電子素子の浸漬沸騰冷却に関する研究*
(衝突気泡による沸騰開始点の制御)西尾茂文*¹, 及川和喜*²Electronic Device Cooling by Pool Boiling
(Control of Boiling Incipience by Impinging Gas Bubbles)

Shigefumi Nishio and Kazuki Oikawa

In the present report, boiling incipience is investigated for application of pool boiling for electronic device cooling. First, the effect of system subcooling preceding boiling incipience on the incipient wall superheat is experimentally investigated. The surface exposed to a subcooled state shows a considerable temperature overshoot before boiling incipience, and the incipient wall superheat is independent of the degree of system subcooling. It is shown that such results can be understood in terms of the stability theory of preexisting nuclei trapped in doubly re-entrant cavities. Next, the reduction of the temperature overshoot by impingement of gas bubbles upon the surface is examined. Results show that the temperature overshoot can be reduced and controlled by this method.

Key Words: Boiling, Heat Transfer Enhancement, Nucleation, Bubble, Incipience of Nucleate Boiling, Electronic Device Cooling

1. 緒 言

電子素子の高集積化・高密度実装化に伴い、チップあたりの発熱密度は特に近年急速に増大してきており⁽¹⁾、このすう勢に対処するためにさまざまな冷却様式が検討されている。特に高発熱密度チップに対しては、沸騰やサーモサイフォンなどの相変化を利用した冷却技術の開発が不可欠である。相変化を利用した冷却技術としては、最近、噴霧流⁽²⁾、流下液膜⁽³⁾⁽⁴⁾、液体衝突噴流⁽⁵⁾、強制対流沸騰⁽⁶⁾などの流動沸騰を用いた冷却技術も模索され始めているが、チップを絶縁性冷媒中に直接浸漬し、冷媒の自然対流沸騰により冷却する浸漬沸騰冷却は、流動沸騰冷却に比べて限界熱流束を向上させる工夫を要するものの、信頼性・簡便さの面で魅力がある。本論文では、こうした観点から、電子素子の冷却技術として、浸漬沸騰冷却を扱う。

さて、浸漬沸騰冷却においては、当然のことながら表面に微細構造を有する核沸騰促進面の利用が検討の対象となる。しかし、これまでの絶縁性液体に関する

実験的研究^{(7)~(9)}によれば、こうした核沸騰促進面でも、核沸騰開始に要する冷却面過熱度がかかなり高くなる(すなわち顕著な温度超過が発生する)とともに、これに起因した温度分散が冷却面(すなわちチップ)間で生じる。特に、沸騰を開始する以前に冷却面が強いサブクール状態を経験すると、この温度超過が顕著となると考えられる。温度超過の発生は、チップ間の温度偏差や素子誤動作確率の拡大を招き、電子素子の冷却技術においては克服すべき問題となる。

こうした顕著な温度超過の発生に対して、著者の一人は以前、既存気泡核の熱力学的安定性を検討し、温度超過の発生原因を考察した⁽¹⁰⁾。そこでは、まず均一温度場において、任意形状のくぼみに捕獲された気泡核(既存気泡核)の熱力学的安定性基準を導き、液相中の球形気泡核は不安定平衡状態にあるが、既存気泡核は、ある範囲の気液界面曲率において安定平衡状態にあることを示した。そして、安定平衡状態にある気液界面の最大曲率状態、最小曲率状態をそれぞれ成長限界、衰退限界と呼び、成長限界曲率に相当する系の過熱度が既存気泡核活性化条件を、衰退限界曲率に相当するそれが消滅条件を意味することを示した。次に、サブクール状態において既存気泡核を維持しやすい二重リエントラント形くぼみ(図1)についても、電子素

* 原稿受付 平成5年3月23日。

¹ 正員、東京大学生産技術研究所 (〒106 東京都港区六本木7-22-1)。² 学生員、東京大学大学院。

子冷却液体として検討されているぬれ性の高い液体に対しては、強いサブクール状態で既存気泡核がくぼみ内部口にまで後退し、その後に系が過熱される際には、くぼみ内部口における成長限界曲率が高く、この成長限界が既存気泡核の成長限界を支配するため、核沸騰開始過熱度が増大し、顕著な温度超過が発生することを示した。本報告の第1の目的は、以上の結果を実験的に検討することである。なお、こうしたぬれ性の高い液体における顕著な温度超過については、その後 Tong ら⁽¹¹⁾ が、不均一温度場における既存気泡核活性化理論⁽¹²⁾ に基づく考察を報告している。

ところで、上述のように沸騰開始以前に内部口にまで後退した既存気泡核界面を、何らかの方法で強制的に内部口より引き出すことができれば、顕著な温度超過の発生を抑制できると考えられる。例えば、図2のように、未沸騰状態の伝熱面に気流を吹き付けガス泡を形成すると、ガス泡が伝熱面に滞在する間にガス泡底部の液膜が消耗される場合には、そこに存在する既存気泡核とガス泡が接合することが期待できる。本報告の第2の目的は、こうした考えに基づき、伝熱面に気流(あるいは気泡)を衝突させることにより、沸騰開始過熱度を制御する可能性を検討することである。

2. 実験装置

温度超過を測定する実験に用いた実験装置全体の概略図を図3に示した。実験液体は、ガラス製容器

図1 二重リエントラント形くぼみ

図2 衝突気流による既存気泡核活性化の概念図

(100×100×100 mm)内にためられた大気圧 R 113 である。実験液体の温度制御は、この容器をさらに恒温槽にためられた水の中に設置することにより行った。

伝熱面は、電気回路用プリント基盤上の銅膜(厚さ 35 μm)をエッチングにより図4のような幅 6 mm、長さ 20 mm(測定部 10 mm)に成形した水平上向き平面であり、これを直流安定化電源により直接通電加熱した。伝熱面熱流束 q は、通電回路中の標準低抗により測定される電流と、図4に示したタップにより測定される電圧より求めた。伝熱面過熱度 ΔT_{ws} は、これらの電圧、電流測定値より求められる銅膜電気抵抗を温度に換算することにより求めた。換算に際しては、使用する銅膜を恒温槽中に浸漬し、上述の方法で測定される電気抵抗と水晶発振温度計により測定される液温とを対比させて得られる校正曲線を使用した。校正実験では、校正結果が通電量(微小電流)に依存しないこ

T.C.: C-A thermocouples

1. Test section	9. Digital voltmeter
2. Electrode	10. Nozzle
3. Glass vessel	11. Timer
4. Thermostatic bath	12. Electromagnetic valve
5. Condenser	13. Flow meter
6. C-A thermocouple	14. Needle valve
7. Standard resistance	15. Reducing valve
8. D.C. power supply	16. Nitrogen bomb

図3 実験装置全体の概略図

図4 伝熱面の詳細図

とおよび電流増大時と減少時で校正曲線が変化しないことを確認し、 ± 0.2 K 程度の校正精度が得られていると考えられる。

伝熱面に供給する気流の形成には、窒素ガスを用いた。図 3 に示したように、窒素ガスは、ポンペ 16(番号は図 3 中の番号に相当)より減圧弁 15, 流量調整弁 14, 微量体積流量計 13, 三方電磁弁 12 を介して、ガラス製ノズル(内径 3 mm)10 に供給される。三方電磁弁 12 は二つが直列につながれており、第 1 電磁弁の第 3 ポートには、ノズルまでと同じ長さをもつチューブがつながれ、チューブ先端は予備液槽に漬けている。窒素ガスの流量設定は、第 1 電磁弁によりガスを予備液槽に流し、流量計により体積流量を測定しながら流量調整弁により行った。気流噴出時間 τ の設定はタイマ 11 により行い、この τ 時間の間だけ第 1, 2 電磁弁を通して流量設定された窒素ガスがノズル 10 に流れる。 τ 時間以後は、第 2 電磁弁は出口ポートと第 3 ポートとが結ばれ、ノズルからの残存ガスの噴出を防止する。ノズルは、実験準備中は伝熱面上方から水平方向に移動しておき、噴出開始時に伝熱面中央部上方に移動した。噴出気流に関する実験パラメータは、噴出時の伝熱面過熱度 ΔT_{fi} および噴出時間 τ であり、ノズル・沸騰面間距離は $H=2$ mm(あるいは 0.5 mm)に、また噴出流量は $G=1.08$ cc/s に保った。

実験は、以下の手順で行った。まず常温の実験液体中に伝熱面を設置し、液温を飽和温度まで上昇させる。次に、伝熱面に通電を開始し、限界熱流束近く($q=10^5$ W/m² 程度)の核沸騰を 30 分程度維持する。その後、以下の 2 種の状態のいずれかを 1 時間程度維持する。すなわち、

実験 A: 通電量を減少し、伝熱面を弱い過熱状態に維持する。

実験 B: 通電を停止し、系の温度を降下させ、実験系全体を所定サブクール度(これを処理サブクール度 $\Delta T_{sub}=T_{sat}-T_w$ と呼ぶ)に維持する。

以上の状態を保持した後、液体温度を飽和温度に保ちながら、通電量を段階的に増大させて飽和核沸騰曲線を測定した。気流噴出を行う実験では、未沸騰状態における所定の伝熱面過熱度 $\Delta T_{ws}=\Delta T_{fi}$ で伝熱面温度が安定した後に、気流噴出を τ 時間だけ 1 回行い、その後に伝熱面温度が安定した状態で伝熱面過熱度、熱流束の測定を行った。気流噴出により核沸騰が開始しない場合についても、それ以上の通電量では気流噴出を行わずに核沸騰曲線の測定を続けた。なお、核沸騰開始過熱度 ΔT_{BI} は、伝熱面からの蒸気泡発生が確認できない最大熱流束での伝熱面過熱度とした。

図 5 核沸騰開始過熱度と処理サブクール度との関係($G=0$, 白抜き印と黒塗り印は使用した伝熱面が異なることを意味する)

3. 自然状態での核沸騰開始条件

3.1 実験結果 図 5 に、自然状態(噴出気流流量 $G=0$)における核沸騰開始過熱度 ΔT_{BI} の測定結果の例を、処理サブクール度 ΔT_{sub} に対して示した。核沸騰開始過熱度の処理サブクール度依存性により、図示したような 4 領域が存在することがわかる。領域 I は、処理サブクール度が負($\Delta T_{sub}<0$)であり、処理サブクール度においても核沸騰が持続する領域である。領域 II は、処理サブクール度が負であり、処理サブクール度において核沸騰は停止しているが、比較的小さい過熱度で核沸騰が開始する領域である。但し、この場合でも核沸騰開始過熱度は $\Delta T_{BI}=10$ K 程度であり、これは R 113 のぬれ性が高いため、伝熱面表面には寸法の小さな既存気泡核のみが存在するためであると考えられる。一方、領域 IV は、処理サブクール度が正の領域であり、核沸騰開始過熱度は、①処理サブクール度 ΔT_{sub} にほぼ依存せず、② $\Delta T_{sub}<0$ である領域に比べてかなり大きな値となっている。本実験では複数の伝熱面を使用したか、図 5 に示されているように、領域 IV における ΔT_{BI} の値は伝熱面により異なり、 ΔT_{BI} が最も小さい伝熱面で 30 K、最も大きいものでは ΔT_{BI} は 60 K にも達した。これが、本報告で呼ぶ顕著な温度超過である。領域 III は、領域 II と IV との間に想定される遷移領域である。

3.2 実験結果に合致する伝熱面の例示 ここで、以前の報告⁽¹⁰⁾で示した考え方に基づき、上述の 4 領域の存在(特に実験結果①, ②)が説明できる伝熱面を例示できるか否かを検討する。

まず、鏡面仕上げの銅面における R 113 の接触角は、

前進接触角 $\theta_a = 40^\circ$ 、後退接触角 $\theta_r = 10^\circ$ 程度であり⁽¹³⁾、この程度の接触角における不均質自発核生成温度は均質核生成温度に近い⁽¹⁴⁾。そこで、均質核生成温度を例えば Lienhard⁽¹⁵⁾ の液相限界過熱度の整理式により評価すると、大気圧 R 113 では 122 K 程度となり、この限界過熱度は 3・1 節で述べた ΔT_{Bl} の測定値の最大値よりも顕著に高い。すなわち、本実験で気泡生成を開始した気泡核は既存気泡核であることになる。

既存気泡核が気泡生成を開始したとすると、この気泡核は強いサブクール状態にも耐えて生き残ったことになる。そこで、次に気泡核がサブクール条件で耐えるべき条件を検討しておく。一般に、気液界面の平衡条件は以下の式により記述される。

$$p_{ve} - p_l = \frac{2\sigma}{R_e} = 2\sigma\zeta_e \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$p_{ve} = p_{\text{sat}}[T] \exp \left[\frac{M}{\rho_l R_g T} (p_l - p_{\text{sat}}[T]) \right] \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 R_e は気泡核半径(気液界面の曲率中心が蒸気側にある場合を正、液相側にある場合を負とする)、 ζ_e は気泡核気液界面曲率、 R_g は一般ガス定数、 T は温度、 M は分子量、 σ は表面張力、 ρ_l は液相密度、 $p_{\text{sat}}[T]$ は T における飽和圧力、 p_l は系圧力、 p_{ve} は平衡蒸気圧である。図 6 は、式(1)、(2)より大気圧 R 113 における気泡核半径 R_e と系のサブクール度 ΔT_{sub} との関係を示したものである(縦軸は $-R_e$ であり、これは気液界面が蒸気側に凸であることを示している)。図 6 に示されているように R_e の絶対値は、 ΔT_{sub} の増大とともに減少するが、 $\Delta T_{\text{sub}} \geq 40$ K 程度の強いサブクール状態では $R_e = R_{e,\text{min}} = -0.46 \mu\text{m}$ 程度の飽和値となる。この値は、伝熱面くぼみ形状に関する値としては非現実的な値ではない。すなわち、衰退限界曲率 ζ_{DL} が

$$0 > \zeta_{e,\text{min}} = R_{e,\text{min}}^{-1} \geq \zeta_{DL} \quad \dots\dots\dots (3)$$

である既存気泡核の存在は現実的であり、こうした既存気泡核はいかなるサブクール状態をも耐えて生き残ることがわかる。

円すい形くぼみと二重リエントラント形くぼみからなる伝熱面表面を例として考えると、以前の報告でも述べたように、ぬれ性の高い液体に対して式(3)の曲率状態が実現できる円すい形くぼみは存在しない。したがって、既存気泡核が強いサブクール状態にも耐えて生き残るとすれば、図 1 のような二重リエントラント形くぼみが対象となる。そこで、さらに例として二重リエントラント形くぼみとしては $90^\circ \geq \alpha > \theta_r$ (α に

図 6 サブクール条件での気液界面の平衡曲率半径

ついては図 1 を参照)のくぼみのみが存在する場合を考える。均一温度場での既存気泡核安定性基準⁽¹⁰⁾によれば、こうしたくぼみに捕獲された既存気泡核の成長限界 ζ_{GL} 、衰退限界 ζ_{DL} は、次式で与えられる。ただし、成長限界には後退接触角 θ_r が、衰退限界に前進接触角 θ_a が関与するとした。

$$\zeta_{GL} = R_{ci}^{-1} > \zeta_{DL} = -R_{ci}^{-1} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $R_{ci}(>0)$ は図 1 に示したように内部口半径である。式(4)は、均一温度場について導出されたものであるが、伝熱面加熱時でもくぼみ内部の温度分布は小さいと考えられるので、この式が適用できよう。

そこで、強いサブクール状態を経験した後の核沸騰開始過熱度を例えば本実験結果の最小値 $\Delta T_{\text{Bl}} = 30$ K とすると、この過熱度で気泡生成を開始する既存気泡核の気液界面曲率半径は、式(1)、(2)より $R_e = R_e^* = 0.16 \mu\text{m}$ となる。 $\zeta_{GL} = R_e^{*-1}$ であり、また式(4)より $\zeta_{GL} = R_{ci}^{-1}$ であるから、この過熱度で気泡生成を開始した二重リエントラント形くぼみの内部口半径は $R_{ci}^* = R_e^* = 0.16 \mu\text{m}$ となる。この既存気泡核の衰退限界は式(4)より $\zeta_{DL} = -R_{ci}^{*-1}$ であるから、したがって $\zeta_{DL} = -R_e^{*-1}$ となる。この値は式(3)を満足するので、内部口半径が R_e^* である二重リエントラント形くぼみに捕獲された既存気泡核は、大気圧 R 113 において強いサブクール状態にも耐えて生き残り、その後の過熱過程では経験したサブクール度によらず $\Delta T_{\text{Bl}} = 30$ K で気泡生成を開始する。また、 $R_{ci} < R_{ci}^*$ である二重リエントラント形くぼみに捕獲された既存気泡核は式(4)より、強いサブクール状態に耐えるが成長限界過熱度は上述の既存気泡核より高い。したがって以上より、円すい形くぼみと $90^\circ \geq \alpha > \theta_r$ である二重リエントラント形くぼみよりなる伝熱面表面では、後者について

は,

$$R_{ci} \leq R_e^* = 0.16 \times 10^{-6} \text{ m} \dots\dots\dots (5)$$

の条件を満足するくぼみにのみ既存気泡核が存在する場合には、経験するサブクール度によらず $\Delta T_{BI} = 30 \text{ K}$ で既存気泡核より気泡生成が開始される。

詳細は省略するが、 $90^\circ \geq \alpha > \theta_r$ 以外の二重リエントラント形くぼみに捕獲された既存気泡核についても、強い処理サブクール状態に耐え、サブクール度に依存しない過熱度で気泡生成を開始するくぼみ法範囲を特定できる。以上の結果は、以前の報告で示した既存気泡核の成長・衰退限界に関する考え方が、3・1節で述べた実験結果に対する十分条件としての説明を与えることを意味している。ちなみに、強いサブクール状態を経た後の本伝熱面表面では、 $0.16 \mu\text{m} < R_{ci}$ の二重リエントラント形くぼみには既存気泡核が存在しないことになるが、図7に示した核沸騰曲線が従来の整理に近いことから、本伝熱面は特殊なものではないと考えられる。また、伝熱面表面にすべての寸法の既存気泡核があるとすると、強いサブクール状態を経した後には $\xi = R_{e, \min}^*$ に相当する過熱度で気泡生成が開始されることとなり、大気圧 R 113 でのこの過熱度は $\Delta T_{BI} = 14 \text{ K}$ 程度となる。

4. 気流衝突下における核沸騰開始条件

4・1 温度超過抑制の可能性 図5の白抜き印の伝熱面について、実験Bの条件で気流噴出を行った場合の核沸騰曲線の一例を図7に示した。図7中には、参考のために、その伝熱面において気流噴出を行わない自然状態における核沸騰曲線を破線で、自然対流熱伝達整理式⁽¹⁶⁾および核沸騰熱伝達整理式⁽¹⁷⁾を実線で併記した。図7より、気流噴出を行った場合の核沸騰開始過熱度 ΔT_{BI} は、自然状態におけるそれより顕著に減少していることがわかる。

4・2 核沸騰開始時の様相 ビデオ観察によれば、本実験における気流流量程度では、噴出気流によりノズル・沸騰面間に形成される単一ガス泡が、周期 τ_g ($\sim 0.09 \text{ s}$) で生成・離脱を τ (気流噴出時間) の間繰返す状況となる。こうした状況下で核沸騰が開始する様相には、以下のパターンが観察された。(1) 気流噴出中に核沸騰が開始する。(2) 気流噴出中に開始した核沸騰が噴出中に停止し、気流噴出終了後(例えば 0.5 s 程度後)に再び核沸騰が開始する。(3) 気流噴出時の ΔT_{BI} では核沸騰が開始されないが、その後に気流噴出を行わずに過熱度を段階的に増大させていくと、自然状態より小さな過熱度 ΔT_{BI} で核沸騰が開始する。(4) 気流噴出を行っても、自然状態における ΔT_{BI}

図7 衝突気流による核沸騰開始過熱度の低減(図中の矢印は気流噴出過熱度、白抜き印は熱流束増大時、黒塗り印は減少時を意味する)

と同じ過熱度で核沸騰が開始する。本実験では気流噴出時に伝熱面過熱度が低下することが観察され、(2)のパターンはこの伝熱面過熱度低下によりいったん停止した核沸騰が、気流噴出停止後に過熱度が回復した後に再び開始されたものと考えられる。(3)のパターンは、既存気泡核への気流噴出の影響が、 ΔT_{BI} で活性化させるほどには大きくないが、自然状態より小さな過熱度で活性化させる程度であったものと考えられる。

一方、核沸騰の開始場所に注目すると、核沸騰開始様相には以下のパターンがあった。(1) 気流衝突範囲のほぼ全面で核沸騰が開始される。(2) 気流衝突範囲の中央部付近でパッチ状の核沸騰が開始される。(3) 吹付け部外周付近でパッチ状の核沸騰が開始される。(2)、(3)のパターンの多くの場合、パッチ状に開始された核沸騰が過熱度を増大させると拡大する傾向が見られた。

4・3 衝突気流の効果 上述のように、本実験では、衝突気流は周期 τ_g で生成・離脱を繰返すガス泡を形成する。図2に示すように、このガス泡と伝熱面との間に形成される液膜の消耗により既存気泡核の強制的活性化が起こるとすると、気泡離脱周期ごとに液膜は更新されると考えられるので、 τ_g が長いほど小さな過熱度で強制的活性化が実現できると判断できる。そこで、ガラス製ノズルの先端にガラス板フランジ ($20 \times 20 \text{ mm}$) を設け、ガス泡を拘束することにより τ_g を増大させる実験を行った。ちなみに、この場合、 $G = 1.08 \text{ cc/s}$ におけるフランジ設置時の τ_g は約 0.2 s で

図 8 核沸騰開始過熱度に対するフランジ設置の影響(図中の印は気泡噴出過熱度 ΔT_{J1} で核沸騰が開始した最小過熱度を意味し、丸印はフランジを設置していない場合、四角印はフランジ設置時を意味する)

図 9 気流噴出時過熱度と核沸騰開始過熱度との関係(白抜き印はフランジを設置していない場合、黒塗り印はフランジ設置時を意味する)

あった。

図 8 に、気流噴出下における核沸騰開始に対するフランジ設置の影響を示した。図 8 中の印は、横軸の気流噴出過熱度 ΔT_{J1} において核沸騰が開始した ΔT_{J1} の最小値を意味する。また、図 9 には、気流噴出時に核沸騰が開始しない場合を含めて気流噴出過熱度 ΔT_{J1} と ΔT_{B1} との関係を示したものである。図 8, 9 より、(1) 気流噴出時間 τ は核沸騰開始過熱度に対し強い影響は及ぼさないこと、(2) 気流噴出系(すなわちフランジの有無)を定めるとある過熱度以下では核沸騰開始に対して気流噴出の効果がなくなること、(3) フランジを設置することにより核沸騰開始過熱度が図 5 の領域 II における ΔT_{B1} に近い値にまで減少し、衝突気流による強制的核沸騰開始効果が強くなること、(1)については、 τ 時間中に τ_0 ごとにガス泡の離脱が繰返されており、基本量は τ_0 であると考えられること、(2)については、過熱度の減少とともにガス泡底部の液膜の消耗乾燥時間が(フランジの有無などにより定まる) τ_0 より長くなると考えられること、(3)については、フランジの設置により、 τ_0 が長くなっていることなどから理解できよう。これらのことは、いずれも既存気泡核の活性化が図 2 に示した状況により起こっていることを示唆していると考えられる。

5. 結 言

本報告では電子素子の浸漬沸騰冷却を対象として、核沸騰開始点について検討した。その結果、まず、二重

リエントラント形くぼみに捕獲された既存気泡核に関する熱力学的安定性基準により、伝熱面が沸騰以前に経験するサブクール度と核沸騰開始過熱度(あるいは温度超過)との関係が説明できることを示した。次に、温度超過の低減法として、衝突気流による強制的核沸騰開始法を提案し、この方法により温度超過を低減・制御できることを示した。

文 献

- (1) Chu, R. C., *Proc. Heat Transf.* 1986, 1(1986), 292.
- (2) Chodbane, M. and Holman, P. J., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 34(1991), 1163.
- (3) Mudawar, I. A., ほか 2 名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 30(1987), 2083.
- (4) Marsh, W. J. and Mudawar, I., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 32(1989), 361.
- (5) Mudawar, I. and Wadsworth, D. C., *Int. J. Heat Mass Transf.*, 34(1991), 1465.
- (6) McGillis, W. R., ほか 2 名, *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, 113(1991), 463.
- (7) Bergles, A. E. and Chyu, M. C., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, 104(1982), 279.
- (8) Marto, P. J. and Lupere, Lt. V. J., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, 104(1982), 292.
- (9) You, S. M., ほか 3 名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 33(1990), 105.
- (10) 西尾, 機論, 54-503, B(1988), 1802.
- (11) Tong, W. ほか 3 名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 33(1990), 91.
- (12) Lorenz, Ph. D. Thesis, MIT, (1972).
- (13) Ramilison, J. M. and Lienhard, J. H., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, 109(1987), 746.
- (14) 西尾, 生研セミナー(コース 159)テキスト, 生産技術研究奨励会, (1990).
- (15) Lienhard, J. H., *Chem. Eng. Sci.*, 31(1976), 847.
- (16) 伝熱工学資料, 改訂第 4 版, (1986), 70, 日本機械学会.
- (17) 藤田・ほか 3 名, 機論, 48-432, B(1982), 1528.