三次元乱流境界層に埋没する縦渦に関する実験的研究*

(第3報, 三次のモーメントとレイノルズ応力の生産)

志 沢 高 朗^{*1}, John K. EATON^{*2}

Experimental Study of an Embedded Longitudinal Vortex Interacting with a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer (3rd Report, Triple Products and Production Mechanism)

Takaaki SHIZAWA and John K. EATON

The present research is undertaken to further the physical understanding of the behavior of an embedded vortex in a three-dimensional turbulent boundary layer. The vectors of instantaneous transport of turbulent kinetic energy are large above the vortex and in the downwash region, in Case 2. The production terms are mainly contributed to the values of $\bar{v}^2$ and $\bar{w}^2$. Then these profiles show an elliptic shape centered on the peak vorticity point. Both the production and advection terms of turbulent kinetic energy fall rapidly between the first and second measurement stations. In Case 2, a region of high production develops in the upwash region. The contribution of production and advection results in a uniform high value of turbulent kinetic energy in the entire region above the vortex.

Key Words: Vortex, Boundary Layer, Secondary Velocity, Turbulent Flow, Three-Dimensional, Triple Product, Production Mechanism

1. 緒 言

三次元乱流境界層と流れ方向(x 方向)に軸をもつ縦渦の干涉に関する実験的研究を時間平均流の挙動とレイノルズ応力の応答について既報⁽¹⁾⁽²⁾で報告した。

境界層と縦渦の干涉に関するレイノルズ応力分布を含んだ数値解析の最近の報告で, Liandrat ら⁽³⁾は平板上の境界層と縦渦が干涉する流れ場の数値シミュレーションを行い, Mehta-Lim⁽⁴⁾の実験結果と比較している。Arnaud-Russell⁽⁵⁾は渦発生器を用いたはく離の制御は, 縦渦が放出される境界層厚さの影響が大きいと報告した。Zhu ら⁽⁶⁾は渦発生器を用いて熱伝達率を向上させた流路の数値シミュレーションを行い, 流れ場の検証に Pauley-Eaton⁽⁷⁾の実験結果を用い, Fiebig ら⁽⁸⁾は渦発生器の各種形状による流れ場の相違を数値計算している。いずれも時間平均流に対しては満足すべき結果を得ているが, レイノルズ応力を含めた精度のよい結果は得ていない。

そこで, 縦渦の挙動はケース2の場合に特に乱れの

対流と生産の影響が大きいと報告した第2報⁽²⁾に続き, 本研究は, 三次元乱流境界層に埋没する縦渦の挙動を実験的に詳細に明らかにし, 数値シミュレーションの際の計算コードの開発に指針を与えることを目的とする。そこで, 三次のモーメントに注目するとともに, レイノルズ応力生産のメカニズムを明らかにする。

2. 記 号

A_d : 対流項

D_f : 拡散項

H : 形状係数 $= \delta_1/\theta$

k : 曲率半径 m^{-1}

P_r : 生産項

q^2 : 乱流運動エネルギー

Re_θ : 運動量厚さを代表長さとしたレイノルズ数
S1-S5: 測定断面1~5(第1報⁽¹⁾)

U_q, V_q, W_q : 乱流運動エネルギー輸送速度

$$U_q = (\overline{u^3} + \overline{u^2v} + \overline{uw^2})/q^2$$

$$V_q = (\overline{u^2v} + \overline{v^3})/(\overline{u^2} + \overline{v^2})$$

$$W_q = (\overline{u^2w} + \overline{w^3})/(\overline{u^2} + \overline{w^2})$$

U, V, W : x, y, z 方向の時間平均速度

u, v, w : x, y, z 方向の変動速度

* 原稿受付 平成4年6月17日。

^{*1} 正員, 東京理科大学工学部(〒162 東京都新宿区神楽坂1-3)。

^{*2} Stanford Univ. Thermosciences Division, Mech. Engng. Dept. (Stanford, CA. 94305-3030, USA)。

x, y, z : 座標系 (第1報⁽¹⁾ 参照)

δ_1 : 排除厚さ

δ_{99} : 境界層厚さ

θ : 運動量厚さ

ν_t : 渦動粘度 $= -\overline{uv}/(\partial U/\partial y)$

ν_q : 乱流運動エネルギーのこう配拡散係数
 $= (\overline{u^2v} + \overline{v^3} + \overline{vw^2}) / \{(1/2)\partial q^2/\partial y\}$

ν_T : レイノルズ主応力のこう配拡散係数
 $= (\overline{uv^2}) / (\partial \overline{uv}/\partial y)$

Ω_x : 流れ方向の平均渦度 $= \partial W/\partial y - \partial V/\partial z$

添字

e : 境界層外縁

3. 三次のモーメント

三次元乱流境界層と縦渦が干涉する流れ場の乱流モデルに渦動粘度を使用する場合、縦渦の中心近傍で速度こう配 $\partial U/\partial y$ とせん断応力 $-\overline{uv}$ の方向が異なる。そこで、渦動粘度は複雑な分布となり、この領域の予測は十分でない。しかし、中心近傍以外はいずれのケースもほぼ一定の値を S1 と S2 でもち、この領域では乱流モデルとして使用が可能である。S3 より下流での渦動粘度分布は複雑となり、特に、ケース2の分布は特異であることを Shizawa-Eaton⁽⁹⁾ が報告した。

三次のモーメントはレイノルズ応力の乱れによる輸送としてとらえられる。通常この量は乱流運動エネルギーの拡散にこう配拡散のモデルが適用できる場合に用いられ、次のように定義される。

$$U_q = \frac{\overline{u^3} + \overline{u^2v} + \overline{uw^2}}{q^2}$$

$$V_q = \frac{\overline{u^2v} + \overline{v^3} + \overline{vw^2}}{q^2} = \frac{\overline{u^2v} + \overline{v^3}}{\overline{u^2} + \overline{v^2}}$$

$$W_q = \frac{\overline{u^2w} + \overline{v^2w} + \overline{w^3}}{q^2} = \frac{\overline{u^2w} + \overline{w^3}}{\overline{u^2} + \overline{w^2}} \dots\dots\dots (1)$$

y と z 方向の乱流輸送速度をベクトル線図として図1(a), (b)に乱流運動エネルギー分布と比較して示す。本研究では三次のモーメント $\overline{v^2w}$ と $\overline{vw^2}$ は計測していないので乱流輸送速度の計算から除外する。そこで、本結果は乱れによる輸送を定性的に示す。図1中の(+)印は縦渦の中心で、流れ方向の平均渦度が極値を示す。乱流輸送速度ベクトルはいずれの測定断面でもおおむね運動エネルギーのこう配の方向と一致している。しかし、S1とS2で縦渦の中心付近の乱流運動エネルギーが大きな値とこう配をもつ領域での乱流輸送速度は小さく、縦渦の上側で大きな値をもつ。S3より下流でも壁面から離れた縦渦の上側で正のY方向速度が大きい。図1(b)に示すケース2の乱流運動エネルギーの乱流輸送速度は、ケース1と同様に縦渦の中心近傍が小さいが、縦渦の上側から吹下げ側で大きな値をもつ。縦渦の吹下げ側の乱流輸送速度ベクトルの方向は z 軸とほぼ平行である。ケース1ではこの傾向はみられず、ケース2では縦渦の吹下げ側で、正の z 方向へ乱れによる乱流運動エネルギーの拡散が期待される。二次元乱流境界層のS1で乱流輸送は時間平均速度の約3%である。S2下流の三次元乱流境界層で、ケース1は変化しないが、ケース2は約5%に増加する。

(a) ケース1

(b) ケース2

図1 乱流運動エネルギーの乱流輸送速度

乱流運動エネルギーの拡散のモデルとして式(2)に示すよう配拡散係数を用いる。

$$\nu_q = (\overline{u^2 v} + \overline{v^3} + \overline{vw^2}) / \frac{\partial(q^2/2)}{\partial y} \quad \dots\dots\dots(2)$$

しかし、本研究では係数を構成するすべての項を測定していないので、次式を用いる。

$$\nu_q = (\overline{u^2 v} + \overline{v^3}) / \frac{\partial(\overline{u^2 + v^2})}{\partial y} \quad \dots\dots\dots(3)$$

ケース2のこの配拡散係数を図2に示す。破線は境界層厚さ分布を示し、実線は正の値、点線は負の値をもつ。S1の縦渦の中心近傍では複雑な分布を示すが、それ以外の領域では変化が小さい。しかし、S2より下流では複雑な分布を示し、特に、負の値をもつ領域が渦を取り囲み、この種の流れ場にこの配拡散のモデルを用いる場合の限界を示す。これは乱流運動エネルギーのこの配分布が渦発生器の下流で“零”を繰返しもつためである。

乱流主せん断応力のこの配拡散モデル

$$\nu_T = -\overline{uv^2} / \frac{\partial(-\overline{uv})}{\partial y} \quad \dots\dots\dots(4)$$

も同様に複雑な分布を示し、この種の流れ場にこの配拡散モデルを用いるのは困難である。

4. レイノルズ応力生産のメカニズム

著者らはレイノルズ応力の対流と生産が縦渦の挙動に支配的で、乱流拡散の影響は縦渦の上側を除いて比較的小さいことを示した。そこで、レイノルズ応力輸送方程式の生産項に注目し、縦渦の挙動をレイノルズ

応力生産のメカニズムから明らかにする。

4.1 $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$ の生産と q^2 平衡

レイノルズ垂直応力 $\overline{v^2}$ と $\overline{w^2}$ 分布は、第2報⁽²⁾で示したようにS1とS2で縦渦を中心とした円形の領域で大きな値をもち、その軸は z 方向に傾いている。軸の傾きは同じケースの場合は $\overline{v^2}$ と $\overline{w^2}$ でそれぞれ異なり、同じ応力ではケース1とケース2で異なる。すなわち、 $\overline{v^2}$ 分布の軸はケース1の場合、 z 軸の正の方向、ケース2では負の方向に傾く。一方、 $\overline{w^2}$ 分布の軸はケース1では負の方向、ケース2では正の方向に傾く。

ここで、レイノルズ応力の生産項は速度こう配とレイノルズ応力の積で表せる。直交曲線座標系を用いたレイノルズ応力輸送方程式に現れる生産項と速度こう配の関係をレイノルズ応力生産のメカニズム⁽¹⁰⁾として図3に示す。 k は流線曲率を示すが、流線曲率の影響は小さく⁽⁹⁾ 零である。矢印“先”の(○)印内のレイノルズ応力の生産項は、矢印“元”のレイノルズ応力に矢印“上”の速度こう配を乗じた項の和から成り立つ。

レイノルズ垂直応力 $\overline{v^2}$ と $\overline{w^2}$ の生産項で縦渦により生ずる支配的な項は図3よりそれぞれ次の項である。二次元乱流境界層ではレイノルズせん断応力 $-\overline{vw}$ は“零”のため第1項の寄与が、そして、流れ場が三次元性を伴う場合は第2項の寄与がある。

流れ場： 二次元 三次元

$$\overline{v^2} \text{ の生産項} : -\overline{v^2} \frac{\partial V}{\partial y}, -\overline{vw} \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\overline{w^2} \text{ の生産項} : -\overline{w^2} \frac{\partial W}{\partial z}, -\overline{vw} \frac{\partial W}{\partial y}$$

$\overline{w^2}$ 生産のメカニズムを明らかにするために、二次元境界層に埋没した縦渦の速度こう配を図式化する。縦渦を8分割して下流にみた速度こう配 $\partial W / \partial z$ が正(+)および負(-)の値をもつ領域を図4に示す。内側

図2 こう配拡散係数(ケース2)
[等値線 $\nu_q / \partial_{99} U_e$ の間隔: ± 0.002]

図3 レイノルズ応力生産のメカニズム

の円内に領域の番号, 次の円に縦渦の速度こう配の正負を, 外側の円は縦渦の外縁での速度こう配を示す。

$\overline{w^2}$ の生産項の寄与を図5に示す。図5中(P)は正の寄与を示し, (N)は負の寄与を示す。縦渦の吹上げ側の領域1, 2および吹下げ側の5, 6で正の寄与が期待される。一方, 領域3, 4, 7および領域8では負の寄与が考えられる。そこで, $\overline{w^2}$ は領域1, 2, 5と領域6で他の領域と比較して大きな値を示すことが予想され, 渦発生器の下流で円形を示すとともに, その軸はケース1の場合はZ軸の負, ケース2の場合は正の方向へ傾く。

縦渦により流れ場は三次元性を伴い, $-\overline{vw}$ が値をもち, 速度こう配 $\partial W/\partial y$ とともに第2項の影響が考えられる。また, 三次元境界層に伴う速度こう配は $\partial W/\partial y$ で, この速度こう配は壁面近傍の狭い領域で大きな“正”の値をとり, 境界層後流の広い領域で小さ

な“負”の値をもつ。図6に示すように渦発生器下流で $\partial W/\partial y$ は三次元境界層後流の速度こう配 $\partial W/\partial y$ とケース1では同符号だが, ケース2では異符号である。この速度こう配は図3よりレイノルズ応力 $\overline{w^2}$ のほかに $-\overline{uw}$ と $-\overline{vw}$ の生産に寄与する。 $-\overline{vw}$ 分布は定性的に図11(a), (b)に示す分布となるため, 縦渦による流れ場の三次元性に伴う $\overline{w^2}$ 生産の寄与はケース1, 2で同じである。しかし, 三次元乱流境界層に伴う $\overline{w^2}$ 生産に, ケース1の場合は正に, ケース2の

図4 速度こう配 $\partial W/\partial z$ の模式図

図5 $\overline{w^2}$ の生産項の寄与の模式図

図6 速度こう配 $\partial W/\partial y$ の模式図

(a) ケース1

[等値線 $P_r/(U_e^3/\delta_{99})$ の間隔: ± 0.0005]

(b) ケース2

[等値線 $P_r/(U_e^3/\delta_{99})$ の間隔: ± 0.0005]

図7 $\overline{w^2}$ の生産項

場合は負に寄与する。

図7(a), (b)に実験データを用いて算出したケース1, 2のレイノルズ垂直応力 $\overline{w^2}$ の生産項を示す。実線は正の生産を、点線は負の生産を示す。S1とS2では予測結果と同じ領域で応力の生産が確認できる。S2で急に値は小さくなるが、S3より下流の変化は、ケース1ではS5まで円形分布の軸に沿って正の生産が認められる。一方、ケース2では縦渦の中心近傍で $\overline{w^2}$ の生産は下流では期待できず、上述の考察を裏付

けている。吹上げ側にみられる $\overline{w^2}$ の大きな生産は、はく離領域(y - z 断面の速度ベクトルが壁面から離れる方向に向かう⁽¹⁾)に沿う速度こう配 $\partial W/\partial y$ に伴う結果である。図8にケース2の $\overline{v^2}$ の生産項分布も同様の予測ができるが、この場合は逆に $\overline{v^2}$ の生産の影響が下流まで認められる。

図9(a), (b)と(c)にケース2の乱流運動エネルギーの対流、生産と拡散項を示す。比較を簡単にするために等値線の間隔はいずれも同じである。対流項は

図8 $\overline{v^2}$ の生産項(ケース2)
[等値線 $P_v / (U_e^3 / \delta_{99})$ の間隔: ± 0.0005]

(b) q^2 の生産項(ケース2)
[等値線 $P_q / (U_e^3 / \delta_{99})$ の間隔: ± 0.0005]

(a) q^2 の対流項(ケース2)
[等値線 $A_q / (U_e^3 / \delta_{99})$ の間隔: ± 0.0005]

(c) q^2 の拡散項(ケース2)
[等値線 $D_q / (U_e^3 / \delta_{99})$ の間隔: ± 0.0005]

図9 乱流運動エネルギーの平衡

S1で縦渦の下側とはく離領域で大きな値をもつ。S2で小さくなり、S3より下流では縦渦の吹下げ側とはく離領域で大きな対流の寄与が期待できる。生産項分布はS1とS2で縦渦の上側と吹下げ側で大きな値をもつ。そして、S3より下流ではとはく離領域と吹上げ側で大きな値をもつ。拡散項はいずれの断面でも際だって大きな値をもたないが、縦渦の上側から吹下げ側の主流近傍で正の値をもち、図1(b)に示す縦渦の大きな拡散速度がみられる位置と対応する。

4・2 $-\overline{vw}$ の生産 通常、 $-\overline{vw}$ は零もしくは $-\overline{uv}$ と比較して無視できる程度に小さい。しかし、三次元乱流境界層や、流れが三次元性を示す場合は重要となる。例えば、航空機の後退翼の負圧面上の流れにみられる三次元乱流境界層では、胴体に沿って座標軸を採ると、流れ方向の時間平均流は翼面に沿ってスパン方向にねじれ、翼端に向かうことから、 z 方向の速度分布をもつ。したがって、主たるレイノルズせん断応力 $-\overline{uv}$ の軸が回転して $-\overline{vw}$ に変換される。レイノルズせん断 $-\overline{vw}$ 輸送方程式の主たる生産項は、図3より

$$\overline{v^2} \cdot \partial W / \partial y \text{ と } \overline{w^2} \cdot \partial V / \partial z$$

である。4・1節の場合と同様に速度こう配を仮定して得たレイノルズ応力 $-\overline{vw}$ 生産の寄与を図10に示す。図10中(O)は生産の寄与が期待できない領域である。縦渦の中心領域はほぼ均質乱流であるため⁽²⁾、縦渦の外縁部で生産の寄与が大きい。 $-\overline{vw}$ 分布は、正の生産が期待される領域では正の、負の生産が期待される領域では負の値をとる。すなわち、ケース1では縦渦の下側と上側で正の値、吹上げおよび吹下げ側で負の値をもち、縦渦を中心とした十字形に分布する。逆に、ケース2では縦渦の下側と上側で負の、吹上げ、および吹下げ側では正の値をとる十字形の分布となる。三次元境界層後流では $\partial W / \partial y$ が負のため、 $-\overline{vw}$ の生産に負の寄与をする。そこで、渦発生器の下流で $-\overline{uv}$ が負の値をもつ領域が支配的となる。

図11(a), (b)に測定データを用いて算出したレイ

図10 $-\overline{vw}$ の生産項の寄与の模式図

ノルズ応力 $-\overline{vw}$ の生産項を示す。二次元乱流境界層であるS1の $-\overline{vw}$ の生産項分布はPauley-Eaton⁽¹¹⁾の $-\overline{vw}$ 分布の測定結果と定性的に一致する。ケース1の $-\overline{vw}$ の生産項はS3まで減少し、S4より下流では負の生産が支配的であるが、その値は小さい。ケース2のS1で、ケース1の結果で正の領域と負の領域を交換した分布となり、予測結果と一致する。とはく離領域で速度こう配 $\partial W / \partial y$ が大きな値をもつため、S5で縦渦の下側に負の、吹上げ側に正の領域が観察

(a) ケース1
[等値線 $P_r / (U_e^3 / \delta_{99})$ の間隔: ± 0.0005]

(b) ケース2
[等値線 $P_r / (U_e^3 / \delta_{99})$ の間隔: ± 0.0005]

図11 $\overline{vw}$ の生産項

される。

5. 結 論

縦渦と三次元乱流境界層が干渉する流れ場の三次のモーメントとレイノルズ応力生産のメカニズムから、縦渦の挙動を明らかにする目的で本研究を遂行した結果、以下の結論を得た。

(1) 乱流運動エネルギー輸送速度ベクトルの方向は運動エネルギーのこう配の方向とおおむね一致するが、縦渦の中心付近で輸送速度は小さい。ケース2では縦渦の上側から吹下げ側で輸送速度は大きく、縦渦の上側のみで大きいケース1とは異なる。

(2) レイノルズ応力 $\overline{v^2}$ と $\overline{w^2}$ 分布の挙動は、レイノルズ応力輸送方程式の生産項の寄与が大きい。レイノルズ応力生産のメカニズムを用い、 $\overline{v^2}$ および $\overline{w^2}$ 分布が渦発生器の下流の領域でだ円形を示すとともに、だ円形の軸が各ケースで z 軸の異なる方向に傾く様相を解明した。

(3) ケース2の乱流運動エネルギー分布は、S3より下流では縦渦の吹下げ側と二次流れのはく離領域で

対流項の影響が大きい。生産項は縦渦の吹上げ側とはく離領域での寄与が大きく、拡散項は縦渦の上側から吹下げ側に寄与がみられる。

(4) レイノルズせん断応力 $-\overline{vw}$ の生産項分布は $-\overline{vw}$ 分布と定性的に一致する。

文 献

- (1) 志沢・Eaton, J. K., 機論, 59-565, B(1993), 2735.
- (2) 志沢・Eaton, J. K., 機論, 59-565, B(1993), 2742.
- (3) Liandrat, J., Aupoxi, B. and Cousteix, J., *Turbulent Shear Flows*, 5(1987), 253, Springer-Verlag.
- (4) Mehta, R. D. and Lim, T. T., *NASA TM*, 86656(1984).
- (5) Arnaud, G. L. and Russell, D. A., *AIAA Paper*, 91-0723 (1991).
- (6) Zhu, J. X., Mitra, N. K. and Fiebig, M., *Proc. 8th Symp. Turbulent Shear Flows*, (1991), 17-2.
- (7) Pauley, W. R. and Eaton, J. K., *AIAA J.*, 26-7(1988), 816.
- (8) Fiebig, M., Zhu, J. X. and Mitra, N. K., *Proc. 8th Symp. Turbulent Shear Flows*, (1991), 17-3.
- (9) Shizawa, T. and Eaton, J. K., *AIAA J.*, 30-1(1992), 49.
- (10) Shizawa, T. and Honami, S., *Proc. 5th Symp. Turbulent Shear Flows*, (1985), 25-18.
- (11) Pauley, W. R. and Eaton, J. K., Ph. D Thesis, Stanford Univ. Rep., MD-52(1988).