfly Valve

1. 序 論

昭和30年代半ばに弾性ゴムを使用したバタフライ弁が止水性, 耐久性ともにその優れた性能を実証して以来, 日本の水道施設でバタフライ弁は数多く採用されてきた。バタフライ弁は円盤上の弁体に弁棒を直結させ, 弁棒をわずかに90°程度回転させることによりバルブを開閉するもので, 他のバルブに比べ構造が簡単であり, 口径が大きくなればなるほど, その特色も大きく生きてくる。

バタフライ弁は, バルブの開度と流量の関係がほぼ直線的に比例して変化するので, 流量制御用として使用されることが多い⁽¹⁾が, 反面, 制御条件が過酷な場合はキャビテーションの発生によりバルブおよびバルブ下流側配管の損傷を引き起こすことがある。

バタフライ弁内のキャビテーションについては実験的にその影響を調べたものが多数あり, 時間スケールの長いもの⁽²⁾, 時間スケールの短いもの⁽³⁾がある。より過酷な制御に対応するため, 材質のグレードアップお

よびキャビテーションの発生を抑制する形状をもつ弁体の研究も多々ある⁽⁴⁾。

最近コンピュータの急速な発達に伴って, 数値的研究が飛躍的発展をとげ, これまでの実験中心の研究にとって代わりつつある。従来, 有限差分法により流体解析を行う場合, 単一格子系の構造格子を用いる方法が主であった。しかし, バタフライ弁内の流れを解析するには, 単一の構造格子系では, その開度を変えるたびに格子を作成し直さねばならないという困難な面が存在する。また一方, バタフライ弁内のような比較的低速の流れにおいては非圧縮の仮定を行うべきであるが, バルブの開度を小さくしたときに生ずる流路の大きな絞りにより, 流入速度は遅くとも局所的に密度の変化が生じる可能性があるという問題点もある。

そこで本論文ではバタフライ弁の二次元モデルに重合格子⁽⁵⁾を作成し, 低マッハ数の流れの解析についても安定に計算を行える有理ルンゲ・クッタ法⁽⁶⁾を用い, バタフライ弁内流れの数値解析を行った結果について報告する。

2. 基礎方程式

デカルト座標系において, 二次元粘性圧縮性流を支配する圧縮性ナビエ・ストークス方程式に対し無次元

* 原稿受付 平成4年12月3日。

^{*1} 正員, 京都工芸繊維大学工学部(〒606 京都市左京区松ヶ崎御所海道町)。^{*2} 正員, (株)栗本鐵工所バルブ事業部(〒505 大阪市西区北堀江1-12-19)。

化を行い、保存形ベクトル表示で表すと、

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(E - E_v) + \frac{\partial}{\partial y}(F - F_v) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

とかける。ここで保存量ベクトル q や x, y 方向の流束ベクトル E, F は、

$$q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

であり、拡散項 E_v, F_v は次のとおりである。

$$E_v = \frac{1}{Re} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \beta_x \end{bmatrix}, F_v = \frac{1}{Re} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \beta_y \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

各物理量 ρ, p, u, v および e は、密度、圧力、 x, y 方向の速度成分および単位体積あたりの全エネルギーである。 e は理想気体と仮定することにより、

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho}{2}(u^2 + v^2) \quad \dots\dots\dots (4)$$

と表せる。ここで γ は比熱比である。また、 Re は基準レイノルズ数であり、式(3)の粘性応力成分および熱流束成分は、温度、第1粘性係数、第2粘性係数、熱伝導係数およびプラントル数を、それぞれ T, μ, λ, k, Pr として、

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v}{\partial y}, \tau_{yy} = \lambda \frac{\partial u}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v}{\partial y} \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \beta_x &= u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \beta_y &= u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

とかける。 μ および k は温度の関数であるとしてサザランドの式により近似的に、

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{1.5} \frac{T_\infty + S}{T + S} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで S はサザランド定数であり、扱う流体が空気の場合は次のように表せる。

$$S = \frac{110.4}{T_\infty^*} \quad \dots\dots\dots (7)$$

λ はストークスの関係により、

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad \dots\dots\dots (8)$$

とする。

以上の式に対する無次元化は次のように行った。

$$x = x^*/L^*, y = y^*/L^*, t = t^*\sqrt{p_\infty^*/\rho_\infty^*}/L^*$$

$$u = u^*/\sqrt{p_\infty^*/\rho_\infty^*}, v = v^*/\sqrt{p_\infty^*/\rho_\infty^*}, \mu = \mu_\infty^* \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $*$ は有次元量、 $'_\infty'$ は一様流の値を表し、 L^* は代表長さである。基準レイノルズ数 Re 、一様流レイノルズ数 Re_∞ 、プラントル数 Pr の定義は

$$\begin{aligned} Re &= \frac{\rho_\infty^* a_\infty^* L^*}{\mu_\infty^* \sqrt{\gamma}}, Re_\infty = \sqrt{\gamma} M_\infty Re, \\ Pr &= \frac{C_{p\infty} \mu_\infty^*}{k_\infty^*} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

であり、 a_∞^* は一様流の音速、 M_∞ は一様流マッハ数、 $C_{p\infty}$ は一様流定圧比熱、 k_∞^* は一様流熱伝導率である。

任意形状の物体回りの計算を可能とするために、基礎方程式に対し、次のような一般座標変換を行う。

$$\xi = \xi(x, y), \eta = \eta(x, y) \quad \dots\dots\dots (11)$$

この変換により、式(2・a)は、

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\bar{E} - \bar{E}_v) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\bar{F} - \bar{F}_v) = 0 \quad \dots\dots (12)$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} \bar{q} &= Jq \\ \bar{E} &= J(\xi_x E + \xi_y F), \bar{E}_v = J(\xi_x E_v + \xi_y F_v) \\ \bar{F} &= J(\eta_x E + \eta_y F), \bar{F}_v = J(\eta_x E_v + \eta_y F_v) \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

であり、変換のヤコビアン J やメトリックの項は偏微分を添字で表すと

$$\begin{aligned} \xi_x &= J^{-1} y_\eta, \xi_y = -J^{-1} x_\eta, \eta_x = -J^{-1} y_\xi, \eta_y = J^{-1} x_\xi \\ J &= x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

となる。

3. 乱流モデル

本計算で用いる乱流モデルは Baldwin-Lomax の代数的乱流モデル⁽⁷⁾である。このモデルは乱流粘性や混合距離の概念に基づく古典的な渦拡散モデルであり、渦粘性係数 μ_T を境界層の内層、外層について境界層の縁を求める必要がないように計算するものである。

内層と仮定したときの渦粘性係数を $(\mu_T)_{\text{inner}}$ 、外層と仮定したときの渦粘性係数を $(\mu_T)_{\text{outer}}$ と書くと μ_T は、

$$\mu_T = \begin{cases} (\mu_T)_{\text{inner}} & Y \leq Y_{\text{cr}} \\ (\mu_T)_{\text{outer}} & Y_{\text{cr}} < Y \end{cases} \quad \dots\dots\dots (15)$$

と表される。ここで Y は壁面からの法線方向距離であり、 Y_{cr} は内層と外層の渦粘性係数が等しくなるような Y の最小値である。

$$\begin{aligned} (1) \text{ 内層} \quad & \text{内層での渦粘性係数 } (\mu_T)_{\text{inner}} \text{ は,} \\ & (\mu_T)_{\text{inner}} = \rho L^2 |\omega| \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

で与えられる。壁面の極近傍では渦粘性の影響が無視

できないので次の Van Driest の公式により補正する。

$$L = \chi Y [1 - \exp(-Y^+/A_0)] \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで Y^+ は

$$Y^+ = (\rho_w \mu_\tau Y) / \mu_w, \mu_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad \dots\dots\dots (18)$$

となる。添字 ' w ' は壁面の値であることを示している。 $|\omega|$ は渦度の大きさである。渦度は、

$$\omega = v_x - u_y \quad \dots\dots\dots (19)$$

で定義される。

(2) 外層 外層での渦粘性係数 $(\mu_\tau)_{\text{outer}}$ は、

$$(\mu_\tau)_{\text{outer}} = K C_{cp} \rho F_{\text{wake}} F_{\text{kleb}}(Y) \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここで F_{wake} は、

$$F_{\text{wake}} = \begin{cases} Y_{\text{max}} F_{\text{max}} \\ C_{wk} Y_{\text{max}} u_{\text{dif}}^2 / F_{\text{max}} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (21)$$

の小さいほうの値である。また、 Y_{max} , F_{max} は、

$$F(Y) = Y |\omega| [1 - \exp(-Y^+/A_0)] \quad \dots\dots\dots (22)$$

の値が最大となるとき Y と $F(Y)$ で決定する。

関数 $F_{\text{kleb}}(Y)$ は Klebanoff の断続項であり、

$$F_{\text{kleb}}(Y) = [1 + 5.5(C_{\text{kleb}} Y / Y_{\text{max}})^6]^{-1} \quad \dots\dots\dots (23)$$

と表される。 U_{dif} は流速の最大値と最小値との差で

$$u_{\text{dif}} = (u^2 + v^2)_{\text{max}}^{1/2} - (u^2 + v^2)_{\text{min}}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (24)$$

である。

式(10)に乱流モデルを適用すると、粘性係数 μ は $\mu + \mu_\tau$ に、熱流束項 $C_p \mu / Pr$ は $C_p(\mu / Pr + \mu_\tau / Pr_t)$ となる。ここで Pr_t は乱流プラントル数である。計算に用いたパラメータを以下に示す。

$$\begin{aligned} C_{cp} &= 1.6, C_{\text{kleb}} = 0.3, Pr = 0.75, Pr_t = 0.9 \\ \chi &= 0.4, K = 0.0168, A_0 = 26, C_{wk} = 0.24 \quad \dots (25) \end{aligned}$$

4. 数 値 計 算 法

本研究で用いる計算法は線の方法と呼ばれる空間微分項と時間微分項を別々に取扱う方法である。

4.1 空間微分項の離散化と人工粘性項

式(12)は、次式のように空間微分項、時間微分項からなる。

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} = 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

この式の空間微分項を二次精度の中心差分近似により離散化を行い、高レイノルズ数流れで格子分解能が十分でない場合に生じる不自然な振動を抑えるために陽に人工粘性を加えると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{q}_{i,j} &= -\frac{\bar{E}_{i+1,j} - \bar{E}_{i-1,j}}{2\Delta\xi} - \frac{\bar{F}_{i,j+1} - \bar{F}_{i,j-1}}{2\Delta\eta} \\ &\quad + D_\xi + D_\eta \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

のようになる。ここで i, j は ξ, η 方向の格子点番号で、 D_ξ, D_η は人工粘性項である。

本研究では Jameson-Baker により提案された2階と4階の人工粘性⁽⁸⁾を用いる。 D_ξ について人工粘性項は

$$\begin{aligned} D_\xi &= d_{i+\frac{1}{2},j} - d_{i-\frac{1}{2},j} \\ d_{i+\frac{1}{2},j} &= J_{i+\frac{1}{2},j} \frac{\varepsilon_{i+\frac{1}{2},j}^{(2)} \Delta_\xi(\bar{q}/J)_{i,j} - \varepsilon_{i+\frac{1}{2},j}^{(4)} \Delta_\xi^3(\bar{q}/J)_{i-1,j}}{\Delta t} \quad \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

と表せる。ここで Δ_ξ, Δ_ξ^3 は前進差分演算子である。係数 $\varepsilon_{i+\frac{1}{2},j}^{(2)}, \varepsilon_{i+\frac{1}{2},j}^{(4)}$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i+\frac{1}{2},j}^{(2)} &= \omega^{(2)} \max(v_{i+1,j}, v_{i,j}) \\ \varepsilon_{i+\frac{1}{2},j}^{(4)} &= \max(0, \omega^{(4)} - \varepsilon_{i+\frac{1}{2},j}^{(2)}) \quad \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

である。 $\omega^{(2)}, \omega^{(4)}$ は人工粘性の効果を調整するパラメータで、本研究では、

$$\omega^{(2)} = 1.0, \omega^{(4)} = 0.03125 \quad \dots\dots\dots (30)$$

を用いる。 $v_{i,j}$ は次式によって定義される。

$$v_{i,j} = \frac{|p_{i+1,j} - 2p_{i,j} + p_{i-1,j}|}{p_{i+1,j} + 2p_{i,j} + p_{i-1,j}} \quad \dots\dots\dots (31)$$

D_η も同様の方法で計算する。

4.2 時間積分法

前述の離散化により式(12)の偏微分方程式は次のような時間に関する連立常微分方程式に帰着する。

$$\frac{d\bar{q}}{dt} = W(\bar{q}) \quad \dots\dots\dots (32)$$

本研究では式(32)に対する時間積分法として2段階の有理ルンゲ・クッタ法を用いる。本方法は陽的な数値積分法であるが安定条件の制限が緩やかであるため、定常問題を解く場合に非常に有効である。

$$\begin{aligned} \bar{g}_1 &= \Delta t W(\bar{q}^n), \bar{g}_2 = \Delta t W(\bar{q}^n + c_2 \bar{g}_1) \\ \bar{q}^{n+1} &= \bar{q}^n + \frac{2\bar{g}_1(\bar{g}_1, \bar{g}_3) - \bar{g}_3(\bar{g}_1, \bar{g}_1)}{(g_3, g_3)} \quad \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

ここで n は時間階段 ($t = n\Delta t$)、記号 (z_1, z_2) はベクトル z_1 と z_2 との内積である。また、係数 b_1, b_2 および c_2 は、

$$b_1 + b_2 = 1, b_2 c_2 \leq -0.5 \quad \dots\dots\dots (34)$$

を満たすように決める。本研究では

$$b_1 = 2, b_2 = -1, c_2 = 0.5 \quad \dots\dots\dots (35)$$

を用いる。

4.3 収束加速法

定常問題に対しては局所時間刻み幅法および陰的残差平均法を用いて定常解への収束を加速する。

局所時間刻み幅法は対流項および粘性項それぞれの安定条件を満足するよう次のように時間刻み幅 Δt を各格子点上で決める方法である。

$$\Delta t_{i,j} = C_N \min(\Delta t_\xi, \Delta t_\eta, \Delta t_{\mu\xi}, \Delta t_{\mu\eta})_{i,j}$$

$$\begin{aligned}
 (\Delta t_\epsilon)_{i,j} &= \left(\frac{1}{|U| + aS_\epsilon} \right)_{i,j} \\
 (\Delta t_{\mu\epsilon})_{i,j} &= \left(\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{1}{2/Re\mu S_\epsilon^2} \right)_{i,j} \\
 (\Delta t_\eta)_{i,j} &= \left(\frac{1}{|V| + aS_\eta} \right)_{i,j} \\
 (\Delta t_{\mu\eta})_{i,j} &= \left(\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{1}{2/Re\mu S_\eta^2} \right)_{i,j}
 \end{aligned}
 \dots\dots\dots (36)$$

ここで C_N はクーラン数を a は音速を表す。また, U , V , S_ϵ , S_η は, デカルト座標系の場合,

$$\begin{aligned}
 U &= \xi_x u + \xi_y v, S_\epsilon = \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2} \\
 V &= \eta_x u + \eta_y v, S_\eta = \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2}
 \end{aligned}
 \dots\dots\dots (37)$$

である。

陰的残差平均法は各格子点の残差をその周囲の点の残差の平均で置き換えることにより安定性をよくし, 定常解への収束を加速するものである。式(33)は残差を $r_{i,j}$ として,

$$\bar{q}_{i,j}^{n+1} = \bar{q}_{i,j}^n + r_{i,j} \dots\dots\dots (38)$$

と書き換えられる。この $r_{i,j}$ を陰的残差 $\bar{r}_{i,j}$ で置き換える。

$$(1 - \epsilon_\epsilon \delta_\epsilon^2)(1 - \epsilon_\eta \delta_\eta^2) \bar{r}_{i,j} = r_{i,j} \dots\dots\dots (39)$$

ここで ϵ_ϵ , ϵ_η は重み付け平均のパラメータで

$$\begin{aligned}
 (\epsilon_\epsilon)_{i,j} &= \max \left[\frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{\Delta t}{\lambda \Delta t_\epsilon} \right)^2 - 1 \right\}, \epsilon_{\min} \right]_{i,j} \\
 (\epsilon_\eta)_{i,j} &= \max \left[\frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{\Delta t}{\lambda \Delta t_\eta} \right)^2 - 1 \right\}, \epsilon_{\min} \right]_{i,j}
 \end{aligned}
 \dots\dots\dots (40)$$

であり,

$$\lambda = 1.25, \epsilon_{\min} = 0.2 \dots\dots\dots (41)$$

を用いる。 δ^2 は 2 階差分演算子で

$$\delta_\epsilon^2 r_{i,j} = r_{i+1,j} - 2r_{i,j} + r_{i-1,j} \dots\dots\dots (42)$$

である。

5. 境界条件

5.1 主格子外側境界 主格子外側境界について, 流入境界では, 全温, 全圧, 流入角を与え, 圧力を計算領域内から外挿する。流出境界では, 圧力を与え, そのほかの物理量は計算領域内から外挿する。

5.2 物体面境界条件 速度は粘着の条件に従うとする。

圧力は運動方程式より導かれる次式を物体面上で解く。

$$(\eta_x \xi_x + \xi_y \eta_y) p_\epsilon + (\eta_x^2 + \eta_y^2) p_\eta = 0 \dots\dots\dots (43)$$

密度は断熱壁を仮定し温度を外挿して求める。

5.3 重合格子法 本研究では重合格子の主格子,

補助格子間を内部境界として取扱う。

重合格子は主格子と補助格子とが格子点を共有することなしに重なり合っているためにそれら格子間で各物理量を内挿するセルを探索する必要がある。

重合格子の概念を二次元について円柱まわりの格子を例にとり図 1 に示す。斜線部は円柱内部を, 破線は主格子を, 実線は補助格子を表している。主格子は '■' で示すように物体内に格子点をもっているためこれらの格子点(HOLE)を計算から除外する必要がある。また, 物体のごく近傍の格子点も物体形状および物体まわりの物理量の変化を記述するには解像度が不足しているため計算から除外する。HOLE のまわりの '□' で示した格子点は補助格子から物理量を内挿する点である。HOLE や物理量を内挿される点では時間積分をするときに式(4・h)で

$$\vec{g}_1 = \vec{g}_1 = 0 \dots\dots\dots (44)$$

とすれば特別な手続きなしに通常のコードで計算可能である。

HOLE は, 物体から数周めの補助格子の物体に沿う方向の曲線を HOLE 境界としたとき, その内部に含まれる主格子点である。HOLE 境界について内部か外部かは, 図 2 で示すように判定されるべき格子点 P に

図 1 重合格子の概念図

図 2 HOLE の判別

最も近い HOLE 境界上の補助格子点 Q を求め、点 Q での HOLE 境界の外向き法線ベクトルと点 Q から判定される主格子点への位置ベクトルとの内積の正負により判別する。

$$(n, a) = \begin{cases} < 0 & \text{HOLE} \\ \geq 0 & \text{Not HOLE} \end{cases} \quad (45)$$

内挿される点の判別には、HOLE でフラグをたてて $\text{flag}_{i,j}=1$ とし、それ以外で $\text{flag}_{i,j}=0$ とし、

$$\sum_{i=i_0-1}^{i_0+1} \sum_{j=j_0-1}^{j_0+1} f_{i,j} > 0 \quad (46)$$

を用いる。

内挿される主格子点がどの補助格子点のセルを用いるかは次式により判定する。

$$\begin{aligned} f_{AB}(x_P, y_P) f_{AB}(x_G, y_G) f_{CD}(x_P, y_P) f_{CD}(x_G, y_G) &\geq 0 \\ f_{BC}(x_P, y_P) f_{BC}(x_G, y_G) f_{DA}(x_P, y_P) f_{DA}(x_G, y_G) &\geq 0 \end{aligned} \quad (47)$$

ただし、A~D は図 3 に示すとおりである。また、 $f_{AB}(x, y)=0$ は直線 AB を、点 (x_P, y_P) は内挿される点の座標を、点 (x_G, y_G) はセル ABCD 内の適当な点を表す。

内挿には二次元の線形内挿(bi-linear interpolation)を用いる。

図 3 CELL の判別と内挿

図 4 計算領域

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ q_P \end{bmatrix} &= (1-X)(1-Y) \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ q_A \end{bmatrix} + X(1-Y) \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ q_B \end{bmatrix} \\ &+ XY \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \\ q_C \end{bmatrix} + (1-X)Y \begin{bmatrix} x_D \\ y_D \\ q_D \end{bmatrix} \quad (48) \end{aligned}$$

式(48)の上2式で X, Y を求め、3式で物理量 q_P を内挿する。内挿する物理量は保存量を用いる。

補助格子の外側境界の物理量も同様の方法により内挿される。

6. 計算結果

6.1 解析対象と計算条件 $\phi 1000 \text{ m/m}$ バタフライ弁の二次元モデルを解析対象とする。計算領域は図4のとおりである。

弁体まわりの計算格子を図5に示す。流路内の格子が主格子であり、格子点数は 106×51 点、弁体まわりの格子が補助格子で、格子点数は 129×17 点である。境界層を十分分解するためには $1/Re$ に数十点の格子点を分布させることが望ましいが計算時間の制約上最小格子幅を $1/1000$ とする。

計算条件は、流入マッハ数 $M_{in}=0.1$ 、一様流レイノルズ数 $Re_{\infty}=1.76 \times 10^6$ について、弁の開度 $\alpha=60^\circ$ と $\alpha=45^\circ$ とする。初期条件は衝撃出発とする。

6.2 計算結果 弁の開度 $\alpha=60^\circ$ の計算結果を図6に、 $\alpha=45^\circ$ の計算結果を図7に示す。図6, 7の計算結果についてそれぞれ(a)は $\Delta M=0.025$ の等マッハ線図、(b)は $\Delta p=0.01$ の等圧力線図、(c)は速度ベクトル線図、(d)は損失係数の時間変化である。

佐藤らの論文⁽⁴⁾のように、弁体が傾斜しているために弁体上部ではノズル流れ、弁体下部ではオリフィス

表 1 損失係数の比較

Valve Opening Degrees	α	Loss Coefficient	
		Experiment	Computation
60'		2.40	2.59
45'		13.1	12.7

図 5 計算格子

(a) 速度ベクトル線図

(b) 等マッハ線図 ($\Delta M=0.025$) (c) 等圧力線図 ($\Delta p=0.001$)

(d) 損失係数の収束過程

図 6 $\alpha=60^\circ$ の計算結果

流れとなり、また、弁体先端に近い部分より流れがノズル側に向かうため、ノズル側で通過流量が多くなる様子が再現されている。佐藤らは水道用バルブについての実験であるが定性的な流れの様子は理想気体であってもほぼ同じである。

オリフィス側およびノズル側の後流域で、弁体後部に互いに逆回転の渦が発生することも再現されているが、得られた渦は若干長めで、オリフィス側噴流部下部の管壁面で発生するという大きな離れは確認できない。これに関しては、本計算は二次元モデルについて行っているため、実験などの三次元的な流れとの違いが現れているものと考えている。

ノズル側は絞り部に向かって徐々に圧力が低くなっ

(a) 速度ベクトル線図

(b) 等マッハ線図 ($\Delta M=0.025$) (c) 等圧力線図 ($\Delta p=0.001$)

(d) 損失係数の収束過程

図 7 $\alpha=45^\circ$ の計算結果

ていくが、オリフィス側は絞り部で急激に流速が速くなり圧力が減少するため絞り部付近では離れている。バルブの開度が 60° のときオリフィス側およびノズル側の両絞り部で圧力の等高線に不自然な振動が発生しているが、これは、流れの急激な変化に対して格子の分解能が不足しているためと考えられる。しかしマッハ数の等高線にはそのような振動は発生せず、本計算結果では圧力の振動が流れ場に与える影響は小さいと思われる。

損失係数が一定値に落ち着くためには両ケースともに約 130 000 Time Steps を要している。計算で得られた損失係数と三次元円管内バタフライ弁に対して得られた損失係数とを表 1 に示す。両者を直接比較することは流れの性質上から本質的ではないと考えられるが、計算により得られた損失係数は実験のものとよく

一致していることがわかる。損失係数 K は次式より定義される。

$$K_{\text{loss}} = \frac{2\Delta h}{u_m^2} \dots\dots\dots (49)$$

ここで、 u_m は平均流速であり、 Δh は p_A , p_B および p_C を図 4 の断面 AA, BB および CC での平均圧力として

$$\Delta h = p_A - \frac{3.5+15}{5}(p_B - p_C) - p_C \dots\dots\dots (50)$$

で与えられる。

7. 結 論

重合格子を用いて、圧縮性ナビエ・ストークス方程式によりバタフライ弁の二次元形状モデルを過ぎる流れの数値計算を行った結果、次のような結果が得られた。

(1) 佐藤らの実験結果と定性的に比較し、オリフィス側とノズル側の弁体後部に発生する二つの渦の発

生が再現された。

(2) バルブの損失係数を実験と数値計算とで比較を行った結果、両者はよく一致し、本計算結果の信頼性が確認できた。

本研究はバタフライ弁を過ぎる流れの数値計算の第一歩として行われ、今後三次元流れへの拡張などを行う予定である。

文 献

- (1) 大西, 水道協会雑誌, 53-3(1984), 56.
- (2) Winn, W. P., *Proc. Ann. Conf.*, Denver, Colorado, (1971-6).
- (3) 中西・朴木, バルブ技報, 3-1(1988), 24.
- (4) 佐藤・ほか3名, バルブ技報, 5-2(1990), 67.
- (5) Steager, J. L. and Benek, B. L., *Proc. 1st World Cong. Comput. Mech.*, Austine, Texas, (1986-9).
- (6) 森西・里深, 機論, 56-527, B (1990), 1906.
- (7) Baldwin, B. S. and Lomax, H., *AIAA Paper*, 78-257 (1978).
- (8) Jameson, A. and Baker, T. J., *AIAA Paper*, 83-1929 (1983).