気泡流中における衝撃波の伝ば* (第2報, 気泡の内部現象の影響)

亀田 正治^{*1}, 松本 洋一郎^{*2}

Propagation of Shock Waves in Dilute Bubbly Liquids (2nd Report, Effect of Internal Phenomena of the Bubble)

Masaharu KAMEDA and Yoichiro MATSUMOTO

Propagation of shock waves in dilute bubbly liquids is investigated numerically taking into account internal phenomena of the bubbles. In this numerical analysis, the conservation equations for mass, momentum and energy inside each bubbles in the bubbly liquids are solved directly, in order to precisely estimate the effects of internal processes on wave phenomena. Numerical results under several conditions reveal that the radial motion of bubbles, which is affected by internal phenomena, such as thermal conduction through the bubble wall, has a significant influence on the time evolution of the propagation velocity of the shock wave and the relaxation structure behind the wave. The nondimensional thermal diffusivity, D , defined in eq. (13), is one of the most effective parameters to be correlated with the wave propagation process. As the initial bubble radius becomes larger or the pressure ratio becomes smaller, the time required for developing shock waves to steady-state conditions increases and the first maximum of the pressure profile in steady-state conditions becomes lower.

Key Words: Multiphase Flow, Shock Wave, Bubble Dynamics, Numerical Analysis, Heat Transfer, Thermal Diffusion

1. はじめに

液体中にガス気泡が分散して存在する気泡流中における衝撃波の伝ばは、混相流中における波動現象の代表的な例として、数多くの研究がなされている。

Noordzij ら⁽¹⁾, 土方ら⁽²⁾, Beylich ら⁽³⁾は、理論的・実験的に気泡流中の衝撃波の伝ば現象を解析し、その基本的な特徴を明らかにしている。これらの実験によって得られた、気泡流中の衝撃波現象に特有の緩和構造に対して、その原因を、気液間の速度差に求めるもの⁽¹⁾と、気液間の温度差に求めるもの⁽²⁾⁻⁽⁵⁾があるが、両者を共に評価した研究は、土方らによるものを除いてはあまりなされていないのが現状である。

ここでは、第1報⁽⁶⁾に引き続き、不凝縮ガス気泡からなる気泡流中の衝撃波の伝ば過程に対する、さまざまな因子の影響を系統的に明らかにすることを目的とした数値解析を行った。前報では、支配方程式の定式化、定常衝撃波に対する関係式の導出を行ったうえで、気泡流中を伝わる衝撃波の初期状態から定常状態までの発達の様子を計算し、定常衝撃波の伝ば速度は等温

平衡衝撃波の伝ば速度と一致すること、気液間の速度差は、液体の粘性係数が十分大きいと、含まれる気泡の気泡径が十分小さくない限り無視できないが、衝撃波波形に与える影響は小さいことを明らかにしている。

本報では、気泡流中における衝撃波の伝ば現象に対する、気泡からの熱拡散の影響について、初期ボイド率、初期気泡径、および圧力比をパラメータとして評価を行った。前報同様、気泡の内部現象の影響を正確に評価するために、気泡流中に存在する個々の気泡に対して、気泡内ガスの密度、運動量、エネルギーの各保存式を差分近似して直接数値的に解き、その結果を気泡流全体と併せる方法を数値解法として採用した。

その結果、気泡内熱拡散の影響は、気泡内ガスの温度伝導率と初期気泡径の比である無次元温度伝導率によって整理することができることを示し、初期気泡径が大きいほど、すなわち無次元温度伝導率が低くなるほど、または圧力比が低いほど、衝撃波の発達に要する助走区間は長くなり、定常衝撃波波頭圧力のピークが低くなることなどを明らかにした。

2. おもな記号

c_p : 定圧比熱

* 原稿受付 平成5年1月11日。

^{*1} 正員, 東京大学大学院 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)。

^{*2} 正員, 東京大学工学部。

P : (気泡流における) 圧力
 p : (気泡内部における) 圧力
 R : 気泡半径
 r : (気泡内部における) 半径方向の座標
 R : ガス定数
 T : 温度
 t : 時間
 U : (気泡流における) 速度
 u : (気泡内部における r 方向) 速度
 x : (気泡流における) 座標
 α : ボイド率
 κ : 比熱比
 λ : 熱伝導率
 μ : 粘性係数
 ρ : 密度
 σ : 表面張力係数
 添字など
 0 : 初期状態
 g : 気相
 H : 高圧
 l : 液相
 L : 低圧
 w : 気泡壁
 $*$: 無次元
 $\cdot$: 時間微分

3. 基礎方程式・数値計算方法

3.1 仮定 支配方程式の定式化にあたり, 以下の仮定を行った。

(1) 気泡流全体としては連続体として取扱えるものとする。

(2) 本研究で取扱う気泡流のボイド率は1%のオーダーである。したがって, 気相のもつ質量, 運動量は, 液相のもつそれらに対して気相のもつ質量および運動量は無視する。また, 気泡流における法線応力偏差成分も無視する。

(3) 気相のみが圧縮性をもち, 液相は非圧縮であるとする。

(4) 気泡は球対称を保つとする。

(5) 気泡壁における液相の温度は一定であるとする。

(6) 気泡内ガスは不凝縮性気体であるとし, 理想気体とする。

(7) 気泡壁を通じた物質移動はないものとする。

(8) 各気泡の合体, 分裂はないものとする。

ところで, 本報は, 衝撃波伝ば挙動に対する気泡の

内部現象の影響を評価することを目的としている。また, 第1報⁽⁶⁾でも述べたように, 気泡流中の衝撃波の伝ば過程に対する気液間のスリップの影響はそれほど大きなものではない。そこで, 気液両相間のスリップはないと仮定した。

3.2 支配方程式 以上の仮定を用いて, 気泡流, および気泡内部について以下の諸式が導かれる。

3.2.1 変数の無次元化 以下のように変数の無次元化を行った。

$$t^* = t/\tau, \quad r^* = r/R_{L0}, \quad x^* = x/L,$$

$$U^* = U/C_0, \quad P^* = P/P_{L0},$$

$$\rho_g^* = \rho_g/\rho_{g0}, \quad u_g^* = u_g/(R_{L0}/\tau), \quad T_g^* = T_g/T_{g0},$$

$$p_g^* = p_g/p_{g0} = p_g/(\rho_{g0} R T_{g0}), \quad \lambda_g^* = \lambda_g/\lambda_{g0}.$$

ここで, τ は初期圧力を基準とした気泡運動の周期のオーダーをもつ時間, C_0 は気泡流中での等温平衡音速, L はこれらを組合せた長さの次元をもつ値であり, 以下のように表すことができる。

$$\tau = R_{L0} \sqrt{\frac{\rho_l}{P_{L0}}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$C_0 = \sqrt{\frac{P_{L0}}{\alpha_{L0}(1-\alpha_{L0})\rho_l}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$L = C_0 \tau = R_{L0} \sqrt{\frac{1}{\alpha_{L0}(1-\alpha_{L0})}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

以上を用いて無次元化された支配方程式を以下に示す。

3.2.2 気泡流の質量・運動量保存式

(1) 質量保存式

$$\frac{\partial}{\partial t^*}[(1-\alpha)] + \frac{\partial}{\partial x^*}[(1-\alpha)U^*] = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし, ボイド率 α を以下のように定義した。

$$\alpha = \sum_{k=1}^{K_i} \frac{4}{3} \pi R_k^3 / dV_i \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで, dV_i はある単位セルの体積, K_i は単位セルに含まれる気泡の個数である。

(2) 運動量保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t^*}[(1-\alpha)U^*] + \frac{\partial}{\partial x^*}[(1-\alpha)U^{*2}] \\ & = -\alpha_{L0}(1-\alpha_{L0}) \frac{\partial P^*}{\partial x^*} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

3.2.3 気泡の体積変化の式

$$\begin{aligned} R^* \dot{R}^* + \frac{3}{2} \dot{R}^{*2} &= (1+2S) p_{gw}^* - \frac{2S}{R^*} \\ &- 4M \frac{\dot{R}^*}{R^*} - P^* \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで, S, M はそれぞれ, 無次元表面張力係数, 粘性係数であり, 以下のように表すことができる。

$$S = \frac{\sigma}{R_{L0} P_{L0}} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$M = \frac{\mu_i}{R_{L0} \sqrt{\rho_i P_{L0}}} \dots\dots\dots (9)$$

3・2・4 気泡内部の質量・運動量・エネルギー保存式

(1) 質量保存式

$$\frac{\partial \rho_g^*}{\partial t^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^{*2} \rho_g^* u_g^*) = 0 \dots\dots\dots (10)$$

(2) 運動量保存式

$$\frac{\partial \rho_g^* u_g^*}{\partial t^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^{*2} \rho_g^* u_g^{*2}) = - \frac{\partial p_g^*}{\partial r^*} \dots\dots\dots (11)$$

(3) エネルギー保存式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_g^* T_g^*}{\partial t^*} + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^{*2} \rho_g^* T_g^* u_g^*) \\ = -(\chi - 1) \frac{p_g^*}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^{*2} u_g^*) \\ + \frac{D}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^{*2} \lambda_g^* \frac{\partial T_g^*}{\partial r^*} \right) \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここで、 D は無次元温度伝導率であり、以下のように表すことができる。

$$D = \frac{\chi}{R_{L0}} \sqrt{\frac{\rho_l}{P_{L0}}} \frac{\lambda_{g0}}{\rho_{g0} C_{pg}} \dots\dots\dots (13)$$

(4) 状態方程式

$$p_g^* = \rho_g^* T_g^* \dots\dots\dots (14)$$

また、気液界面における境界条件として、仮定(5)、(7)より、

$$T_{gw}^* = 1 (= \text{const.}) \dots\dots\dots (15)$$

3・3 数値計算法 第1報と同様の方法を用いて方程式の差分・数値解析を行った。気泡流全体についてはHSMAC法に準じた半陰解法⁽⁷⁾を用い、個々の気泡内部の現象については、CIP法⁽⁸⁾を用いた。数値計算手法の詳細については第1報⁽⁶⁾を参照されたい。

4. 数値計算結果と考察

気泡流中を伝ばする衝撃波の数値シミュレーションをいくつかのパラメータの影響に注目して行った。液体は水、気泡内ガスは窒素とし、初期温度は20°Cとした。また、気泡流中に含まれるすべての気泡の初期気泡径は等しく、空間的にも均一に分布しているものとした。

なお、本計算における時間刻み、空間刻みについては、圧力比(P_{H0}/P_{L0})の違いを考慮して以下のように決定した。

$$\Delta x^* = 2.5 \times 10^{-1}, \Delta t^* = 2.5 \times 10^{-2} \sqrt{\frac{P_{L0}}{P_{H0}}},$$

$$\Delta y = 5.0 \times 10^{-2}, \Delta t^* = 6.25 \times 10^{-4} \frac{P_{L0}}{P_{H0}}.$$

ただし、 Δx^* は気泡流の空間刻み、 Δt^* は気泡流全体を計算する時間刻み、 Δy は気泡半径を基準とした移

動座標系 [$y = (r/R)^2$] による各気泡内部の空間刻みであり、 Δt^* は各気泡の内部現象を計算するための時間刻みである。

4・1 衝撃波の時間発展に対する諸因子の影響

4・1・1 初期ボイド率の影響 図1に、初期低圧側圧力 P_{L0} が100 kPa、初期高圧側圧力 P_{H0} が150 kPaであり、初期気泡半径 R_{L0} が1 mmの気泡からなる気泡流中を伝ばする衝撃波の様子を示す。図1中実線は初期ボイド率 α_{L0} が1.0%、点線は0.25%の場合であり、それぞれについて無次元座標 x^* が20および40の地点における圧力波の時間変化を示した。

本計算条件における代表時間 τ は0.10 msであり、ボイド率によらず一定である。しかし、気泡流の代表長さ L は大きく異なる。なぜなら、ボイド率によって圧力波の伝ば速度が大きく変化するからである。 $\alpha_{L0} = 1.0\%$ では、等温平衡音速 C_0 は101 m/s、気泡流の代表長さ L は1.0 cmであるのに対して、 $\alpha_{L0} = 0.25\%$ では、 $C_0 = 200$ m/s、 $L = 2.0$ cmであり、それぞれ1.0%の2倍になっている。

このように大きく代表長さが異なるにもかかわらず、等しい無次元位置における圧力波形の時間変化はほぼ一致している。これは、衝撃波の時間発展は、衝撃波発生後の経過時間、すなわち、気泡振動の回数で決定されていることを意味している。結局、初期ボイド率の違いは、衝撃波の伝ば速度には大きく影響するが、圧力波形そのものには影響しないことになる。

4・1・2 無次元温度伝導率 D のもつ意味 式(13)から明らかなように、無次元化された温度伝導率 D は、気泡内ガスの熱伝導率に比例し、初期気泡径に反比例する値である。すなわち、気泡内ガスが同一であっても、気泡径が小さくなるほど、無次元温度伝導率は大きくなる。

図2に、 $P_{L0} = 100$ kPa、 $P_{H0} = 150$ kPa、 $\alpha_{L0} = 1.0\%$ であり、初期気泡半径 R_{L0} が0.1 mmの窒素気泡を含む気泡流中の衝撃波と、圧力、ボイド率は等しいが、

図1 初期ボイド率が異なる場合の衝撃波伝ばの違い

含まれる気泡の初期気泡半径が1 mmであり、かつ、無次元温度伝導率を一致させるために、気泡内ガスの熱伝導率が窒素の10倍であると仮定した場合の気泡流中の衝撃波の伝ばの様子を比較を示す。この場合、両者の無次元温度伝導率はそれぞれ、 $R_{L0}=1\text{ mm}$ で 2.960×10^{-2} 、 $R_{L0}=0.1\text{ mm}$ で 2.923×10^{-2} となる。また、無次元化の際に用いた気泡流の代表長さ L および代表時間 τ はそれぞれ、 $R_{L0}=1\text{ mm}$ で1.0 cm、0.1 ms、 $R_{L0}=0.1\text{ mm}$ では1.0 mm、10 μs である。図2には、無次元距離 $x^*=20, 60$ における圧力波形の時間変化を示し、実線が初期気泡半径1 mmの場合を、破線が0.1 mmの場合を表している。

気泡運動および気泡流を支配する方程式を無次元化の際に現れるパラメータは、無次元温度伝導率 D 、表面張力 S 、粘性係数 M 、および、初期ボイド率 α_{L0} 、比熱比 χ 、圧力比 P_{H0}/P_{L0} の六つである。本計算条件では、初期ボイド率、比熱比、圧力比は等しく、無次元温度伝導率、表面張力、粘性係数はほぼ等しい。本計算結果は、これらのパラメータが等しければ、気泡流中における衝撃波伝ば挙動が相似になることを示している。

両者の伝ば速度に若干の違いが見られるのは、初期気泡径の差に基づく表面張力の差によって、無次元温度伝導率 D 、および式(16)に示す平衡衝撃波の伝ば速度 C_i に若干の差があるためである。

4・1・3 初期気泡径・圧力比の影響 図3に初期気泡径が異なる場合の衝撃波の時間発展の様子を示す。ここでは、 $P_{L0}=100\text{ kPa}$ 、 $P_{H0}=150\text{ kPa}$ 、 $P_{H0}/P_{L0}=1.5$ 、 $\alpha_{L0}=1.0\%$ なる条件のもとで、初期気泡半径 R_{L0} が20, 50, 100 μm の各場合について示した。これらの場合における気泡流の代表長さ L と代表時間 τ は、それぞれ、20 μm では、0.20 mm、2.0 μs 、50 μm では、0.50 mm、5.0 μs 、100 μm では1.0 mm、10 μs である。

各図中(a)には、衝撃波伝ばに伴う衝撃波波形の変

図2 D が等しい場合の衝撃波の伝ばの様子

化を、初期気泡半径が20 μm の場合については無次元時刻 $t^*=2, 4, 10, 20, 50, 75, 100$ μs については $t^*=4, 10, 20, 50, 100, 150, 200, 300$ の各時刻における圧力分布を、衝撃波波頭に見られる圧力のピークの軌跡とともに示した。一方、各図中(b)は、衝撃波の伝ば速度の変化を表している。衝撃波の伝ば速度 C は、各時刻における圧力値が、圧力差 $P_{H0}-P_{L0}$ に対して10%上昇した位置から算出した。また、縦軸は、各地点における伝ば速度を等温平衡音速を C_0 で割って無次元化したマッハ数を表し、グラフ中の直線は、以下に示す等温平衡衝撃波の伝ば速度 $C_i^{(6)}$ を基準としたマッハ数を表している。

図3 初期気泡径による伝ば過程の変化

$$C_i = \sqrt{\frac{p_{gH0}}{\alpha_{L0}(1-\alpha_{L0})\rho_L} \cdot \frac{P_{H0}-P_{L0}}{p_{gH0}-p_{gL0}}} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ただし, p_{gL0} , p_{gH0} はそれぞれ, 低圧側, 高圧側における平衡気泡内ガス圧力であり,

$$p_{gL0} = P_{L0} + \frac{2\sigma}{R_{L0}}, \quad p_{gH0} = P_{H0} + \frac{2\sigma}{R_{H0}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

と表すことができる。また, R_{L0} , R_{H0} はそれぞれ, 低圧側, 高圧側における平衡気泡半径であり, 以下の関係が成り立つ。

$$\left(P_{H0} + \frac{2\sigma}{R_{H0}}\right) R_{H0}^3 = \left(P_{L0} + \frac{2\sigma}{R_{L0}}\right) R_{L0}^3 \quad \dots\dots\dots (18)$$

式(16)より, 各初期気泡径に対する平衡衝撃波のマッ

ハ数 C_i/C_0 はそれぞれ, $1.245(R_{L0}=20\text{ }\mu\text{m})$, $1.233(R_{L0}=50\text{ }\mu\text{m})$, $1.229(R_{L0}=100\text{ }\mu\text{m})$ となる。

いずれの初期気泡径の場合でも, 入射直後の衝撃波は, 等温平衡衝撃波の伝ば速度 C_i より速い速度で伝ばしている。しかし, 次第に伝ば速度は減少し, 最終的には, 等温平衡衝撃波の伝ば速度と一致する。それ以降は, 第1報⁽⁶⁾でも指摘したように, 衝撃波の波形は変化しなくなり, 定常衝撃波となる。

初期気泡径が大きくなるほど, 衝撃波波頭圧力の瞬間的な最大値は高くなるが, 平衡状態では, 逆に低くなっている。また伝ば速度が一定値に達するまでの緩和距離は, 初期気泡径が大きくなるほど長くなっていることがわかる。さらに, 急激な圧力上昇背後に存在する緩和振動領域の振動は, 衝撃波入射直後から定常衝撃波に達するまでに, その振動周期を次第に延ばしていく。

図4に, 初期状態は同じであるが, 圧力比が異なる場合の衝撃波の時間発展の様子を示す。ここでは, $P_{L0}=100\text{ kPa}$, $\alpha_{L0}=1.0\%$, $R_{L0}=50\text{ }\mu\text{m}$ という条件の下で, 圧力比 P_{H0}/P_{L0} が1.5, 2.0, 2.5の各場合について示した。このとき, 気泡流の代表長さ L と代表時間 τ は, 0.50 mm , $5.0\text{ }\mu\text{s}$ であり, また, 等温平衡衝撃波の伝ば速度を基準としたマッハ数 C_i/C_0 はそれぞれ, $1.233(P_{H0}/P_{L0}=1.5)$, $1.422(P_{H0}/P_{L0}=2.0)$, $1.588(P_{H0}/P_{L0}=2.5)$ である。

図3同様, 各図中(a)では, ある特定の時刻における圧力分布を, 圧力比が1.5の場合については $t^*=4, 10, 20, 50, 100, 150$, 2.0については $t^*=2, 4, 10, 20, 50, 100$, 2.5については $t^*=2, 4, 10, 20, 50$ の各時刻について示し, 図中(b)には伝ば速度 C の変化を示した。

圧力比が高くなるにつれて, 伝ば過程初期の圧力のオーバーシュートが大きく, 定常衝撃波まで発達するのに要する緩和距離が短くなっていることがわかる。また, 定常に達した後の波頭圧力も, 圧力比が高くなるにつれて高くなっている。

図4 圧力比による伝ば過程の変化

図5 緩和距離と無次元温度伝導率・圧力比の関係

図5に、衝撃波が定常に達するまでに要する無次元緩和距離 x_{relax}^* と無次元温度伝導率 D 、圧力比 P_{H0}/P_{L0} の関係を示す。図5には、初期ボイド率 α_{L0} が1.0%、初期圧力 P_{L0} が100 kPaの状態、高圧側圧力 P_{H0} を、150 kPa (図5中白四角)、200 kPa (同黒丸)、250 kPa (同黒四角)に変化させたときの、初期気泡半径 R_{L0} が1, 10, 20, 50, 100 μm の各場合、ならびに、初期圧力が75 kPaで、高圧側圧力を150 kPa (同白丸)に変化させたときの、初期気泡半径が50, 100 μm の各場合についてプロットした。

図5中横軸は、無次元温度伝導率 D に、 $\sqrt{(P_{H0}-P_{L0})/P_{L0}}$ 、すなわち、無次元圧力差の平方根を乗じたものを表し、縦軸は緩和距離 x_{relax}^* を表している。なお、無次元温度伝導率は、式(13)で定義されているとおり、初期気泡径に反比例する値である。したがって、無次元温度伝導率が大きいくほど初期気泡径が小さいという関係にある。また、無次元緩和距離 x_{relax}^* は、衝撃波の伝ば速度 C と等温平衡衝撃波の伝ば速度 C_i の差が、 C_i に対して0.1%以内になった距離と定義した。

図5の中の同一圧力比のデータで、初期気泡半径は左から、100, 50, 20, 10, 1 μm となっている。初期圧力等の条件が異なるにもかかわらず、初期気泡半径が10, 1 μm のものを除けば、無次元緩和距離 x_{relax}^* は $D \times \sqrt{(P_{H0}-P_{L0})/P_{L0}}$ でよく整理され、 $D \times \sqrt{(P_{H0}-P_{L0})/P_{L0}}$ が大きくなると無次元緩和距離は減少する傾向を示す。このような整理が可能である理由としては、以下のことが考えられる。後述するように、無次元温度伝導率大きい場合、すなわち初期気泡径が小さい場合は定常衝撃波波面の厚さは薄くなる。一方、圧力比が高くなるほど気泡の崩壊運動の特性時間が短くなるため、やはり定常衝撃波波面の厚さは薄くなる。結局、無次元緩和距離が減少することと、上記のような定常衝撃波における衝撃波波面の厚みが薄くなる事実は対応しているのである。

ところが、各圧力比とも初期気泡径が小さくなり、無次元温度伝導率がさらに大きくなると、無次元緩和距離はあるところで極小値をとり、再び増加していることがわかる。これは以下の理由による。無次元温度伝導率が小さければ、圧縮によって生じた気泡内の熱の移動に多くの時間を必要とするために、気泡が平衡状態に達するまでの緩和時間が長くなり、それに伴って衝撃波の緩和距離も増大する。逆に、温度伝導率が大きければ、気泡は速やかに平衡状態に達するため、衝撃波の緩和距離も短くなる。ところが、極端に初期

気泡径が小さくなるなどして、無次元温度伝導率が非常に大きくなると、気液間の熱移動が極めて速やかに行われるようになり、気泡の膨張・収縮運動は等温的となる。そのような場合、松本ら⁽⁹⁾、Prosperetti⁽¹⁰⁾が指摘しているように、気泡壁を通じた熱移動による気泡振動の減衰の効果は少なくなる。したがって、衝撃波の緩和距離はある値で極小値をとるようになる。

なお、初期気泡半径が10 μm 以下の場合、上記の整理はうまくいかず、圧力比によって差が見られるようになる。これは、気泡運動に対する、無次元表面張力 S 、無次元粘性係数 M の影響が強くなるためである。

4.2 定常衝撃波に対する初期気泡径・圧力比の影響

4.2.1 初期気泡径の影響 図6に、圧力比は等しいが、初期気泡径が異なる場合の、定常衝撃波中に存在する特定の気泡について、その気泡に作用する液体の圧力 P 、気泡半径 R 、気泡内平均温度 T_{ave} 、ならびに、気泡壁外側圧力 P_{lw} の時間変化を示す。図6には、図3と同様、初期気泡半径 R_{L0} が20 μm (図6中実線)、50 μm (同破線)、100 μm (同一点鎖線)の場合について示した。

なお、気泡内平均温度 T_{ave} は以下の式で定義した。

図6 定常衝撃波中に存在する気泡の周囲圧力、気泡径、気泡内平均温度、気泡壁外側圧力の時間変化

$$T_{ave} = \int_0^R r^2 \rho_g T_g dr / \int_0^R r^2 \rho_g dr \quad \dots\dots\dots (19)$$

本計算では、気液界面を通じた物質移動はないため、気泡内ガスの質量は一定である。したがって、平均温度 T_{ave} は気泡内の全内部エネルギーに比例している。

また、気泡壁外側圧力 P_{lw} は、

$$P_{lw} = p_{gw} - \frac{2\sigma}{R} - 4\mu_l \frac{\dot{R}}{R} \quad \dots\dots\dots (20)$$

と表され、気泡径が極端に小さくない限り、気泡内ガスの気泡壁における圧力 p_{gw} とほぼ等しい。

初期気泡径によって、その波頭圧力と背後の緩和振動の領域の広さが異なっていることがわかる。初期気泡径が小さいほど波頭の圧力は高くなり、緩和振動の領域は短くなる。

次に、気泡半径 R と気泡内平均温度 T_{ave} の変化に注目すると、気泡径が極値をとるタイミングと平均温度のそれとは、ずれがあることがわかる。すなわち、平均温度が極値をとった後に、気泡径が極値をとっている。気泡内の平均温度は気泡内全内部エネルギーに比例するが、これは、気泡内ガスの圧縮により内部エネルギーが増加している位相であるにもかかわらず、気液界面を通じた熱の移動による外部への散逸量が、内部エネルギーの増加量を上回っていることを示している。

これに対して気泡壁外側の圧力 P_{lw} 、気泡に作用する液体の圧力 P 、気泡半径 R の時間変化については、それぞれの位相に差がないことがわかる。また、いずれの場合も、初期の急激な圧力上昇時において、最初は、作用する液体の圧力が気泡壁外側の圧力を上回っているのに対して、徐々に気泡壁外側の圧力が作用する液体の圧力を追い越していくことがわかる。

定常状態における液体圧力 P の変化とボイド率 α の関係については、第1報⁶⁾で示したように、以下の関係がある。

$$P = P_{L0} + (1 - \alpha_{L0}) \rho_l C_l^2 \left(1 - \frac{1 - \alpha_{L0}}{1 - \alpha} \right) \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 $\alpha \ll 1$ より、

$$P \approx P_{L0} + (1 - \alpha_{L0}) \rho_l C_l^2 (\alpha_{L0} - \alpha) \quad \dots\dots\dots (22)$$

と近似することができる。したがって、 P 、 α の関係は、ほぼ線形である。また、ボイド率は、気泡径と気泡の数密度によって決定されるが、本論文で取扱っている気泡流については、気泡の数密度の分布はほぼ一定である。したがって、ボイド率は気泡の体積と線形の関係にある。結局、気泡径の変化が液体圧力の変化と直結していることがわかる。

図6から明らかなように、初期の急激な圧力上昇時には、液体圧力 P のほうが気泡壁外側の圧力 P_{lw} よ

図7 定常衝撃波中に存在する気泡の周囲圧力、気泡の膨張・収縮の方程式中の各項の大きさの時間変化

り上回っている。気泡径の変化は、式(7)によって記述される。後述するように、式(7)中の R^{*2} の大きさは、圧力比 P_{H0}/P_{L0} が1.5の場合、他の各項と比較して小さい。したがって、式(7)の左辺と右辺のバランスを考えると、液体圧力が気泡壁外側圧力より上回っているときは負の気泡径加速度 $\ddot{R}^*$ が増すため、気泡は加速度的に圧縮され、気泡壁外側圧力が液体圧力を上回ると、気泡径加速度の符号は反転し、気泡の圧縮は弱まり、ついには気泡は膨張過程に転ずることになる。

以上から、衝撃波波頭圧力の高さが初期気泡径によって異なることに対して以下のように説明ができる。初期気泡径が大きいほど、すなわち無次元温度伝導率 D が小さいほど、気泡は断熱的に圧縮されるようになる。したがって、初期気泡径が大きいほど、気泡の圧縮に伴う気泡内ガス圧力上昇量は大きくなる。すると、気泡径変化が少ない間に、気泡壁外側圧力が液体圧力を上回ようになり、先の考察にも示したように、気泡の圧縮はとまる。すなわち、波頭の圧力は初期気泡径が大きいほど低くなる。

また、背後の緩和振動は、圧縮時に上昇した気泡内温度が、液体温度と等しくなる過程であるが、これは通常の熱伝導問題と同様の解釈が可能である。すなわち、温度伝導率が低いほど緩和に要する時間が長いと

いうことである。

4・2・2 圧力比の影響 次に、初期気泡径は等しいが、圧力比が異なる場合の定常衝撃波について考える。図7に、図6同様、定常衝撃波中に存在する特定の気泡について、その気泡に作用する液体の圧力 P と、気泡の膨張・収縮の方程式(7)中の左辺の2項、すなわち、 $R^*\dot{R}^*$ と $\dot{R}^{*2}$ の大きさの時間変化を示す。計算条件は図4と同様であり、圧力比 P_{H0}/P_{L0} が1.5(図7中実線)、2.0(同破線)、2.5(同一点鎖線)の場合について示した。

図7より、圧力比が低い場合は、気泡の膨張・収縮の方程式中の $\dot{R}^{*2}$ の大きさはごく小さく、 $R^*\dot{R}^*$ が支配的であることがわかる。したがって、図6の部分でも説明したように、気泡壁外側圧力 P_{lw} と周囲圧力 P の関係から、 P が P_{lw} より大きい場合、気泡径の変化の加速度 $\dot{R}^*$ は負、すなわち、気泡径は加速度的に小さくなるが、 P_{lw} が P を上回ったと同時に、気泡径の減少にブレーキがかかることになる。

ところが、圧力比が大きくなると、気泡の膨張・収縮運動の非線形性が影響を与えるようになる。すなわち、 $\dot{R}^{*2}$ の影響が無視できなくなる。 $\dot{R}^{*2}$ は常に正であるため、 $P_{lw}-P$ が正になっても、気泡壁移動の加速度 $\dot{R}^*$ はすぐに正にならない。したがって、圧力比が高くなるほど、気泡径の極小値が小さくなる。その結果、液体圧力の急激な立上りも次第に急峻となり、その極大値も大きくなる。

5. 結 論

気泡流中を伝ばする一次元衝撃波の挙動について、関連するさまざまなパラメータの影響を評価するための数値解析を行った。特に、流れの中に含まれる気泡

の内部の密度、圧力、温度分布をそれらを支配する基礎方程式を用いて直接計算によって求めることにより、気泡流に対する気泡の内部現象の影響を正確に評価することを期した。その結果、以下の結論を得た。

(1) 気泡内の熱的条件の違いは、初期気泡径と気泡内ガスの温度伝導率の比である無次元温度伝導率 D で整理することができる。

(2) 定常衝撃波に達するまでの無次元緩和距離 x_{relax}^* は、初期気泡径 R_{L0} が20 μm 以上の場合、無次元温度伝導率 D と無次元圧力差の平方根 $\sqrt{(P_{H0}-P_{L0})/P_{L0}}$ を乗じたパラメータで整理することができる。すなわち、無次元温度伝導率が大きくなるほど、また無次元圧力差が大きくなるほど、緩和距離は減少する。

(3) 定常衝撃波の波形は、初期気泡径・圧力比によって大きく異なる。たとえば、初期気泡径が大きいほど、また、圧力比が低くなるほど、衝撃波波頭の圧力上昇量は低くなり、波形は鈍ってくる。

文 献

- (1) Noordzij, L. and van Wijngaarden, L., *J. Fluid Mech.*, **66**(1974), 115.
- (2) 土方・森・清水, 機論, **45**-396(1979), 1179.
- (3) Beylich, A. E. and Gülhan, A., *Phys. Fluids*, A, **2**(1990), 1412.
- (4) Nigmatulin, R. I. and Shagapov, V. Sh., *Fluid Dyn.*, **9**(1976), 890.
- (5) Prosperetti, A. and Kim, D. H., *Fundamentals of Gas-Liquid Flows*, (1988), 19, ASME.
- (6) 松本・亀田, 機論, **59**-564, B(1993), 2386.
- (7) 松本・西川・大橋, 機論, **56**-525, B(1990), 1237.
- (8) Yabe, T. and Takei, E., *J. Phys. Soc. Jpn.*, **57**(1988), 2598.
- (9) 松本・竹村, 機論 **58**-547, B(1992), 645.
- (10) Prosperetti, A., *J. Fluid Mech.*, **222**(1991), 587.