多板式層流ファンの羽根車内の流れ解析*

福富 純一郎^{*1}, 島田 嘉洋^{*2}
中瀬 敬之^{*1}, 安田 国雄^{*3}

Flow Analysis in a Multiple-Disk Laminar Flow Fan

Junichiro FUKUTOMI, Yoshihiro SHIMADA,
Yoshiyuki NAKASE and Kunio YASUDA

It is expected that a multiple-disk laminar flow fan has a very low noise level since it has no blade. But, in general, this fan has low efficiency in utilizing shear force. This paper presents a quasi three-dimensional flow analysis for the improvement of performance of a laminar flow fan. For the flow in the meridional plane, a nonviscous flow analysis using the streamline curvature method is utilized. On the other hand, the flow between parallel disks is analyzed by means of the angular momentum theory utilizing an expression for the local friction factor. The two kinds of calculations are successively repeated until the solution converges. Hence, the quasi three-dimensional flow in the laminar flow fan is analyzed. Moreover, the effects of flow rate and axial inclination angle of disk inner diameter on the flow are investigated.

Key Words: Fluid Machinery, Viscous Flow, Laminar Flow, Fan, Rotating Disk, Numerical Analysis

1. 緒 言

多板式層流ファンは、中心部に穴の開いた多数の円板を狭い間隔で平行に並べたものを羽根車とし、その概形は一般的な遠心ファンに類似している。そしてファンの場合には、円板間の流れが層流であるためにこのように呼ばれている。多板式層流ファンでは円板表面で生じるせん断力によって流体に角運動量を与え、流体の圧力上昇を行う。したがって一般的なファンと比較して層流ファンの有利な点として、羽根を用いないために低騒音であることが期待される。しかし、せん断力を利用しているために、摩擦損失が大きく、これまでの研究で得られたファン効率、他の一般的なファンに比べて低い。そこで多板式層流ファンの性能を向上させるために、羽根車内の流動状態を解析することが必要とされる。

これまで多板式羽根車内の流れは、Breiter ら⁽¹⁾ Hasinger ら⁽²⁾, Roddy ら⁽³⁾, 児玉ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾ などによって、平行円板間の層流、乱流が解析され、羽根車の全圧、

軸動力、揚程および効率の理論式が導かれた。しかし、これらの流れ解析は、いずれも平行円板間の流れを二次元的に解析したものであって、羽根車内の流れの軸方向分布は与えられていない。例えば、羽根車出口流れの軸方向の一様性は、ファン性能に大きな影響を及ぼすと思われるが、これまでに多板式羽根車内の流れを準三次元的に解析した例は見当たらない。

そこで本報は、子午面内の非粘性流解析と平行円板間の粘性流解析を組合せ、羽根車内の流れを準三次元的に解析するとともに、この解析法によって流量、回転数の変化や円板内径の軸方向の傾き角が羽根車内の流れに及ぼす影響について検討したものである。

おもな記号

 H : 全エンタルピー h : 静エンタルピー m : 子午面内の流線に沿っての羽根車入口からの距離 $\dot{m}$: 平行平板間を流れる質量流量 n : 回転数 Q : 質量流量 r : 半径 q : 座標線

* 原稿受付 平成5年1月20日。

^{*1} 正員、徳島大学工学部 (〒770 徳島市南常三島町2-1)。^{*2} 正員、徳島大学大学院。^{*3} 准員、三菱重工業(株)高砂製作所 (〒676 高砂市荒井町新浜2-1-1)。

U : 羽根車の周速度

v : 絶対速度

w : 相対速度

z : 軸方向の距離

α : 子午面内流線と z 軸とのなす角

β : 相対速度と子午面成分とのなす角

γ : 座標線 q の法線と z 軸とのなす角

δ_D : 円板間隔

θ : z 軸まわりの角度

θ_e : 円板内径の軸方向の傾き角

κ : 比熱比

ξ_e : 羽根車出口の絶対速度と周速度とのなす角

ρ : 密度

ω : 角速度

添 字

i : 羽根車入口での値

e : 羽根車出口での値

$\left. \begin{matrix} r \\ \theta \\ m \end{matrix} \right\}$: r, θ, m の方向の成分

hub: ハブ上の値

shroud: シュラウド上の値

2. 流れ解析

2.1 子午面内の流れ解析 三次元非粘性流体に対するオイラーの運動方程式と気体の状態方程式を組合せることによって、図2の子午面内の相対速度 w の子午面内流線にほぼ直交する q 方向のこう配は、次式で表される⁽⁶⁾。

$$\frac{dw}{dq} = \frac{1}{\eta_p} w A + \frac{1}{\eta_p} B + \frac{1}{w} C + \frac{1}{\eta_p} \frac{1}{w} D \quad \cdots (1 \cdot a)$$

ここで、 A, B, C, D は以下になる。

$$A = \left(\frac{\cos^2 \beta \cos \alpha}{r_c} - \frac{\sin^2 \beta}{r} \right) \frac{dr}{dq} + (\sin \alpha \cos \beta \sin \beta) \frac{d\theta}{dq} - \left(\frac{\cos^2 \beta \sin \alpha}{r_c} \right) \frac{dz}{dq} \quad \cdots (1 \cdot b)$$

$$B = \left(\sin \alpha \cos \beta \frac{dw_m}{dm} - 2\omega \sin \beta \right) \frac{dr}{dq} + \left[r \cos \beta \left(\frac{dw_\theta}{dm} + 2\omega \sin \alpha \right) \right] \frac{d\theta}{dq} + \left(\cos \alpha \cos \beta \frac{dw_m}{dm} \right) \frac{dz}{dq} \quad \cdots (1 \cdot c)$$

$$C = \left(\frac{dH_i}{dq} - \omega \frac{d\lambda_i}{dq} \right) \quad \cdots (1 \cdot d)$$

$$D = h \left[\frac{\kappa-1}{\kappa} \frac{1}{\rho_i} \frac{d\rho_i}{dq} - \left(\eta_p - \frac{\kappa-1}{\kappa} \right) \frac{1}{h_i} \frac{dh_i}{dq} + \ln \left(\frac{h}{h_i} \right) \frac{d\eta_p}{dq} \right] + (\eta_p - 1) r \omega^2 \frac{dr}{dq} \quad \cdots (1 \cdot e)$$

ここで r_c は子午面内流線の曲率半径、 λ_i は羽根車入口の予旋回、 η_p はポリトロップ効率、添字 i は羽根車入口での値を示す。式(1・a)を以下に述べる連続の式と組合せて、子午面内の流れを解析する。ただし、今回の解析においては $\eta_p = 1$ とした。また、羽根車の領域では、円板間流れが半径方向外向きであるため、子午面内流線と z 軸とのなす角 α は 90° で一定である。

2.2 連続の条件 式(1・a)は本質的には準直交座標線 q 方向の力の平衡方程式であり、流れを解析するためには式(1・a)とともに流れの連続の条件を満足させなければならない。このためには座標線 q を z 軸のまわりに回転してできる q -回転面を通り抜ける流量 Q が、各座標線 q について規定流量 Q_0 と等しくなるようにしなくてはならない。

座標線 q の法線と z 軸のなす角を γ (図2)とすれば、流量 Q は、円板厚みによるブロックageを考慮して

$$Q = \int_{q_{\text{hub}}}^{q_{\text{shroud}}} \rho w \cos \beta \cos(\gamma - \alpha) \times 2\pi r \left(\frac{q_i - Nt_q}{q_i} \right) dq \quad \cdots (2)$$

で求められる。ここで、 q_i は、ハブからシュラウドま

図1 多板式層流ファン概略図

図2 子午面断面

での座標線 q の長さで, $q_t = q_{\text{shroud}} - q_{\text{hub}}$ である. N は羽根車の円板の枚数, t_q は円板を q 方向に切った断面の厚さである. また羽根車以外の領域では, $N=0$ であり, 羽根車の領域では, $\alpha=90^\circ$ である.

2.3 平行円板間の流れ解析 子午面内の運動方程式である式(1・a)より, 子午面内の速度分布を計算するためには, その右辺の変数の値はすべて前もって知らなくてはならない. そのうち相対速度の方向 β および周方向速度成分 w_θ などは以下に述べる平行平板間の流れ解析より求められる. つまり, 本準三次元流れ解析においては, 一般の羽根車の準三次元流れ解析における翼間流れ解析の部分を実行平板間の流れ解析により置き換えたものとなっている. 2枚の回転している円板間の流れは, Roddy ら⁽³⁾の方法を, 層流である本羽根車に適用して解析する. 中心からの距離 r での流体の微小要素に角運動量保存則を適用すると次式が得られる.

$$d(\dot{m}v_\theta r) = 2\tau_\theta \cdot r \cdot 2\pi r \cdot dr \quad (3)$$

ここで, $\dot{m}$ は2枚の円板間を流れる質量流量, τ_θ は壁から流体に作用するせん断応力の接線方向成分であり, v_θ は接線方向速度成分である.

壁でのせん断応力 τ は局所摩擦係数 c_f によって次式で定義される.

$$\tau = c_f \rho w^2 / 2 \quad (4)$$

ここで, w は円板表面に相対的な局所速度で, 次式によって接線方向速度 v_θ と半径方向速度 v_r を用いて表される.

$$w^2 = (v_\theta - r\omega)^2 + v_r^2 \quad (5)$$

ここで, $v_r = \dot{m} / (2\pi r \delta_0)$ である.

また, 摩擦係数 c_f は次式によって管摩擦係数 λ と結びつけられる.

$$c_f = \lambda / 4 \quad (6)$$

一方, 層流に対する円管の管摩擦係数は, 次式で表される.

$$\lambda = 64 / Re \quad (7)$$

上式は円管内の流れに対する式であるが, レイノルズ数 Re の算出において管直径が等価直径 kD_h によって表されるならば, 平行平板のような非円管流れにも適用できる. ここで, D_h は水力平均直径であり

$$Re = kD_h w / \nu \quad (8)$$

ここで, 平行平板の場合には, $D_h = 2\delta_0$ であり, k は速度分布の形状に依存する係数で, Roddy ら⁽³⁾に従い平行平板間の層流では $2/3$ とした.

せん断応力の周方向成分と全せん断応力の間の局所角度は, 速度成分 v_θ と v とのなす角に等しいと仮定すると

$$\tau_\theta = \tau[(r\omega - v_\theta)/w] \quad (9)$$

以上の式を用いると, 式(3)より以下の式が得られる.

$$\frac{dv_\theta}{dr} = \frac{2\pi\rho}{\dot{m}} \frac{16\nu}{kD_h} r(r\omega - v_\theta) - \frac{v_\theta}{r} \quad (10)$$

式(10)をRunge-Kutta法を用いて数値的に解き, 円板中心からの距離 r における v_θ を求め, それから w および β を算出する.

3. 数値計算法

3.1 解析領域と解析における仮定 図3に解析領域を示す. 領域 I は羽根車に入る前の吸込領域で予旋回がなく ($\lambda_i=0$), $v_\theta=0$, $\beta=0^\circ$ である. 領域 II は羽根車の領域で, $\alpha=90^\circ$, $r_c=\infty$ と置いた. 羽根の仕事量は式(10)で与えられる. また領域 III は, 羽根車後の領域で, 同一流線上で羽根車出口でもっていた角運動量が保存されるとした. 領域 I のファン入口の上流境界は一様流が流入するとし, 領域 III のファン出口の下流境界は補外法により求めた.

3.2 式(1・a)の数値積分 式(1・a)を差分化すれば

$$\Delta w / \Delta q = f(w, q) \quad (11)$$

ここで右辺は座標線 q の定まった点に対して, すなわち座標線 q と流線 m との交点においてのみその値が知られている. いま j を流線の番号とすれば, 座標線 q に沿っての速度分布は次式で近似される.

$$w_{j+1}^* = w_j + (dw/dq)_j \Delta q$$

$$w_{j+1}^{**} = w_j + (dw/dq)_{j+1} \Delta q$$

$$w_{j+1} = (w_{j+1}^* + w_{j+1}^{**}) / 2$$

ここで Δq は流線 j と流線 $j+1$ との間の座標線 q に沿っての距離である. ここで $(dw/dq)_j$ を求める際に

図3 解析領域

は前回[($N-1$) 回]の w_j^{n-1} を使用せざるを得ないが、 $(dw/dq)_{j+1}$ を求める際には今回(N 回)の w_{j+1}^n を使用するほうが収束は速い。

3.3 数値計算法

(1) ハブおよびシュラウド形状、円板厚さ t_n 、円板間隔 δ_n 、円板枚数 N 、羽根車角速度 ω 、流量 Q_0 、ファン入口での流動状態等をデータとして与える。

(2) ハブからシュラウドまでの座標線 q を数本定める。子午面内の q を定めれば、 dr/dq 、 dz/dq は幾何学的に求められる。

(3) いくつかの回転流面を仮定して、各座標線 q との交点を求める。また各交点上で、式(1・a)の右辺に出てくる流動状態 w 、 w_m 、 β 等を最初の繰返しの入力として仮定する。

(4) 流線が求まっているので、流線の曲率 $1/r_c$ や傾き α をスプライン法を使って計算する。

(5) 式(1・a)の右辺の係数 A 、 B 、 C 、 D を計算する。この際に各微係数はスプライン法を使用する。

(6) ハブ上の相対速度を仮定する。

(7) 差分式(11)の右辺は座標線 q 上の各点について(5)で計算されている。初期値としてハブ上の w を使用して、式(11)を Runge-Kutta 法で数値積分し、各点の w を計算する。

(8) 式(2)を座標線 q に沿ってハブからシュラウドまで数値積分して流量 Q を求める。

(9) Q と規定流量 Q_0 を比較し、一致していなければハブ上の w を修正し、(6)へ帰り、各座標線について $Q=Q_0$ になるようにする。

(10) 子午面内の流線は等流量面でなければならない。各座標線について Q は Q_0 に常に等しくなっている。しかし最初に仮定した回転流面のうちボスとシュラウド壁以外の回転流面は計算の結果かならずしも等流量面とはなっていないことがわかる。その補正流量に対応する座標線上の点を補間法で求め、新しい回転流面を与える子午面内の流線を仮に定める。

(11) 仮に定めた流線と旧流線とを比較し、一致していなければ、その差の 0.05~0.2 倍程度だけ旧流線を修正したものを新流線として(4)に帰る。

(12) 子午面内の解析が収束した後、式(10)を Runge-Kutta 法を用いて数値積分し、平行円板間の流れを計算する。

(13) 平行円板間の計算が終わった後、前回の計算で求めた羽根車出口の流れ角と今回の出口流れ角を比較し許容誤差以上であれば(4)に帰る。

4. 計算結果および考察

ここでは、3章までに述べてきた数値解析法により得られた計算結果および考察について述べる。計算条件は、回転数 n : 1 200~2 000 rpm、空気の比熱比 γ : 1.401、密度 ρ : 1.152 kg/m³、粘度 μ : 1.82×10^{-5} Pa·s、質量流量 Q_0 : 0.02~0.10 kg/s である。また羽根車概略は図1に示したとおりであり、円板枚数 $N=15$ 枚、円板厚さ $t_n=1.5$ mm、円板間隔 $\delta_n=1.6$ mm である。円板外径 D_2 は 380 mm で一定であるが、円板内径 D_1 は 170 mm が基準で図1に示すように、軸方向に θ_e の傾きをもっている。

4.1 子午面速度ベクトル線図 図4は円板内径の軸方向の傾き角 $\theta_e=0^\circ$ 、流量 0.08 kg/s、回転数 1 800 rpm のときの計算結果の子午面速度ベクトル線図を示す。シュラウド側曲がり部で増速し、ボス部前

図4 子午面速度ベクトル線図

図5 円板間の流跡 ($\theta_e=0^\circ$, $Q_0=0.08$ kg/s)

部ではよどんでいる。羽根車入口部に注目すると、ハブ側ほど流線間隔は広くて流速は遅く、流体が曲がり部を流れる場合と同様に、その流速が曲がり部の曲率半径に反比例した形となっている。このためハブ側の円板間ほど流量が少なくなっている。各円板間に流入した流れは、羽根車から流出するまで流量が変化しないために、平行平板間の流れは、シュラウド壁に近いところほど半径方向速度が大きく、ハブ側で小さい。そして半径 r の増加とともに流路断面積が増加するため、円板間の流速は減速するが、羽根車出口においても半径方向速度成分 v_r は軸方向(幅方向)にかなりの非一様性をもっている。羽根車を出た後は、急激に一様化している。

4.2 円板間流跡図 図5は θ_e が 0° のときの円板間の流跡を、シュラウド側からハブ側へ順に円板間に No. を付けて二つから三つおきに示したものである。円板間入口から入った流体は、せん断力による各運動量の増加によりらせん状に円板間を流れる。図5からハブ側の円板間の流体ほど多く旋回していることがわかるが、これはハブ側円板間に入った流体はシュ

ラウド側に比べ半径方向速度が小さく、したがって、円板間に長くとどまることになり、円板間でのせん断力によって周方向速度が大きくなるためである。一方、シュラウド側の流体は、円板間にとどまる時間が短く、円板から得る動力は小さくなって、シュラウド側の部分羽根車の効率は低い。

4.3 羽根車出口の流動状態

4.3.1 θ_e を変化した場合の羽根車出口の流れ角および周方向速度の分布 一定回転数(1800 rpm)、一定流量(0.08 kg/s)のもとで、 θ_e を 0° から 45° の間で変化させた場合の羽根車の出口流れ角 ξ_e 分布を図6に示す。ここで ξ_e は、羽根車出口の絶対速度と周速度とのなす角である。なお、横軸 z/L_r の L_r は羽根車幅、 z はシュラウド側円板からの軸方向距離である。円板内径の軸方向の傾きを変化させても ξ_e の軸方向(幅方向)分布の傾向に本質的な差異はみられない。詳細にみると θ_e の増大とともに軸方向の非一様性が増し、ハブ側円板間で ξ_e が小さくなる。これは、 θ_e を大きくするほどハブ側の円板入口径が小さくなって、円板間の入口面積がシュラウド側円板間と比べて小さく

図6 羽根車出口の流れ角 ξ_e 分布
($n=1800$ rpm, $Q_o=0.08$ kg/s)

図8 羽根車出口の流れ角 ξ_e 分布
($\theta_e=0^\circ$, $n=1800$ rpm)

図7 羽根車出口の周方向速度分布
($n=1800$ rpm, $Q_o=0.08$ kg/s)

図9 羽根車出口の流れ角 ξ_e 分布
($\theta_e=0^\circ$, $Q_o=0.08$ kg/s)

図 10 羽根車出口の周方向速度分布 ($\theta_e=0^\circ$, $Q_0=0.08$ kg/s)

なるためと思われる。

図 7 には羽根車出口の周方向速度 v_θ を円板の外周速度 U で無次元化して、その軸方向分布を示す。周方向速度は流れ角分布とは逆に、シュラウド側で小さく、ハブ側で大きくなっている。これは、前述したように流量の小さいハブ側では半径方向速度が小さく、流体が円板間に長くとりせん断力によって周方向に増速されるためである。 v_θ/U の分布も、 θ_e が小さいほど軸方向の一様性がよい。

4・3・2 流量を変化した場合の羽根車出口の流れ角分布 $\theta_e=0^\circ$ の羽根車を用い、一定回転数 (1800 rpm) のもとで、流量 Q を 0.02 kg/s から 0.10 kg/s まで変化させたときの出口流れ角分布を図 8 に示す。流量が減少すると、円板間に滞在する時間が長くなり、周方向速度が大きくなり、出口流れ角 α_e は小さくなるが、その軸方向の分布は、流量が変化しても同様である。

4・3・3 回転数を変化した場合の羽根車出口の流れ

角および周方向速度の分布 $\theta_e=0^\circ$ の羽根車を用い、一定流量 (0.08 kg/s) のもとで、回転数を 1200 rpm から 2000 rpm まで変化させたときの出口流れ角分布を図 9 に示す。回転数が増加するにつれて流れ角は減少するが、その分布形状は回転数が変わっても同様である。図 10 に周方向速度の分布を示す。回転数が変化しても、その値はほぼ同じであり、回転数が性能に及ぼす影響は小さいと思われる。

5. 結 言

多板式層流ファンの羽根車内の流れを子午面内の非粘性流解析と平行円板間の粘性流解析を組合せて、準三次元的に解析する方法を示した。

本解析法を適用することによって、多板式羽根車内の流れはシュラウド側円板間で半径方向速度が大きく、ハブ側円板間で小さくなり、羽根車出口の流れは軸方向に非一様な分布を示すことを明らかにした。また円板内径の軸方向の傾き角 θ_e が大きくなるにつれ、羽根車出口流れの非一様性が増すこと、流量および回転数が変化しても、羽根車出口流れの軸方向の分布傾向は同様であることを示した。

文 献

- (1) Breiter, C.L. and Pohlhausen, K., *A. R. L. Rep.*, No. ARL62-318(1962).
- (2) Hasinger, S. and Kehrt, L., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, **85**(1963), 201.
- (3) Roddy, P. J., ほか 3 名, *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **109**(1987), 51.
- (4) 児玉・ほか 3 名, 機論, **55**-517, B(1989), 3096.
- (5) 児玉・ほか 3 名, 機論, **56**-524, B(1990), 66.
- (6) Senoo, Y. and Nakase, Y., *Trans. ASME, J. Eng. Power*, **94**(1972), 43.