翼端すきまを有するタービン段落流れの数値解析*

鹿 野 芳 雄^{*1}Numerical Analysis of the Flow Field through a Turbine Stage
with Tip Clearance

Yoshio SHIKANO

A numerical technique for the computation of three-dimensional turbulent flows through a turbine stage with bucket tip clearance is presented. To calculate nozzle and bucket flow regions simultaneously, steady interaction is assumed on the connecting boundaries. To consider the exact flow-region geometry of the bucket tip clearance, an H-type computational grid system, which is also used in the nozzle and bucket flow regions, is used in the tip clearance region. A finite volume method is used to obtain the spatially discretized governing equations, while the damping surface technique is employed for the time integration. In the present analysis, a two-equation model of turbulence is introduced to estimate the turbulence effect. In order to assure the effectiveness of the present method, computations are carried out for the flow through turbine stages of different tip clearance heights. The results clearly show secondary flow phenomena such as the tip leakage vortex and passage vortex motions in the bucket flow region. The effects of the clearance height on the turbine stage flow fields are also well predicted qualitatively by the present method.

Key Words: Numerical Analysis, Cascade, Three-Dimensional Flow, Compressible Flow, Turbulent Flow, Turbomachinery

1. 結 言

ガスタービン、軸流圧縮機、および遠心圧縮機などの圧縮性流体を扱うターボ機械では、翼先端部にシュラウドがなく、翼端すきまを通る漏れ流れが発生する場合が多くある。この翼端すきまを通る漏れ流れはターボ機械の性能に影響を及ぼすため、何らかの方法で事前に翼間流れを評価し設計に反映させる必要がある。

幸い、近年の計算機の発達により複雑な流れ場も計算可能になってきており、翼端すきまのある場合の翼間流れも数値解析により予測する試みがなされてきている。このような計算例としては、Baldwin-Lomaxの0方程式乱流モデルとJamesonタイプの人工粘性を導入したDawes⁽¹⁾やTVD法を用いた山本ら⁽²⁾の報告、代数応力方程式モデルや2方程式乱流モデルを用いたHahら⁽³⁾の報告、および薄層近似Navier-Stokes方程式と領域分割法により計算を行う渡辺ら⁽⁴⁾や野崎ら⁽⁵⁾の報告があり、先端すきまの存在が翼間流れに及ぼす影響など、興味深い結果が得られている。

しかし、実際のターボ機械内の流れでは、静翼と動翼の軸方向距離が短いために、互いの流れが干渉する。そのため、動翼へ流入する流れは半径方向に一樣とはならず、特に翼端すきまの存在する側壁近傍では、前置静翼側壁に発達する境界層の影響もあり、動翼流入部での境界条件設定が困難になる場合が多い。

本論文では、この問題を回避するために、静翼の翼間流れと翼端すきまを有する動翼翼間流れを同時に計算する段落流れ解析手法を提案する。二つの解析領域の接続には、著者らの提案した定常干渉流れ解析手法⁽⁶⁾を導入し、定常流として計算を行う。乱流の影響は、2方程式乱流モデル⁽⁷⁾により考慮し、数値解析手法は有限体積法とdamping surface techniqueの組合せ⁽⁸⁾で行う。なお、本論文では、タービン翼などの翼厚みの厚い翼のすきま流れも考慮できるよう、渡辺らと同様、翼端すきま部に計算格子を発生させ、流路形状を忠実に計算に反映できるようにしている。なお、計算格子は主流部、翼端すきま部にHタイプの格子を用いる領域分割法を採用し、両者を接続することで翼端すきま流れを含む翼間流れの計算を行う。

2. 支配方程式と境界条件

図1に解析領域と座標系を示す。図1に示すように、

* 原稿受付 平成4年12月9日。

^{*1} 正員、(株)日立製作所機械研究所 (〒317 日立市幸町3-1-1)。

本解析では上流側に静翼解析領域、下流側に翼端すきまを有する動翼解析領域を配置し、動翼の回転軸を y 軸とする。このとき、動翼の回転角速度を Ω とすれば、静翼翼間流れと動翼翼間流れの支配方程式は、おのおのの静止座標系と回転座標系での値を用い、ガウスの発散定理を適用すれば、次式のように表すことができる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \vec{U} \cdot dV = - \iint_S (n_x \cdot \vec{F} + n_y \cdot \vec{G} + n_z \cdot \vec{H}) dS + \iiint_V \vec{I} \cdot dV \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 V, S は微小要素の体積とその表面を意味する。また、式(1)の各ベクトルは次式で表される。

$$\begin{aligned} \vec{U}^T &= [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E, \rho q, \rho \epsilon] \\ \vec{F} &= \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho uu + \sigma_{xx} \\ \rho vu - \tau_{yx} \\ \rho wu - \tau_{zx} \\ u(\rho E + \sigma_{xx}) - v\tau_{yx} - w\tau_{zx} + Q_x \\ \rho qu + A_x \\ \rho \epsilon u + B_x \end{bmatrix} \\ \vec{G} &= \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho vv + \sigma_{yy} \\ \rho vw - \tau_{zy} \\ v(\rho E + \sigma_{yy}) - u\tau_{xy} - w\tau_{zy} + Q_y \\ \rho qv + A_y \\ \rho \epsilon v + B_y \end{bmatrix} \\ \vec{H} &= \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw - \tau_{xz} \\ \rho vw - \tau_{yz} \\ \rho ww + \sigma_{zz} \\ w(\rho E + \sigma_{zz}) - u\tau_{xz} - v\tau_{yz} + Q_z \\ \rho qw + A_z \\ \rho \epsilon w + B_z \end{bmatrix} \\ \vec{I}^T &= [0, \rho f_x, 0, \rho f_z, \rho(uf_x + wf_z), I_q, I_\epsilon] \end{aligned} \dots \dots \dots (2)$$

式(1)、(2)において、 t は時間、 n_x, n_y, n_z は面 S に立てた単位法線ベクトル n の方向余弦、 ρ は密度、 u, v, w はおのおの x, y, z 方向の速度成分、 E は全エネルギーである。また、 q と ϵ は乱流エネルギーと乱流エネルギー散逸率であり、 σ, τ は法線応力とせん断応力、 Q は熱流束、 A および B は乱流エネルギーと乱流エネルギー散逸率に関する流束項を意味する。ベクトル $\vec{I}$ はソース項を表し、 f は遠心力とコリオリの力の和、 I_q, I_ϵ は乱流エネルギーの生成項などによ

図1 解析領域と座標系

て記述される値⁽⁸⁾である。一方、下付き添字 x, y, z はおのおの x, y, z 方向に関することを意味する。なお、以上の支配方程式のほかに、補足関係式として完全気体の状態方程式を用い、また、分子粘性係数の計算には、Sutherland の式⁽⁹⁾を採用している。

次に、本解析で用いている各種の境界条件について以下に述べる。

(1) 段落流入境界 ここでは流体の全圧、全温および流入角を半径方向の分布として与え、これらは周方向に均一であると仮定する。その他の未知量に関しては、運動エネルギーと乱流エネルギーおよび乱流エネルギー散逸率の値を解析領域内部から外挿することで計算する。

(2) 段落流出境界 流出部の根元静圧のみを与え、半径方向の静圧分布は、周方向に平均化された半径方向の運動量方程式を解くことにより計算し、その値は周方向に均一とする。また、密度、速度成分、乱流エネルギーおよび乱流エネルギー散逸率の値を解析領域内部から外挿することで求める。

(3) 周期境界 対応する面での物理量とその法線方向の微分値が等しいとして境界条件を設定する。なお、本解析の翼端すきまを有する場合には、図1に示すように、主流領域の圧力面と翼端すきま領域の圧力面は周期境界となり、主流部の周期境界条件と同様の条件が適用される。

(4) 固体壁境界 各速度成分は零、温度は壁の法線方向に変化しないとする。圧力に関しては、翼面では、壁の法線方向に変化しないという条件を与えるが、側壁については遠心力とコリオリの力および側壁の周方向曲率半径を考慮して計算する。なお、側壁が動翼部の静止壁のように回転座標系に対して相対運動をする場合には、周方向速度成分が $-r\Omega$ となるように境界条件を設定する。ここで r は壁面の半径位置である。一方、乱流エネルギーと乱流エネルギー散逸率に関しては、wall function method⁽⁷⁾を導入し、境界条件を設定する。

(5) 接続境界⁽⁶⁾ 定常干渉流れを仮定して静翼解析領域と動翼解析領域を接続するために、各解析領域の半径方向の要素分割位置を一致させ、各解析領域の境界条件設定は、各半径位置ごとに互いの情報を交換することで行う。初めに、静翼解析領域の流出境界条件であるが、ここでは、動翼流入部の周方向平均静圧を境界条件として与え、それらは周方向に均一であると仮定する。次に、動翼流入境界条件であるが、これについては、静翼流出部で周方向に平均化した相対全温、全圧および流入角を計算し、それらは周方向に均一であるとして動翼流入部の境界条件とする。この操作を定常解が得られるまで、各時間ステップごとに行う。乱流パラメータについても同様の平均化操作を行い、互いの値を境界条件にすることで解析領域を接続する。これにより、定常干渉流れを仮定した段落流れ解析を行うことができる。

3. 離散化解析手法

式(1)の空間の離散化には前述したように有限体積分法を用いる。その際、計算要素としては任意形状の六面体要素を用いるが、各種の微分項の計算については、写像空間で直交性を有する body-fit 形曲線座標系を導入し、その写像空間で差分法を適用し、物理空間に変換⁽⁹⁾ することで求めている。なお、平均流れの支配方程式の離散化例として x 方向の運動量方程式の離散化を次式に示す。

$$\begin{aligned} \text{RHS} = & - \sum_{i=1}^6 (n_x \tilde{u} + n_y \tilde{v} + n_z \tilde{w})_i (\tilde{\rho} \mu)_i \Delta S_i \\ & - \sum_{i=1}^6 (n_x \tilde{\sigma}_{xx} - n_y \tilde{\tau}_{xy} - n_z \tilde{\tau}_{xz})_i \Delta S_i + (\rho f_x)_K \Delta V_K \\ & \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで、RHS は式(1)の右辺を意味し、 ΔS_i は面 S_i の面積、 ΔV_K は要素 K の体積である。また、 $\sim$ のついた値は、隣り合う要素の値との平均値を意味する。なお、乱流パラメータの輸送方程式については、対流項に対して風上差分法の一つであるドナーセル法⁽¹⁰⁾ に基づいた離散化を行っている。

一方、時間積分法であるが、平均流れの支配方程式に対しては、単段階の時間積分で計算を安定に進めることのできる damping surface technique を用いる。いま、時間刻み幅を δt 、時間ステップ数を m 、式(1)の右辺項を RHS とすれば、時刻 $m \cdot \delta t$ から $(m+1) \cdot \delta t$ への時間積分は、次式で表すことができる。

$$\vec{U}_K^{m+1} = \frac{\delta t}{\Delta V_K} (\text{RHS}) + \frac{\sum_{i=1}^6 \vec{U}_{Ki}^m}{6}$$

$$- \alpha \frac{\sum_{i=1}^6 \vec{U}_{Ki}^m - 6 \vec{U}_K^m}{6} \dots\dots\dots (4)$$

式(4)の右辺第3項は、時間ステップ J 回ごとに新たに計算される値である。 α は人工粘性の導入割合を決めるパラメータで、一般には 0.95~1.0 の値が採用されている。なお、本論文では、解の安定性と精度向上を図るために、 α の値を流れ場の状態によって局所的に変化するように設定する。いま、流れ場全体の基準となる α を α_{base} 、流入部の全密度を ρ_0 として、局所的な密度こう配を考慮したパラメータ α_c を次式により計算する。

$$\alpha_c = \alpha_{\text{base}} \left(1 - \left| \sum_{i=1}^6 \rho_{Ki} - 6 \rho_K \right| / 6 \rho_0 \right) \dots\dots\dots (5)$$

ただし、式(5)で計算された α_c の値は、時間ステップ J 回ごとに变化するため、計算の収束性を悪化させる危険性がある。したがって、本論文では次式に示すように敷居値 α_{max} , α_{min} を用いることで、実際の計算に用いる α_c を次式によって算出する。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_c &> \alpha_{\text{max}} \text{ のとき: } \alpha_c = \alpha_{\text{base}} \\ \alpha_c &< \alpha_{\text{min}} \text{ のとき: } \alpha_c = \alpha_{\text{min}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 α_{max} は α_{base} より小さい値である。

一方、乱流パラメータの輸送方程式については空間の離散化時に計算の安定化を図っており、ここでは、通常の前進差分法に基づいた方法を採用している。

4. 計算結果とその検討

表1に計算の主要パラメータを示す。流路高さは翼端すきまのない場合の翼長に相当し、翼端すきまは翼長を短くすることで設定した。表1において、要素数を表す $51 \times 20 \times 25$ などは、おのおの、流れ方向、周方向、および翼高さ方向の要素数を意味する。なお、翼端すきまが 2 mm 以上では、表1に示す要素数で計算を実施したが、翼端すきまが 1 mm では、静翼解析領域、動翼解析領域ともに、翼高さ方向の要素数を主流部で 23、翼端すきま部で 4 とし、翼端すきまのない場合に

表 1 計算の主要パラメータ

	Nozzle	Bucket
Inlet total pressure (kPa)	130.3	
Inlet total temperature (K)	330.1	
Outlet root pressure (kPa)	104.0	
Passage height H_a (m)	0.078	0.078
Root radius (m)	0.27	0.27
Rotational speed (rpm)		3700.0
Number of elements	$51 \times 20 \times 25$	$51 \times 20 \times 25$
Elements in clearance		$18 \times 12 \times 6$
Clearance height G (mm)	8.0, 4.0, 2.0, 1.0, 0.0	
G/H_a	0.1026, 0.0513, 0.0256, 0.0128, 0.0	

は、翼高さ方向の要素数を 21 として計算を行った。以下に、計算結果を示すが、静翼部では静止座標系での値、動翼部では相対座標系での値を用いて表示することを基本とする。

図 2 は、翼端すきまが 1 mm ($G/H_B=0.0128$) の場合の先端側壁近傍の半径方向断面速度ベクトルを示す図である。なお、主流部では、流れ方向計算要素の速度ベクトルを一つ置きに表示している。静翼部では、翼間流路に沿った流れとなるが、動翼部では、静翼部の側

図 2 翼先端近傍の速度ベクトル

壁境界層の影響と翼端すきまの存在により、複雑な流れとなる。すなわち、動翼流入部では静翼部側壁境界層の影響により、壁近傍で速度三角形が半径方向に急激に変化し、動翼の入口角とは大きく異なる流れとなる。たとえば、図 2 に示した断面の場合、動翼への入射角は約 -50° であり、翼負圧面側から流れが流入する状態となっている。そのため、翼端すきま部では、前半部で翼負圧面から圧力面へ向かう流れが発生し、後半部で、翼面圧力差の影響により、翼圧力面から負圧面へ向かう、通常の翼端すきま流れが発生する。このため、翼端すきま流れと主流との干渉は、おもに翼後半部に顕著に現れるようになる。

図 3 は、動翼後縁下流における流れ方向断面の速度ベクトルを、下流側から見た場合の図である。なお、図 3 の視点は、断面内流れを流量平均した場合の流れの方向にある。したがって、翼端すきま高さが変わり、流れが変化すれば、視点も変わることを付記しておく。図 3 の $G/H_B=0.0256$ 以上では、翼端すきまからの流れが主流部を貫通し、大きな翼端漏れ渦を形成していることがわかる。これに対して、 $G/H_B=0.0128$ では、翼端すきまからの流れが主流部を貫通することはなく、先端部で翼端漏れ渦と流路渦の二つの渦が干渉す

図 3 動翼後縁下流の速度ベクトル

図 4 動翼後縁下流の等速度線分布

る流れとなる。また、翼端すきまのない $G/H_B=0.0$ では、先端部と根元部に流路渦が発生していることがわかる。翼端すきまのある場合にも、根元部の流路渦は観察することができるが、翼端すきま高さの違いによる根元部の流路渦形状の変化は、ほとんど認められない。

図4は、図3に示した位置における等速度線分布を10 m/sごとに示したものである。 $G/H_B=0.0513$ 以上では、強い漏れ流れの発生により、翼端漏れ渦の発生している部分に低速のコアは現れていないが、 $G/H_B=0.0256$ になると、漏れ流れがやや弱くなり、翼端漏れ渦の中心部に低速のコアが発生するようになる。さらに、翼端すきまを小さくした $G/H_B=0.0128$ では、低速のコアが翼負圧面側に移動し、その領域も小さくなる。翼端すきまのない $G/H_B=0.0$ では、低速のコアの発生はない。また、翼根元部近傍では、流路渦の発生により、負圧面側の低速部分の厚さが圧力面側よりも厚くなる分布となる。

以上、翼間流れの様子を速度ベクトルや等速度線分布を用いて示したが、以下には、翼流出部における周方向に平均化した各種計算値の半径方向分布を示す。なお、以下に示す図中の一点鎖線は、翼端すきまを有する場合の翼先端位置を意味し、縦軸の h/H_B は翼高さ位置を流路高さで無次元化した値である。

図5は、静翼流出部における絶対速度 V_N の半径方向分布である。側壁近傍の速度は、境界層の発達により低速の流れとなり、また、反動度の半径方向の変化により、根元部で流速が大きく先端部で流速の小さい流れとなる。さらに、翼端すきまが大きい $G/H_B=0.0513$ や $G/H_B=0.1026$ では、反動度の低下が大きく、全体的に流速は大きくなる。このような流れが段落解析を行うことにより自動的に求められ、動翼への流入条件が設定される。このことが、段落流れ解析の大きな利点となる。

図6は、静翼流出部における軸流速度 $(V_N)_{axial}$ の半径方向分布である。軸流速度の半径方向分布は段落の流量配分に密接に関係する重要なパラメータであるが、翼端すきまの大きい場合には、やや軸流速度が大きくなる傾向を示す。しかし、その差は小さく、翼端すきま高さの違いは静翼流出部の軸流速度分布に大きな影響を与えないと考えることができる。

次に、動翼流出部における相対速度 V_B の半径方向分布を図7に示す。動翼流出部では、翼端すきま高さの違いにより、特に翼先端部近傍の流れが大きく変化する。 $G/H_B=0.0256$ 以上では、翼端すきま流れの影響により、 $h/H_B=0.9\sim0.95$ 近傍で低流速の部分が顕著

図5 静翼流出部の絶対速度分布

図6 静翼流出部の軸流速度分布

図7 動翼流出部の相対速度分布

に現れ、その後、翼先端側壁の相対運動の影響を受けて再び速度が大きくなる分布形状を示す。 $G/H_B=0.0128$ では、このような速度の大きな低下は認められず、 $G/H_B=0.0$ では先端部での速度の低下は現れない。また、翼端すきまの大きい場合には、相対速度が全体的に低下するが、これは、前述した反動度の低下に

図 8 動翼流出部の軸流速度分布

図 9 動翼流出部の相対流出角分布

図 10 動翼流出部の旋回角分布

起因するものと考えられる。

図 8 は、動翼流出部における軸流速度 $(V_B)_{axial}$ の半径方向分布を示す図である。ここでは、図 6 に示した静翼流出部の軸流速度分布とは異なり、翼端すきま高さの影響が大きく現れてくる。すなわち、 h/H_B がほぼ 0.8 以下の翼端すきま流れの影響の小さい領域では、 G/H_B が大きいほど軸流速度は小さくなり、逆に h/H_B

がほぼ 0.8 以上の翼端すきま流れの影響の大きい領域では、 G/H_B が大きいほど軸流速度も大きくなる。このことは、段落の流量配分が翼端すきまの存在により、翼先端方向に偏っていることを示すものであり、翼端すきまのある場合のタービン段落流れをよく表現している。

次に、動翼流出部における相対流出角 β_o の半径方向分布を図 9 に示す。なお、相対流出角は軸方向からの角度で、図 2 に示した動翼の幾何学的な流出角の方向を負と定義している。相対流出角は、翼先端部を除けば、ほぼ同じ値となるが、 $h/H_B \approx 0.8$ 以上では、翼端すきま高さの違いにより、流出角に大きな違いが現れる。すなわち、翼端すきま高さが大きくなるほど流出角の絶対値は小さくなり、軸方向を向いた流れとなる。これは、翼端すきま流れが動翼による流れの転向の影響を受けないためである。その後、前述したように、先端側壁近傍では側壁の相対運動の影響を受けて、再び相対流出角が増大するようになる。

最後に、動翼流出部の絶対流出角である旋回角 γ の半径方向分布を図 10 に示す。なお、図 10 に示した旋回角は、動翼の幾何学的な流出角の方向を負と定義している。旋回角は、リーピング損失や次段静翼への入射角と密接に関係する量であり、その絶対値は小さいほどよいといわれている。図 10 において、翼端すきま高さの違いは旋回角の半径方向分布に大きな影響を及ぼしていることがわかる。すなわち、翼端すきまが大きくなると、旋回角も大きくなる傾向を示す。ただし、 $G/H_B = 0.0256$ と $G/H_B = 0.0128$ の翼高さ中央部近傍では、ほぼ同じ旋回角となっており、翼端すきま高さの違いが明確に現れていない。しかし、翼先端部近傍では、明確な差異が現れており、翼端すきま高さの違いの影響が認められる。したがって、旋回角を小さくするという観点から、翼端すきまは極力小さくするのが望ましいという、当然の結果が得られる。

以上、本解析手法による計算結果を示してきたが、翼端すきま高さの影響など、定性的には翼端すきまのある場合のタービン段落流れを表現しているものと考えられる。

5. 結 言

定常干渉流れを仮定した、翼端すきまを有する動翼の翼間流れを静翼翼間流れと同時に計算する段落流れ解析手法を提案し、翼端すきま高さの影響を含めた計算を実施した。その結果、以下の結論を得た。

(1) 動翼流入境界の値を定常干渉の仮定により自動的に決定することができるとともに、翼端漏れ渦や

流路渦など、動翼流路内の三次元流動現象を明確に把握することができた。

(2) 翼端すきま高さの違いは、静翼流出速度や動翼内部流れの状態など、タービン段落流れに大きな影響を及ぼすことが明らかとなった。

文 献

- (1) Dawes, W. N., *ASME Paper*, 88-GT-70(1988).
- (2) 山本・大宮司・池田, 機論, **56**-523, B(1990), 765.
- (3) Hah, C., *Trans. ASME, J. Eng. Gas Turbines Power*, (1986), 15.
- (4) 渡辺・野崎・金沢・田村, 機論, **56**-527, B(1990), 1985.
- (5) 野崎・田村・渡辺・金沢, 航技研特別資料, 10(1989), 147.
- (6) 鹿野・池川・中野・佐藤, 機論, **53**-496, B(1987), 3622.
- (7) Launder, B. E. and Spalding, D. B., *Comput. Method Appl. Mech. Eng.*, **3**(1974), 269.
- (8) 鹿野・池川・中野, 機論, **51**-462, B(1985), 461.
- (9) たとえば, 生井・井上, 粘性流体の力学, (1978), 5, 理工学社.
- (10) たとえば, Roache, P. J. (高橋・ほか6名訳), コンピュータによる流体力学, (1978), 上 107, 構造計画研究所.