流線の曲率効果を包含した圧力ひずみ相関モデルと 旋回乱流減衰過程の予測*

(第2報, 長い円管内での旋回乱流減衰過程の数値予測)

平井 秀一郎^{*1}, 高 城 敏 美^{*2}, 高 田 正 彦^{*3}

Pressure-Strain-Rate Model Including Effect of Streamline Curvature and Prediction of Turbulent Swirling Pipe Flow (2nd Report, Numerical Prediction of Turbulent Decaying Swirling Flow in a Long Pipe)

Shuichiro HIRAI, Toshimi TAKAGI and Masahiko TAKADA

Numerical predictions employing three types of stress equation models, which are those of Launder et al., Gibson-Younis and the authors' are conducted and compared with an experiment of turbulent decaying swirling flow in a long circular pipe. The accuracy of the prediction with the authors' model is demonstrated as compared with those of Launder et al. and Gibson-Younis. Characteristic momentum transport induced by swirl is interpreted with respect to the interaction between production and pressure-strain-rate terms. In particular, it is stressed that it is important to consider the effect of isotropization on source-like terms which appear in convection terms.

Key Words: Computational Fluid Dynamics, Swirling Flow, Turbulent Flow

1. ま え が き

旋回乱流場での流動特性や運動量輸送を数値予測することは, 旋回を伴う流体機械や燃焼器等で重要である。また, 旋回流は, その形態により乱流輸送を抑制する場合⁽¹⁾ や, 逆に促進作用をもつ場合があり, これらの旋回による複雑な乱流輸送現象を精度よく予測できる計算手法を確立することは工学的に肝要であると考えられる。

旋回乱流は, 2 方程式乱流モデルでは流動や混合を予測することが困難な場合が多く⁽²⁾⁽³⁾, 著者らはいくつかの基礎的な旋回乱流場において応力方程式モデルが旋回乱流における特徴的な流動特性や運動量輸送の予測に有効であることを示している^{(2)~(4)}。また, 特にこれらの現象が生じる原因について検討し, 旋回により生じる応力輸送方程式中の生成項やレイノルズ応力の非等方性が流動に大きな影響を及ぼしていることを明らかにしている^{(2)~(4)}。これらの応力方程式モデルの計算は, 古典的な Launder-Reece-Rodi によるもの

(以下 LRR モデル)⁽⁵⁾ を用いている。

一方, Launder-Morse は旋回噴流の流動特性は LRR モデルでは予測できないこと, その原因は応力輸送方程式中の圧力ひずみ相関項のモデル化に問題があることを指摘している⁽⁶⁾。このように LRR モデルは, 計算が対象とする旋回乱流場の形態により予測できる場合とできない場合がある。後者の場合, 特に圧力ひずみ相関項のモデルが重要なものになると考えられる。

Gibson-Younis は, Launder-Morse の指摘に対してその後, 流線の曲率効果を含んだ応力モデルを構築し(以下 GY モデル), このモデルが旋回噴流に対してよい予測を与えることを示している⁽⁷⁾。

著者らもまた前報において流線の曲率効果をくみこんだ圧力ひずみ相関項のモデリングについての研究を行った⁽⁸⁾。応力輸送方程式の対流項中に生じる生成項的な働きをもつ項に対してその生成を等方化する効果を圧力ひずみ相関項に付加した物理反変速度で表現されたモデルを提示し(以下 HTT モデル), 流線の曲率効果以外にも LRR モデルで用いられている基礎的な三つの条件を同時に満足することができることを示した。

本研究においては, 長い静止円管内旋回乱流の減衰

* 原稿受付 平成5年2月1日。

*¹ 正員, 東京工業大学炭素循環素材研究センター(〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1) [元: 大阪大学工学部]。

*² 正員, 大阪大学工学部(〒565 吹田市山田丘 2-1)。

*³ 大阪大学工学部学生 [現: SONY(株)]。

過程について HTT モデル, GY モデルおよび LRR モデルの 3 種類の応力方程式モデルを適用して数値解析を行い, 実験で得られている傾向を予測できるかどうか比較検討する。また, 運動量輸送と旋回流れの関連について詳細な考察を行い, 対流項中の生成項的な働きをもつ旋回速度を含む項により生じる効果を緩和する作用を圧力ひずみ相関項に含めることが旋回乱流の数値予測に重要であることを示す。

2. 解 析

2・1 基礎式および応力方程式モデル 解析は直円管内旋回乱流場を対象とする。流れは定常, 軸対称であり, 旋回の影響による逆流はなく境界層近似が可能であるとする。乱流モデルはレイノルズ応力の輸送方程式モデル⁽⁵⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾を適用する。

基礎式は時間平均した質量および軸方向, 周方向, 半径方向の運動量の保存式であり, 境界層近似をしたものを無次元化して式(1)~(4)に示す。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV) + \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{uv}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{VW}{r} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \overline{vw}) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial r} \overline{v^2} + \frac{1}{r} (W^2 + \overline{w^2} - \overline{v^2}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(2)~(4)では分子粘性項は, レイノルズ応力項に比べて小さいとして省略してある。無次元化には代表速度として管断面の平均流速, 代表長さとして管の半径を用いている。以下に示す物理量は無次元量である。ここで, x, r : 軸方向, 半径方向座標, U, V, W : 軸方向, 半径方向, 周方向時間平均流速, u, v, w : 軸方向, 半径方向, 周方向流速の U, V, W からの変動成分, P : 時間平均圧力であり, $-$ は通常の時間平均を意味する。式(2)~(4)にあらわれる流速変動の相関項を算出するために, それらを変数とした輸送方程式を用いるのが応力モデルである。ナビエ・ストークスの運動量保存式より導かれる流速変動の相関 $\overline{u^{(i)} u^{(j)}}$ の輸送方程式を物理反変速度成分を用いて記述すると次式となる。

$$\begin{aligned} U^{(i)} \nabla_{(i)} \overline{u^{(i)} u^{(j)}} = & \underbrace{-\left(\overline{u^{(i)} u^{(j)}} \nabla_{(i)} U^{(i)} + \overline{u^{(i)} u^{(i)}} \nabla_{(i)} U^{(j)} \right)}_{P^{(ij)}} \\ & + \underbrace{p \left(g^{(ii)} \nabla_{(i)} U^{(j)} + g^{(jj)} \nabla_{(i)} U^{(i)} \right)}_{PS^{(ij)}} \end{aligned}$$

$$+ D^{(ij)} + VD^{(ij)} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで, $U^{(i)}, u^{(i)}$: 物理反変成分で表された時間平均流速ならびに瞬時流速の $U^{(i)}$ からの変動成分, p : 圧力の変動成分である。 $g^{(ij)}$ ならびに $\nabla_{(i)}$ については前報⁽⁶⁾ならびに文献(9)を参照されたい。左辺の対流項および右辺の生成項 $P^{(ij)}$ は, 算出可能な形からなるためモデル化する必要がない。圧力ひずみ相関 $PS^{(ij)}$ については, LRR モデル⁽⁵⁾⁽⁶⁾, GY モデル⁽⁷⁾ および HTT モデル⁽⁸⁾ の 3 種類のモデルを用いる。三つのモデルは, 式(6)により記述される。

$$\begin{aligned} PS^{(ij)} = & -C_1 \epsilon / k \left(\overline{u^{(i)} u^{(j)}} - \frac{2}{3} g^{(ij)} k \right) \\ & - C_2 \left(P^{(ij)} - \frac{2}{3} g^{(ij)} P_{kk} \right) \\ & - C_2 \left\{ -U^{(i)} \overline{u^{(m)} u^{(j)}} \left(\frac{i}{ml} \right) - U^{(i)} \overline{u^{(i)} u^{(m)}} \left(\frac{j}{ml} \right) \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(6)中の実験定数は, 3 種類のモデルにより次のように定めてある。

$$(C_1, C_2, C_3) = \begin{cases} (1.5, 0.6, 0.0) & \text{(LRR model)} \\ (3.0, 0.3, 0.0) & \text{(GY model)} \\ (1.8, 0.6, 0.6) & \text{(HTT model)} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (7)$$

式(5)の拡散項 $D^{(ij)}$ および消散項 $VD^{(ij)}$ もモデル化する必要があり, 拡散項 $D^{(ij)}$ については, 圧力拡散項および粘性拡散項は流速変動の三重相関項を含む速度拡散項に比べて小さいとして省略し, 三重相関項は Daly-Harlow⁽¹⁰⁾ によるモデルを三つのモデルとも共通して使用した。Daly-Harlow のモデルの実験定数は 0.22 とした⁽⁶⁾。

消散項 $VD^{(ij)}$ は, 局所等方性消散を仮定し, $VD^{(ij)} = -2/3 \epsilon$ の近似を用い, 乱れの運動エネルギーの消散速度 ϵ はモデル化した輸送方程式⁽⁵⁾⁽⁷⁾より求めた。

上述のモデルを代入した流速変動の相関ならびに乱れエネルギーの消散速度 ϵ の輸送方程式を円管内乱流に適用するために, 座標変換により円筒座標で表すと以下に示される 7 個 $(\overline{u^2}, \overline{v^2}, \overline{w^2}, \overline{uv}, \overline{vw}, \overline{uw}, \epsilon)$ の輸送方程式となる。ただし, 以下の式においても境界層近似を適用し, 拡散項は D_{if} の形で省略して記述されている。

$$\begin{aligned} U \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} + V \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial r} = & -2 \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial r} \\ & - C_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\overline{u^2} - \frac{2}{3} k \right) - C_2 \left(-2 \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{2}{3} P_{kk} \right) \\ & + D_{if, \overline{u^2}} - \frac{2}{3} \epsilon \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$U \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial x} + V \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial r} - 2 \bar{v} \bar{w} \frac{W}{r} = 2 \bar{v} \bar{w} \frac{W}{r} - C_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\bar{v}^2 - \frac{2}{3} k \right) - C_2 \left(2 \bar{v} \bar{w} \frac{W}{r} - \frac{2}{3} P_{kk} \right) - C_2' \left(2 \bar{v} \bar{w} \frac{W}{r} \right) + D_{if, \bar{v}^2} - \frac{2}{3} \epsilon \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$U \frac{\partial \bar{w}^2}{\partial x} + V \frac{\partial \bar{w}^2}{\partial r} + 2 \bar{v} \bar{w} \frac{W}{r} = -2 \bar{v} \bar{w} \frac{\partial W}{\partial r} - C_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\bar{w}^2 - \frac{2}{3} k \right) - C_2 \left(-2 \bar{v} \bar{w} \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{2}{3} P_{kk} \right) - C_2' \left(-2 \bar{v} \bar{w} \frac{W}{r} \right) + D_{if, \bar{w}^2} - \frac{2}{3} \epsilon \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$U \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial x} + V \frac{\partial \bar{u} \bar{v}}{\partial r} - \bar{u} \bar{w} \frac{W}{r} = -\bar{v}^2 \frac{\partial U}{\partial r} + \bar{u} \bar{w} \frac{W}{r} - C_1 \frac{\epsilon}{k} \bar{u} \bar{v} - C_2 \left(-\bar{v}^2 \frac{\partial U}{\partial r} + \bar{u} \bar{w} \frac{W}{r} \right) - C_2' \left(\bar{u} \bar{w} \frac{W}{r} \right) + D_{if, \bar{u} \bar{v}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$U \frac{\partial \bar{v} \bar{w}}{\partial x} + V \frac{\partial \bar{v} \bar{w}}{\partial r} + (\bar{v}^2 - \bar{w}^2) \frac{W}{r} = -\bar{v}^2 r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W}{r} \right) - (\bar{v}^2 - \bar{w}^2) \frac{W}{r} - C_1 \frac{\epsilon}{k} \bar{v} \bar{w} - C_2 \left\{ -\bar{v}^2 r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W}{r} \right) - (\bar{v}^2 - \bar{w}^2) \frac{W}{r} \right\} - C_2' \left\{ -(\bar{v}^2 - \bar{w}^2) \frac{W}{r} \right\} + D_{if, \bar{v} \bar{w}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$U \frac{\partial \bar{u} \bar{w}}{\partial x} + V \frac{\partial \bar{u} \bar{w}}{\partial r} + \bar{u} \bar{v} \frac{W}{r} = -\bar{u} \bar{v} \frac{\partial W}{\partial r} - \bar{v} \bar{w} \frac{\partial U}{\partial r} - C_1 \frac{\epsilon}{k} \bar{u} \bar{w} - C_2 \left(-\bar{u} \bar{v} \frac{\partial W}{\partial r} - \bar{v} \bar{w} \frac{\partial U}{\partial r} \right) - C_2' \left(-\bar{u} \bar{v} \frac{W}{r} \right) + D_{if, \bar{u} \bar{w}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial r} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon P_{kk}}{k} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{C_{\epsilon}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r k \bar{v}^2}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial r} \right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

上式中の P_{kk} は、乱れエネルギーの生成項で次式で与えられる。

$$P_{kk} = -\bar{u} \bar{v} \frac{\partial U}{\partial r} - \bar{v} \bar{w} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W}{r} \right)$$

また、 ϵ の輸送方程式中の実験定数はそれぞれのモデルにより、以下のものを用いた。

$$(C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, C_{\epsilon 3}) = \begin{cases} (1.45, 1.90, 0.15) & (\text{LRR, HTT model}) \\ (1.40, 1.80, 0.15) & (\text{GY model}) \end{cases}$$

2・2 境界条件および計算法 応力モデルを用いて数値計算するうえで、壁面近傍、中心軸ならびに入口部断面において各従属変数に対して境界条件を与える必要があるが、壁面近傍および中心軸上の境界条件は文献(2)、(3)と同じ条件を用いる。ただし、対象とした実験⁽¹¹⁾は、等価砂直径 $k_s = 0.13 \text{ mm}$ で表される壁面粗さを有し、壁面粗さは旋回速度の減衰に大きな

影響を与えることが知られている⁽¹²⁾。本計算は次式で得られる壁関数⁽¹³⁾を用いる。

$$u^+ = 2.5 \ln \left(\frac{\nu}{k_s u^+} y^+ \right) + A \quad \dots\dots\dots (15)$$

対象とした実験条件⁽¹¹⁾と文献(13)の A と $\log(k_s u^+/\nu)$ の関係より $A = 9.5$ とする。入口条件としては U 、 W は実験値より、 $\bar{u}^2$ 、 $\bar{v}^2$ 、 $\bar{w}^2$ は平坦な分布を、 $\bar{u} \bar{v}$ 、 $\bar{v} \bar{w}$ 、 $\bar{u} \bar{w}$ はそれぞれ壁面近傍の境界値と中心軸上の値(0)を直線で結んだもので与える。また ϵ は乱れエネルギー k の輸送方程式中の生成項と消散項が釣り合うという条件を適用して与える。式(2)中の圧力こう配 $\partial P/\partial x$ は、壁関数より得られる壁面せん断応力と式(4)を用いて求める。数値計算のための差分式への変換は Patanker-Spalding の方法⁽¹⁴⁾に準拠している。格子点の数は半径方向に不等間隔で30点とし、流れ方向のきざみ幅は 0.8 mm とした。方程式は境界層近似したものであるため、上流から下流に向かって逐次数値積分を行う。

3. 予測値と実験値の比較と検討

斉藤らは長い円管内旋回流場における旋回流の減衰過程について調べている⁽¹¹⁾。内径 $D = 129.6 \text{ mm}$ 、長さ 5517 mm の長い静止円管内の入口部に設置した旋回流発生羽根により流れに旋回をかけ、下流において流動特性すなわち軸方向流速および周方向流速の半径方向分布を調べている。長い円管内の旋回流は特徴的な過程を経て減衰するために乱流モデルの旋回流場への適用性を調べるのに適していると思われる。計算は斉藤らの実験の中の Model 2(s)を対象とする。旋回流が円管に流入する位置より管径比で10.03の位置を初期断面とし、3種類の応力方程式モデル(LRRモデル、GYモデルおよびHTTモデル)を用いて計算を行った。

図1に軸方向流速 U について実験値(プロット)と計算値(実線)を $X/D = 13, 30, 50$ の3断面で比較したものを示す。 D は管径で、 X/D は初期断面からの無次元管軸方向距離である。実験値は $X/D = 13, 30, 50$ の3断面においては比較的平坦な分布をしている。LRRモデルを用いた計算値は、 $X/D = 30, 50$ で管中心軸付近で実験値より突出した分布を示し、実験で得られている傾向を予測できない。GYモデルならびにHTTモデルも $X/D = 30, 50$ で実験値に比べて中心軸付近で U を大きめに見積もるが、HTTモデルが実験で得られている傾向を最もよく予測できている。

軸方向流速 U の計算値は、式(2)よりレイノルズ応力 $\bar{u} \bar{v}$ を含む項(右辺第2項)と圧力こう配により加

 図1 軸方向流速 U の計算値と実験値の比較

 図2 速度変動の相関 $\overline{uv}$ の輸送方程式における各項の大きさ

速される効果をもつ項(右辺第1項)との釣合いにより決まる。LRRモデルによるレイノルズ応力 $\overline{uv}$ の計算値は、HTTモデルおよびGYモデルより小さく見積もるため、圧力こう配により加速される効果が $\overline{uv}$ に比べて相対的に大きくなり突出した U の分布になると考えられる。また逆にHTTモデルはLRRモデルおよびGYモデルよりも $\overline{uv}$ を大きく見積もるため、圧力こう配により加速される効果を $\overline{uv}$ により減じられ、軸方向流速の分布について三つのモデルの中で最もよく予測できていると考えられる。

HTTモデルが $\overline{uv}$ を他の二つのモデルより大きく見積もる原因として以下の二つのことが考えられる。一つは後述の旋回速度成分についてHTTモデルが実験の傾向を最もよく予測できるため、 $\overline{uv}$ の輸送方程式中の旋回速度を含む項を介してその効果が表れてくることである。二つめの原因として $\overline{uv}$ の輸送方程式における圧力ひずみ相関項のHTTモデルが他の二つのモデルより $\overline{uv}$ を大きく見積もる効果があるこ

$$\begin{aligned}
 \bigcirc \quad P_{\overline{uv},1} &: -\overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial r} + \overline{uw} \frac{W}{r} \\
 \bullet \quad P_{\overline{uv},2} &: \overline{uw} \frac{W}{r} \\
 \square \quad PS_{\overline{uv},1} &: -C_1 \frac{\epsilon}{k} \overline{uw} - C_2 \left(-\overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial r} + \overline{uw} \frac{W}{r} \right) \\
 \blacksquare \quad PS_{\overline{uv},2} &: -C_2' \left(\overline{uw} \frac{W}{r} \right) \\
 \triangle \quad D_{\overline{uv}} &: \frac{C_s}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{rk}{\epsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial \overline{uv}}{\partial r} - \frac{\overline{vw} \overline{uw}}{r} \right) \right\} \\
 &\quad - \frac{C_s k}{r \epsilon} \left\{ \overline{vw} \frac{\partial \overline{uv}}{\partial r} + \overline{w^2} \frac{\overline{uv}}{r} \right\}
 \end{aligned}$$

とである。 $\overline{uv}$ の輸送方程式中の項は、正の値をとればその項は $\overline{uv}$ を増加させる方向に作用し、逆に負の値をもてば $\overline{uv}$ を減少させる方向に寄与するため、後者の原因については、 $\overline{uv}$ の輸送方程式の各項の符号ならびに大きさを調べることで、HTTモデルにおいて $\overline{uv}$ を大きく見積もる効果がどの項に含まれているかを検討することができると考えられる。

図2にHTTモデルの計算における $\overline{uv}$ の輸送方程式(11)の $X/D=13$ における $U \partial \overline{uv} / \partial x + V \partial \overline{uv} / \partial r$ 以外の各項の大きさの半径方向分布を示す。ただし、式(11)左辺対流項中で生成項的な働きをする項 $-\overline{uw} W/r$ については右辺に移行した形($P_{\overline{uv},2}$)で示してある。また、生成項は対流項中にある生成項的な働きをもつ項 $P_{\overline{uv},2}$ と式(5)の $P^{(ij)}$ で表される生成項 $P_{\overline{uv},1}$ に分けて示してある。また、圧力ひずみ項は、HTTモデルとLRRモデルに共通して含まれる項 $PS_{\overline{uv},1}$ とHTTモデルにしか含まれない項[式(6)右辺の C_2 を含む項] $PS_{\overline{uv},2}$ に分けて示してある。

図3 周方向流速 W の計算値と実験値の比較

対流項中の生成項的な働きをもつ項 $P_{\overline{uw},2}(=\overline{uw} W/r)$ は、大きな負の値をとる。生成項 $P_{\overline{uw},1}(=-\overline{v^2} \partial U/\partial r + \overline{uw} W/r)$ も中心軸付近の領域で小さな負の値をとるが、これは生成項 $P_{\overline{uw},1}$ の第1項 $-\overline{v^2} \partial U/\partial r$ が正の値をとるのに対して第2項 $\overline{uw} W/r$ は $P_{\overline{uw},2}$ と同一で大きな負の値をとるためと考えられる。生成項 $P_{\overline{uw},1}$ および $P_{\overline{uw},2}$ は、共に中心軸付近で負の値をもち $\overline{uw}$ を減少させる方向にしか作用しない。 $PS_{\overline{uw},1}$ および拡散項 $D_{\overline{uw}}$ は、共に中心軸付近で正の値をもち、 $\overline{uw}$ を増加させる働きがあるが、これらの項は LRR モデルにも含まれており、HTT モデルと LRR モデルはほとんど同じ実験定数を $PS_{\overline{uw},1}$ と $D_{\overline{uw}}$ に用いている。ところが HTT モデルにおいて、対流項中の生成項的な働きをもつ項 $P_{\overline{uw},2}(=\overline{uw} W/r)$ の効果を減じる作用をもつ $PS_{\overline{uw},2}(=-C_2 \overline{uw} W/r)$ は正の値をもち、 $\overline{uw}$ を増加させる働きがある。またこの項は、LRR モデルには含まれていない。これらの考察により、HTT モデルが LRR モデルより $\overline{uw}$ を大きく見積もり、比較的平坦な U の分布を予測できるのは $PS_{\overline{uw},2}(=-C_2 \overline{uw} W/r)$ の項のもつ効果が大きいためであり、 $\overline{uw}$ の輸送方程式の対流項中の生成項的な働きをする項に対して、その効果を減ずる働きをもつ項を圧力ひずみ相関項に加えることが重要であると考えられる。

今述べたように、生成項 $P_{\overline{uw},2}(=\overline{uw} W/r)$ に対する圧力ひずみ項 $PS_{\overline{uw},2}(=-C_2 \overline{uw} W/r)$ の効果は重要で、旋回乱流場の流動特性に大きな影響を与えるが、これら二つの項と同一のものがそれぞれ $P_{\overline{uw},1}$ 中の第2項および $PS_{\overline{uw},1}$ 中の第3項にも含まれている。これら四つの項に含まれる $\overline{uw}$ が、 $\overline{uw}$ と逆符号、すなわち負の値をとる原因について、 $\overline{uw}$ の輸送方程式の各項の符号と大きさを検討した。その結果、 $\overline{uw}$ の輸送方程式中の左辺対流項にある生成項的な働きをもつ項 $-\overline{uw} W/r$ (右辺に移した形) が大きな負の値をもち、 $\overline{uw}$ を負の値にすることに最も大きく寄与してい

ることが明らかになった。

図3に周方向流速 W の実験値と計算値の比較を示す。実験値は $X/D=0$ では、管中心部では剛体渦的分布、周辺部で自由渦的分布を示しているが、 $X/D=13$ では管中心部近くで剛体渦的分布、周辺部では定速度分布になり、 $X/D=30, 50$ では管断面全体にわたって剛体渦的分布に推移する。

LRR モデルを用いた計算は、 $X/D=30, 50$ の下流域でも剛体渦と自由渦からなるランキン渦の分布を維持しており、実験で得られている傾向を予測できていない。GY モデルを用いた計算は、 $X/D=13$ で管中心部近くで剛体渦的分布、周辺部では定速度分布となる実験の傾向を比較的よく予測できるが、 $X/D=30, 50$ で実験値が剛体渦的分布に推移するのに対して、周辺部で一定速度となる形態を維持し、実験の傾向を予測できない。HTT モデルを用いた計算は $X/D=30$ の断面で管中心部近くの周方向速度分布をいくぶん実験値より大きく見積もるものの、ランキン渦分布 ($X/D=0$) から剛体渦と一定速度分布 ($X/D=13$)、さらに管断面全体での剛体渦的分布 ($X/D=30, 50$) に推移する減衰過程をよく予測できている。

計算値の周方向流速 W の分布は、式(3)よりレイノルズ応力 $\overline{uw}$ により規定される。HTT モデルは LRR モデルおよび GY モデルよりも周方向流速の減衰が大きく、実験で得られる傾向をよく予測できるが、これは HTT モデルが LRR モデルおよび GY モデルよりレイノルズ応力 $\overline{uw}$ による周方向運動量の管壁方向への輸送を大きく見積もるためであると考えられる。また $\overline{vw}$ の大きさは、 $\overline{vw}$ の輸送方程式中の項により影響され、 $\overline{vw}$ の輸送方程式中の正の値をもつ項は $\overline{vw}$ を増加させ、周方向運動量の管壁方向への輸送を促進するため周方向流速 W をを剛体渦分布に推移させようと働くのに対して、輸送方程式中の負の値をもつ項は、 $\overline{vw}$ を減少させ周方向運動量を管中心軸方向へ輸送し W のランキン渦の分布を維持しようとする

 図 4 速度変動の相関 $\overline{vw}$ の輸送方程式における各項の大きさ

効果をもつ。HTT モデルにおいて、どの項に $\overline{vw}$ を大きくする効果が含まれているかについて LRR モデルとの相違に着目して、考察を行う。

図 4 に HTT モデルの計算における $\overline{vw}$ の輸送方程式(12)の $U \partial \overline{vw} / \partial x + V \partial \overline{vw} / \partial r$ 以外の各項の大きさの $X/D=13$ における半径方向分布を示す。 $\overline{vw}$ の輸送方程式中の項の表示方法は、 $\overline{uv}$ の場合と同様である。対流項中の生成項 $P_{\overline{uv},2}$ および圧力ひずみ項 $PS_{\overline{uv},1}$ は共に負、生成項 $P_{\overline{uv},1}$ は正の値をとり、それぞれ周方向運動量を管中心軸方向および管壁方向に輸送する効果をもつ。これらの項 $P_{\overline{uv},1}$, $P_{\overline{uv},2}$, $PS_{\overline{uv},1}$ は、LRR モデルにも含まれており、またこれらの項に用いられている実験定数も LRR モデルとほとんど同じである。拡散項 $D_{\overline{uv}}$ は、他の項に比べて値が小さく、その効果は無視できる。ところが対流項中の生成項に対して、その生成を等方化する効果をもつ $PS_{\overline{uv},2}[-C_2' \{-(\overline{v^2} - \overline{w^2}) W/r\}]$ は正の値をもち、 $\overline{vw}$ を増加させ周方向運動量の管壁方向への輸送を促進する効果をもつ。また、この項は LRR モデルには含まれていない。これらの考察により、HTT モデルが他のモデルより $\overline{vw}$ を大きく見積もり、旋回方向の運動量の減衰について実験で得られている傾向を予測できるのは、対流項中の生成項 $P_{\overline{uv},2}[-(\overline{v^2} - \overline{w^2}) W/r]$ の効果を減少させ、 $\overline{vw}$ を増加させる働きをもつ項 $PS_{\overline{uv},2}[-C_2' \{-(\overline{v^2} - \overline{w^2}) W/r\}]$ のもつ効果が大きいことが原因の一つとして考えられる。

HTT モデルにおいて $\overline{vw}$ を LRR モデルより大きく見積もる原因についてさらに詳細な考察を加える。実験で得られている周方向流速 W の分布を予測するには、 W を規定する $\overline{vw}$ の輸送方程式対流項中の生

成項 $P_{\overline{uv},2}[-(\overline{v^2} - \overline{w^2}) W/r]$ の作用を減少させる効果のある圧力ひずみ項 $PS_{\overline{uv},2}[-C_2' \{-(\overline{v^2} - \overline{w^2}) W/r\}]$ の効果が重要であると考えられるが、これらの二つの項と同一のものがそれぞれ $P_{\overline{uv},1}$ の第 2 項および圧力ひずみ相関項 $PS_{\overline{uv},1}$ の第 3 項にも含まれている。これら四つの項の和 $-(2 - C_2 - C_2')(\overline{v^2} - \overline{w^2}) W/r$ は $\overline{vw}$ の輸送方程式の中で負の値をとり、 $\overline{vw}$ を減少させる方向に作用し、前述の HTT モデルと LRR モデルの間で $\overline{vw}$ の大きさに差が生じるのはこの項中の係数の関係からこの項の負の大きさが異なることを指摘した。すなわち、LRR モデルでは係数 C_2' が零であるため、この項により $\overline{vw}$ を減少させる効果が大きくなり、 W の実験値を予測できないと考えられる。しかしながら、この項の大きさには半径方向と周方向の速度変動の相関 $\overline{v^2}$ と $\overline{w^2}$ の差 $(\overline{v^2} - \overline{w^2})$ も大きく影響し、 $(\overline{v^2} - \overline{w^2})$ も HTT モデルと LRR モデルでは $\overline{v^2}$ および $\overline{w^2}$ の輸送方程式(9), (10)の圧力ひずみ相関項が異なるため、その大きさが異なることが考えられ、以下このことも含めて、HTT モデルにおいて旋回流れが $\overline{v^2}$ ならびに $\overline{w^2}$ へどのように影響を及ぼしているかについて考察を行う。

まずはじめに、本計算が対象とする旋回流れでは管断面のほとんどの領域で $\overline{v^2}$ が $\overline{w^2}$ より大きくなるが、これは旋回を伴わない発達した円管内乱流で $\overline{v^2}$ が $\overline{w^2}$ より小さくなること⁽¹⁵⁾と逆の傾向であり、このことについて考察する。

図 5 および図 6 にそれぞれ HTT モデルの計算における $\overline{v^2}$ および $\overline{w^2}$ の輸送方程式(9), (10)の各項の大きさの $X/D=13$ における半径方向分布を示す。ただし、輸送方程式中の各項の表示方法は、 $\overline{uv}$, $\overline{vw}$ の

図5 速度変動の相関 $\overline{v^2}$ の輸送方程式における各項の大きさ 図6 速度変動の相関 $\overline{w^2}$ の輸送方程式における各項の大きさ

場合と同様である。図5, 6より, $\overline{v^2}$ の輸送方程式中にある対流項中の生成項的な働きをもつ項 $P_{\overline{v^2},2}$ および生成項 $P_{\overline{v^2},1}$ は周方向流速を含む同一の項 ($2\overline{vw}W/r$) で大きな正の値を有し, 共に $\overline{v^2}$ を旋回により増加させる働きをもつ。これに対して, $\overline{w^2}$ の輸送方程式中にある対流項中の生成項的な働きをもつ項 $P_{\overline{w^2},2}$ および生成項 $P_{\overline{w^2},1}$ は, $P_{\overline{w^2},1}$ が管壁近くで正の値をもつ以外は比較的小さい負の値をもち, また, $P_{\overline{w^2},2}$ は大きな負の値をもつため, $\overline{w^2}$ の生成項は旋回により $\overline{w^2}$ を減少させる効果をもつ。

本解析が対象とする旋回を伴う円管内乱流では, $\overline{v^2}$ が $\overline{w^2}$ より大きくなるのは, $\overline{v^2}$ と $\overline{w^2}$ の生成項が前者が正, 後者が負の符号をもつためと考えられる。

次に HTT モデルの $\overline{v^2}$ と $\overline{w^2}$ の輸送方程式中の他の項について LRR モデルとの相違に着目して検討す

る。HTT モデルの $\overline{v^2}$ および $\overline{w^2}$ の消散項 $VD_{\overline{v^2}}$, $VD_{\overline{w^2}}$, 拡散項 $D_{\overline{v^2}}$, $D_{\overline{w^2}}$ および圧力ひずみ項 $PS_{\overline{v^2},1}$, $PS_{\overline{w^2},1}$ は, LRR モデルとほとんど同じである。

HTT モデルで特徴的なのは, 対流項中の生成項に対して, その効果を減じる効果をもつ項が圧力ひずみ相関項に含まれていることである。すなわち, $\overline{v^2}$ の輸送方程式中の $PS_{\overline{v^2},2}[-C_2'(2\overline{vw}W/r)]$ および $\overline{w^2}$ の輸送方程式中の $PS_{\overline{w^2},2}[-C_2'(-2\overline{vw}W/r)]$ は, それぞれ負および正の比較的大きな値をもち, $PS_{\overline{v^2},2}[-C_2'(2\overline{vw}W/r)]$ は $\overline{v^2}$ を減少させる方向に, $PS_{\overline{w^2},2}[-C_2'(-2\overline{vw}W/r)]$ は $\overline{w^2}$ を増加させる方向に作用することである。

HTT モデルが W の減衰挙動を予測できるのは, 他のモデルより $\overline{vw}$ を大きく見積もるからであり, この原因は, $\overline{vw}$ の輸送方程式対流項中の生成項の作用

を減少させ、 $\overline{vw}$ を増加させる圧力ひずみ項 $-C_2\{-(\overline{v^2}-\overline{w^2})W/r\}$ の効果が大きいことを述べた。しかし、HTTモデルにおける $\overline{v^2}$ および $\overline{w^2}$ に及ぼす旋回流の影響についての考察により、 $-C_2\{-(\overline{v^2}-\overline{w^2})W/r\}$ の項が $-(\overline{v^2}-\overline{w^2})W/r$ の作用を減少させていることだけが $\overline{vw}$ を大きく見積もることに効いているのではなく、これらの二つの項以外にも $P_{\overline{vw},1}$, $PS_{\overline{vw},1}$ にも含まれる $(\overline{v^2}-\overline{w^2})$ 自身を小さくする項がHTTモデルにおいて $\overline{v^2}$ の輸送方程式中の $-C_2(2\overline{vw}W/r)$ および $\overline{w^2}$ の輸送方程式中の $-C_2(-2\overline{vw}W/r)$ に含まれていることが大きく影響していると考えられる。

4. 結 論

長い静止円管内において旋回流が減衰する過程について、3種類の応力方程式モデルを用いて計算を行い、実験で得られている特徴を予測できるかどうかを調べるとともに、旋回流場での運動量輸送と乱流のモデリングの間の相互関連について詳細に検討した。用いた応力方程式モデルは、Launder-Reece-Rodi⁽⁵⁾(LRRモデル)、Gibson-Younis⁽⁷⁾(GYモデル)、および著者ら⁽⁸⁾(HTTモデル)のものである。

(1) 実験で得られる軸方向流速 U の半径方向分布は、下流部で比較的平坦な分布をしているのに対して、計算は中心軸付近で突出した分布を示す。しかしその突出する度合いは、HTTモデル、GYモデル、LRRモデルの順で小さく、HTTモデルが最もよく実験での傾向を予測できる。これは、HTTモデルが $\overline{uv}$ を他のモデルより大きく見積もるためであり、 $\overline{uv}$ の輸送方程式より、対流項中にある生成項で $\overline{uv}$ を減少させる効果をもつ $\overline{uw}W/r$ に対して、その効果を抑制し、 $\overline{uv}$ を増加させる作用をもつ項 $-C_2\overline{uw}W/r$ がHTTモデルの圧力ひずみ相関項に含まれている効果が大きいためと考えられる。

(2) 周方向流速 W の静止円管内における減衰過程については、LRRモデルおよびGYモデルが実験値に比べて減衰が遅れるのに対して、HTTモデルは減衰挙動を比較的良好に予測できる。これはHTTモデルが他のモデルより $\overline{vw}$ を大きく見積もるためであ

り、このことについて以下に述べる二つの原因が考えられる。一つは $\overline{vw}$ の輸送方程式の対流項中にある生成項で $\overline{vw}$ を減少させる効果がある $-(\overline{v^2}-\overline{w^2})W/r$ に対して、その効果を減少させる項 $-C_2\{-(\overline{v^2}-\overline{w^2})W/r\}$ がHTTモデルの圧力ひずみ項に含まれるためである。もう一つは、これらの項に含まれる $(\overline{v^2}-\overline{w^2})$ 自身を減少させる効果が $\overline{v^2}$ および $\overline{w^2}$ のHTTモデルの圧力ひずみ項に含まれることである。

(3) 従来の応力方程式モデルには、直角座標で表された生成項に対して等方位化する効果が圧力ひずみ項に含まれているが、旋回を伴う円筒座標で表された流れ場では、応力輸送方程式の対流項中に付加的に生成項的な働きをする項が生じる。(1),(2)で述べたように、この生成項は旋回流場では運動量輸送、ひいては流動特性に大きな影響を及ぼしており、旋回流場における特徴的な流動特性を予測するには、圧力ひずみ項にこの生成項の作用を緩和する効果を加えることが重要であると考えられる。

文 献

- (1) Takagi, T., ほか3名, *Proc. 20th. Symp. Int. Combust.*, (1984), 251.
- (2) Hirai, S., ほか2名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, **32**-1(1989), 121.
- (3) Hirai, S., ほか2名, *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **110**(1988), 424.
- (4) Hirai, S. and Takagi, T., *JSME Int. J.*, **31**(1988), 694.
- (5) Launder, B. E., ほか2名, *J. Fluid Mech.*, **68**-3(1975), 537.
- (6) Launder, B. E. and Morse, A., *Turbulent Shear Flow*, **1**(1979), 279.
- (7) Gibson, M. M. and Younis, B. A., *Phys. Fluids*, **29**(1986), 38.
- (8) 平井・ほか2名, 機論, **59**-565, B(1993), 2777.
- (9) Demirdzic, I., ほか3名, *Comput. Fluids*, **15**(1987), 251.
- (10) Daly, B. J. and Harlow, F. H., *Phys. Fluids*, **13**-11(1970), 2634.
- (11) 斉藤・ほか2名, 速研報告書, **26**(1970), 183.
- (12) 村上・ほか3名, 機論, **41**-346(1975), 1793.
- (13) 日野, 流体力学, (1974), 166, 朝倉書店.
- (14) Patanker, S. V. and Spalding, D. B., *Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*, (1970), 28, Intertext Book.
- (15) Hinze, J. O., *Turbulence*, 2nd. ed., (1975), 724, McGraw-Hill.