鏡面・乱反射面をもつ任意形状軸対称物体の放射伝熱*

円山重直^{*1}, 相原利雄^{*1}Radiation Heat Transfer of Arbitrary Axisymmetric Bodies
with Specular and Diffuse Surfaces

Shigenao MARUYAMA and Toshio AIHARA

A numerical method for predicting radiation heat transfer from axisymmetric bodies composed of numerous arbitrary ring elements is presented. Each ring element has the combined characteristics of specular and diffuse surfaces. The accuracy of the method is checked using a simple configuration, and good agreement between the present numerical and analytical solutions is obtained. The effect of specular reflectivity is investigated using the simple configuration. As a numerical example, radiation heat transfer of the Czochralski crystal growth furnace is investigated. The present radiation transfer method is combined with the finite element package, ABAQUS for conduction analysis.

Key Words: Thermal Radiation, Axisymmetric Arbitrary Bodies, Specular and Diffuse Surfaces, View Factor, Crystal Growth, Heat Transfer Control, Czochralski Method

1. 緒 言

集積回路の高性能化や半導体基板の大形化が進み、半導体結晶製造装置の高精度な温度制御が不可欠となっている。小竹ら⁽¹⁾は大学間ネットワークシステムを利用して、チョコラルスキー単結晶製造装置の対流・伝導・放射複合伝熱解析の分散処理を試みた⁽¹⁾。これらの半導体製造装置では、伝熱の解析と制御は重要な役割をはたしており、その中でも放射伝熱の制御は高品位結晶の製造に不可欠である。

単結晶製造過程における放射伝熱解析は、装置の形状が複雑で時間とともに結晶形状が変化するために、単純形状の解析を適用することは困難である。これまで、チョコラルスキー単結晶装置の放射伝熱解析が行われてきている^{(2)~(5)}が、それらの多くは拡散面のみに適用可能な形態係数に基づき解析が行われている。

一般に、シリコン融液や結晶の表面は鏡面であり、さらに装置の容器等も金属面の場合が多く、拡散面の仮定を用いた上記の解析法では高精度な放射伝熱量の推定は難しい。従来の鏡面間の放射伝熱解析では

Sparrow らの一連の研究⁽⁶⁾や、増田⁽⁷⁾の曲面を含む鏡面・拡散面間の放射伝熱の研究があるが、実用上の適用範囲は単純形状のみに限られていた。

現在はコンピュータが発達し、大規模なマトリックス計算が容易になっているために、個々の問題に対して考える必要のある解析的手法より、有限要素法や境界要素法のようにあらゆる形状に適用できるはん用性のある手法が有効であろう。著者らは、任意形状物体の放射伝熱解析の簡易計算法を示した⁽⁸⁾。さらに、新しい形態係数の概念を導入することによって、多数の多角形で構成される任意形状の鏡面・拡散面を有する三次元物体について、各面要素の温度または熱流束条件を任意に与えることのできる解析法を提示した⁽⁹⁾。

半導体材料製造過程で多く用いられる軸対称物体の解析に、多角形で構成される三次元物体の解析法⁽⁹⁾を適用することが可能である。しかし、数値解析に要する時間はほぼ要素数の二乗に比例し、軸対称物体を平面要素で分割すると計算効率が著しく低下する。

そこで本報では、円筒形座標系の円環面要素に適用可能な鏡面・乱反射面間の放射伝熱解析法を新たに提示する。次に、簡単な形状について、解析解との比較や精度について論じ、軸対称物体の鏡面反射の影響について明らかにする。さらに、チョコラルスキー法によ

* 原稿受付 平成5年1月13日。

^{*1} 正員、東北大学流体科学研究所(〒980 仙台市青葉区片平2-1-1)。

るシリコン単結晶製造装置のモデルについて、はん用熱伝導解析プログラムと本報の放射伝熱解析法を組合せた放射・伝導複合伝熱問題の計算例を示す。

2. 主要記号

- A_i : i 番めの要素またはその面積
 $F_{i,j}$: A_i から A_j への形態係数
 $F_{di,j}$: 微小面 dA_i から A_j への形態係数
 $F_{i,j}^A$: 吸収形態係数 [式(3)]
 $F_{i,j}^D$: 乱反射形態係数 [式(4)]
 F : 形態係数の係数行列
 N : 円環面要素の全数
 n_θ, n_ϕ : 射出光線の θ 方向と ϕ 方向の射出数
 n_p : 円筒面要素の分割数
 T_i : 要素 i の表面温度
 Q_r : 射出放射伝熱量 $= A_i \epsilon_i \sigma T_i^4$
 Q_x : 正味の放射伝熱量
 Q : 熱流量ベクトル
 $q^*, q^\dagger$: 無次元熱流束 $= Q_r/Q_x, Q_x/Q_r$
 x, z : 半径方向座標, 軸方向座標 [図1]
 α, ϵ : 吸収率, 放射率
 ΔF : 数値誤差 [式(18)]
 $|\Delta F|$: 数値誤差の絶対値の平均 [式(19)]
 θ : 各面要素の法線からの天頂角
 ρ^D : 拡散反射率
 ρ^S : 鏡面反射率
 σ : ステファン・ボルツマン定数
 $\bar{\sigma}$: 数値誤差の標準偏差 [式(19)]
 ϕ : 各面の方位角
 添字
 i, j : 面要素 A_i と A_j に関する値
 T, X : 射出放射と正味放射伝熱量に関する値

3. 解析法

3.1 吸収形態係数と乱反射形態係数 幾何光学が適用できる物体間の巨視的放射エネルギー交換の解析に形態係数が用いられる。形態係数は、式(1)で定義される物体の形状と位置関係のみの関数として扱われており、拡散面のみに適用可能である。

$$F_{i,j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} dA_i dA_j \dots (1)$$

ここで、 r は微小面要素間距離である。式(1)は、拡散面間の解析には便利であるが、表面が鏡面や、鏡面・拡散面の複合面⁹⁾で構成されるときに、その取扱いが難しくなる。

そこで本報では、形態係数本来の物理的意味に立ち

返り、吸収形態係数 $F_{i,j}^A$ と乱反射形態係数 $F_{i,j}^D$ を次のように定義する。

「吸収形態係数 $F_{i,j}^A$: 面要素 A_i から射出される全放射エネルギー束のうち、面要素 A_j に到達しその面に吸収される放射エネルギーの割合」。

「乱反射形態係数 $F_{i,j}^D$: 面要素 A_i から射出される全放射エネルギー束のうち、面要素 A_j に到達しその面で乱反射される放射エネルギーの割合」。

ここで、面 j に到達し鏡面反射される成分は、他の面で吸収・乱反射されるので、上記の形態係数に加えない。鏡面反射された成分のうち、面 i や j に戻って再び吸収されるものがある。これらは、射出された面と吸収・乱反射された面のみを考えればよく、途中の鏡面反射の経過は考慮する必要がない。

解析にあたり、次の仮定を設ける。

- (1) 各円環状面要素は等温または等熱流束である。
- (2) 面要素は灰色で、放射に対して不透明である。

(3) 表面は鏡面・拡散面またはそれらの複合面であるが、鏡面反射率は入射角によらず一定である。

なお、金属面などの実在面では、 $\theta = \pi/2$ 近傍で仮定(3)が満足されず、反射率と指向射出率が入射角に依存する。しかし、余弦則により $\theta = \pi/2$ 近傍の放射エネルギーが小さいので、本解析で用いた反射モデルの仮定は実在面でも妥当な近似を与えと考えられる。

仮定によって面要素 i の反射率 ρ_i は次の二つの要素に分割される。

$$\rho_i = \rho_i^S + \rho_i^D = 1 - \alpha_i = 1 - \epsilon_i \dots (2)$$

式(2)と吸収・乱反射形態係数の定義を考慮すると、 $F_{i,j}^A$ と $F_{i,j}^D$ は次のように表される。

$$F_{i,j}^A = \frac{1}{\pi A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} f_i^A(\theta, \phi) \epsilon_j \cos \theta d\omega dA_i \dots (3)$$

$$F_{i,j}^D = \frac{1}{\pi A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} f_i^D(\theta, \phi) \rho_j^D \cos \theta d\omega dA_i \dots (4)$$

ここで、 $\left[\int_{A_j} d\omega \right]$ は要素 i 上での全半球方向の積分を表し、 $f_i^A(\theta, \phi)$ は dA_i から天頂角 θ 、方位角 ϕ で射出された放射線が要素 j に到達する割合である。

3.2 形態係数の計算 近年のコンピュータグラフィックスの普及によって、光線追跡法は計算データの可視化手法としてますます発達している。また、光線追跡法は幾何光学で長い間使用され、最近ではインポリュート反射板の指向放射解析¹⁰⁾に使用された。これを放射伝熱に適用した放射光線追跡法は、モンテカルロ法に比べて計算時間が著しく短縮されることが早坂ら¹¹⁾によって明らかにされている。本報では、軸対

図1 任意形状円環要素と放射モデル

称モデルに対する放射光線追跡法を新たに開発し、3・1節の形態係数 $F_{i,j}^A, F_{i,j}^D$ を計算した。

図1に本報で用いた解析モデルを示す。モデルは軸対称で円環面要素 $i (i=1 \cdots N)$ で構成され、面要素は円板、円筒または円すいの一部で、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} a(x^2+y^2)+b(z-c)^2 &= d \\ \text{円板: } a=0, d=0 \\ \text{円筒: } b=0 \\ \text{円すい: } d=0, a>0, b<0 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (5)$$

面要素の x - z 面上の断面を考え、その要素の始点と終点を s_1, s_2 とすると、面要素の面積 A_i と面積中心の x 座標 x_{ci} は次式で表される。

$$A_i = 2\pi \int_{s_1}^{s_2} x ds \cdots \cdots (6)$$

$$x_{ci} = \int_{s_1}^{s_2} x^2 ds / \int_{s_1}^{s_2} x ds \cdots \cdots (7)$$

ここで、 s は x - z 面上で面要素に沿った距離である。

面要素 i から射出される放射エネルギーは式(7)の面積中心から射出されるものとし、その放射束は $(1+n_\theta n_\phi)$ に分割され、初期無次元強度 $dI=1/(1+n_\theta n_\phi)$ で射出される。これを周方向に各 n_ϕ 分割し、余弦則を満足するように天頂角方向に n_θ 分割すると、放射束の射出方向は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \theta_i &= \phi_i = 0 \\ \theta_i &= \left\{ \sin^{-1}[(1+in_\phi-n_\phi)/(n_\phi n_\theta+1)]^{0.5} \right. \\ &\quad \left. + \sin^{-1}[(1+in_\phi)/(n_\phi n_\theta+1)]^{0.5} \right\} / 2 \\ \phi_j &= 2\pi(j-1)/n_\phi \quad \text{for } (i \neq 1, j \neq 1) \end{aligned} \right\} \cdots (8)$$

図1中には、面要素 i の面積中心から射出される放射束を $n_\theta=3, n_\phi=7$ の場合について式(8)に従って射出させた状態を示している。各放射束の初期強度は一定であるが、射出方向の密度は法線近傍では密で接線近傍では粗になっている。

放射束は、次の手順に従って数値的に追跡される。モデルは軸対称であるが、放射束の光線追跡は完全な三次元座標中で行っていることに注意が必要である。このような取扱いをしないと、スキュー光線(子午線面上にない光線)の取扱いが正確にできない。

(1) 面要素 i から射出された強度 dI の放射束が要素 j に到達すると、式(2)に従って吸収される成分 dI^A 、乱反射される成分 dI^D 、鏡面反射される成分 dI^S に分割される。

(2) dI^A, dI^D はそれぞれ $F_{i,j}^A, F_{i,j}^D$ に加算され、 dI^S は再び光線追跡が行われる。

(3) 次に放射束が要素 j' に到達すると、吸収・乱反射成分を $F_{i,j'}^A, F_{i,j'}^D$ に加算し、鏡面反射成分について初期強度の1%以下になるまで光線追跡を継続する。

放射束は、はじめに射出される要素 i は記憶しているが、途中どのような経路で要素 j に到達したかは記憶する必要がない。また、放射束が射出方向とその強度を情報としてもっているため、同一方向に多数の放射束を射出する必要がなく計算効率が良い。以上の光線追跡をすべての要素について行くと、形態係数 $F_{i,j}^A, F_{i,j}^D$ が自動的に算出される。

3・3 伝熱解析 上記の形態係数 $F_{i,j}^A, F_{i,j}^D$ を用いた放射伝熱解析を行うために、次式で定義の拡散放射度 J_{Di} を新たに導入する。

$$J_{Di} \equiv \varepsilon_i \sigma T_i^4 + \rho_i^D G_i \cdots \cdots (9)$$

ここで、 G_i は要素 i への入射放射強度である。

従来の放射伝熱解析では熱流束を基準としているが、本報では、計算のはん用性と新しい形態係数の導入を容易にするために、熱流束に要素面積を掛けた熱流量 Q を基準に解析を進める。つまり、拡散放射熱流量 Q_{Di} を次式で定義する。

$$Q_{Di} \equiv A_i J_{Di} = A_i (\varepsilon_i \sigma T_i^4 + \rho_i^D G_i) \cdots \cdots (10)$$

正味の放射伝熱量 Q_{xi} は、各面の熱収支から次式で表される。

$$Q_{xi} = A_i \varepsilon_i (\sigma T_i^4 - G_i) \cdots \cdots (11)$$

いま、 N 個の面要素で閉空間が構成される系を考える。入射放射熱量 $Q_{Gi} \equiv A_i G_i$ と射出放射熱量 $Q_{Ti} \equiv A_i \varepsilon_i \sigma T_i^4$ を用いて、3・2節の吸収・乱反射形態係数を導入すると、入射放射熱量と吸収熱量は次式で表される。

$$\rho_i^D Q_{Gi} = \sum_{j=1}^N F_{j,i}^D Q_{Dj} \cdots \cdots (12)$$

$$A_i \varepsilon_i G_i = \sum_{j=1}^N F_{j,i}^A Q_{Dj} \cdots \cdots (13)$$

したがって、式(10)、(11)は次式となる。

$$Q_{ji} = Q_{Ti} + \sum_{j=1}^N F_{j,i}^D Q_{Tj} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$Q_{xi} = Q_{Ti} - \sum_{j=1}^N F_{j,i}^A Q_{Tj} \quad \dots\dots\dots (15)$$

形態係数 $F_{j,i}$ をマトリックス F で表し、熱流量 Q_i を熱流量ベクトル Q で表示し、式(14)、(15)から Q_j を消去することによって、次式が得られる。

$$F_X Q_T = I Q_X \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、

$$F_X = I - F^A(I - F^D)^{-1} \quad \dots\dots\dots (17)$$

であり、 I と $()^{-1}$ は、単位ベクトルと逆行列を表す。

式(16)に境界条件として各要素の温度または熱流束を与えることによって、おのおのの正味放射伝熱量または放射平衡温度が計算できる。また、数値計算の詳細については前報⁹⁾を参照されたい。吸収形態係数、乱反射形態係数と熱流量ベクトルの導入により、式(17)は代数問題として解くことが容易であり、形態係数の計算に用いた放射光線追跡法とともに、スーパーコンピュータを用いたベクトル化やパラレル化も安易であることが本解析法の特徴である。

なお、図9の88面要素モデルの場合でCRAY-YMP8/8128の計算時間は約320s(1CPU勘算)であり、大部分は形態係数の計算に使われ伝熱計算の時間は全体の1%未満であった。放射伝熱と伝導や対流伝熱とを反復計算する場合、形態係数の計算は一度行えばよいから、本報の放射伝熱計算が短いことは反復計算に有効である。

4. 解析精度

4.1 形態係数 伝熱解析に先立ち、本報の放射光線追跡法を単純な形状に適用し、式(8)の妥当性と得られた形態係数の精度を検証する。用いた形状は、図2に示すような半径1の円盤①と半径1、高さ1の円筒②で構成される物体の内面である。

面①の微小面 $d1$ から②への形態係数について、

図2 半径1、高さ1の円筒面物体

本報の手法で求めた数値解 $F_{d1,2}$ と解析的手法⁽¹²⁾ で求めた値 $(F_{d1,2})_a$ との差異 $\Delta F_{d1,2}$ を次式で定義する。

$$\Delta F_{d1,2} = F_{d1,2} / (F_{d1,2})_a - 1 \quad \dots\dots\dots (18)$$

同様に、 $\Delta F_{d2,1}$ も求められる。図3は面①の $\Delta F_{d1,2}$ と面②上の $\Delta F_{d2,1}$ について、式(8)の射出光線の分割数 n_ϕ, n_θ を変えて示したものである。図3は各面上の10点についての ΔF であるが、 n_ϕ, n_θ が大きくなると精度が向上している。またこの形状で、同一分割数では $\Delta F_{d1,2}$ のほうが $\Delta F_{d2,1}$ に比べて精度が良好であることがわかる。

図3の結果を定量的に評価するために、面1,2をそれぞれ100分割した点上での形態係数の誤差 ΔF_n を式(19)で定義した平均値 $|\Delta \bar{F}|$ とその標準偏差 σ について、 $n_\phi = n_\theta$ をパラメータとして示したものが図4である。

$$\left. \begin{aligned} |\Delta \bar{F}| &= \sum_{n=1}^M |\Delta F_n| / M \\ \sigma^2 &= \sum_{n=1}^M (\Delta F_n - \Delta \bar{F})^2 / M \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、本報では $M=100$ である。図4を見ると、光

図3 光線分割数による $\Delta F_{d1,2}, \Delta F_{d2,1}$ の変化

図4 光線分割数による誤差平均 $|\Delta \bar{F}|$ と標準偏差 σ の変化

線分割数の増大に伴い $|\Delta \bar{F}|$ が減少し, $n_\phi = n_\theta = 50$ 以上で 1% 以下になっている. σ も光線分割数の増大とともに減少するが, その減少の割合は $|\Delta \bar{F}|$ より急激である.

計算効率の向上には射出光線の方位角方向の分割数 n_θ と天頂角方向の分割数 n_ϕ を最適化する必要がある. そこで $n_\phi \times n_\theta = 1600$ に保ち n_ϕ/n_θ を変化させて $|\Delta \bar{F}|$ と σ の変化を示したものが図 5 である. $F_{d2,1}$ については $|\Delta \bar{F}|$, σ とともに $n_\phi/n_\theta = 1$ 近傍に極小値をもつことがわかる. また, $F_{d1,2}$ では n_ϕ/n_θ が小さくなるほど精度が向上する. これは面 ① から面 ② を見るとほぼ軸対称になるために, n_ϕ を増大させても精度の向上に寄与しないためと考えられる.

前報における三次元解析で, コ字形チャンネルの場合の計算精度⁽⁹⁾ は $n_\phi/n_\theta > 1$ で良好な精度が得られるが, 本報の円筒の結果はこれとは異なっている. これは,

図 5 光線分割数の比 n_ϕ/n_θ による誤差平均 $|\Delta \bar{F}|$ と標準偏差 σ の変化

図 6 等温円筒面内の無次元放射熱流束の解析解と数値解の比較

本解析法が軸対称であることと, その形状によって精度が依存するためであると考えられる. 以上の結果から, 以後の計算では $n_\phi = n_\theta$ として伝熱解析を行った.

4.2 伝熱解析 本報の伝熱計算の精度を評価するために, 図 2 の形状について解析的に得られた形態係数⁽¹²⁾ による伝熱計算結果との比較を行う. 図 2 のモデルの表面は等温黒体で, 外部環境は 0K の黒体とし, 内面の伝熱のみを考える.

図 6 は $n_\phi = n_\theta = 40$ として面 ①, ② をおのおの n_p に分割したときの放射熱流量 Q_x を示したものである. 図 6 中の実線は $n_p = 100$ として形態係数を解析的に計算し⁽¹²⁾, 3.3 節の手法で求めた解(以後解析解と呼ぶ)である. この場合, 解は射出熱流量 Q_T に対して線形なので, Q_x は Q_T で無次元化した値 q_x^* で表してある.

図 6 を見ると, 本報の数値解析は面 ① の中央部で若干の差異が認められるが, 分割数 n_p に依存せず解析解とほぼ良好な一致を示している. 特に $n_p = 1$ つま

図 7 等温円筒面内の無次元放射熱流束に及ぼす鏡面反射の影響

図 8 等熱流束円筒面内の無次元射出熱流束に及ぼす鏡面反射の影響

り面①, ②を1要素として計算した場合でも解析解と大きな差異は生じないことがわかる。このことは、複雑な形状で面要素を大きく取らなければならない場合でも比較的よい近似ができることを示している。この特徴は、有限要素法や境界要素法に見られる特徴と類似であり、任意形状の解析では重要である。

5. 鏡面反射の影響

鏡面反射の影響を調べるために、図2の形状について鏡面反射率を変えて放射伝熱解析を行った。前報⁽⁹⁾と同様に $\varepsilon = \alpha = 0.1$ として、鏡面反射率 ρ^s と乱反射率 ρ^d の比を種々変えて行った。この場合では、面①, ②をそれぞれ10分割して計算を行っている。

図7は、等温面での放射熱流束の変化を示したもので、図6の場合と同様に値は無次元化して示してある。また、図7中には、4・2節と同様に、完全拡散面の解析解も記入してある。完全鏡面と拡散面の q_{eff} を比較すると、面①では鏡面のほうが大きい、面②では逆に小さくなっている。また、面②では $\rho^s = \rho^d = 0.45$ のとき、 q_{eff} が拡散面より大きくなる場合がある。このように、面の形状と鏡面反射率によって、 q_{eff} が拡散面より大きくなったり小さくなったりする。また、鏡面反射率が q_{eff} に及ぼす影響は、前報のチャンネルの場合⁽⁹⁾より大きい。

図8は、等熱流束条件で図7と同様な解析を行った結果である。ここで外部境界は図7と同様に0Kの等温黒体としている。得られた無次元射出放射熱流束 q_{eff} は、図7の q_{eff} と逆の傾向を示し、鏡面反射の影響は

前報⁽⁹⁾のチャンネルの場合より大きい。

これらの結果から、鏡面反射の影響は物体の形状に大きく依存し、純拡散面の結果に比べて必ずしも単調に増加または減少するわけではないことがわかる。

6. 任意形状軸対称物体間の放射伝熱

6・1 解析モデル 軸対称任意形状物体の解析例

として、図9に示すようなチョコラスキー法によるシリコン結晶成長装置を考える。シリコン結晶は直径250 mmで、るつぼの底から結晶の頂点までの高さは525 mmである。るつぼの内径は500 mmで、その外周に内径650 mmのヒータがある。るつぼ内のシリコンは、解析を簡略化するために固化しているものとする。装置は、内径800 mm高さ750 mmの金属製円筒容器に収納されている。

図9中には解析に使用した要素分割を示している。シリコンの表面要素(図9の右側の輪郭線)を12分割とし、るつぼは20、ヒータは16の軸対称表面要素に分割した。円筒容器の側面と下面はそれぞれ10分割、上面は20分割とし、計88の表面要素で放射伝熱解析を行った。

常温のシリコン結晶は波長 $\lambda > 1.1 \mu\text{m}$ で放射を透過する領域があるが、高温になると放射に対して不透明として扱うことができるので⁽¹³⁾近似的に仮定(2)を適用した。各面の放射率は宮原らの値⁽⁴⁾を使用し、円筒容器の放射率はステンレスのものをを用いた。それらの値と表面状態を表1に示す。ヒータは1000Kの等温で、金属製円筒容器の下面と側面は断熱とし、上面

図9 チョコラスキーシリコン結晶成長装置の放射・伝導複合伝熱モデル

表1 各物体表面の放射率と表面状態

Surfaces	Emissivity	Surface Condition
Silicon	0.55	Specular/Diffuse
Crucible	0.90	Diffuse
Graphite Heater	0.90	Diffuse
Metal Chamber	0.50	Specular/Diffuse

図10 伝熱面を断熱としたときの結晶表面温度分布

は 300K の等温とした。放射光線の分割数は $n_\phi = n_\theta = 80$ とし、すべての面が拡散面とした場合と、シリコン表面と金属容器が鏡面であるつぼとヒータを拡散面とした場合について行った。

本報の放射伝熱解析は、熱伝導のはん用プログラムと結合することによって、放射・伝導複合伝熱の解析を容易に行うことができる。本報では、熱伝導の計算に有限要素法のはん用プログラムパッケージ ABAQUS を用いて行った。また、モデルの要素分割には、はん用有限要素解析支援システムパッケージ PATRAN を使用した。図 9 中には、熱伝導解析に用いた要素分割を示している。本法の放射伝熱解析法は、任意の形状で解析可能なため、このようなはん用パッケージを容易に適用できる特徴がある。

放射伝熱と熱伝導の解析を反復することによって、定常の収束解を得た。本報の解析は、一度形態係数の計算を行うと、与えられた境界条件での温度分布や放射伝熱量解析に要する計算時間は短い。

6・2 解析結果 伝導・放射の複合伝熱解析を行う前に、シリコンとるつぼの表面を断熱面と仮定した場合のシリコン表面の温度分布を図 10 に示す。計算は、拡散面の場合と鏡面を含む場合について行った。面各部の表面状態は、表 1 に示している。図 10 の横軸の x_i はシリコン結晶の頂点から表面に沿った距離である。

表面が断熱であり放射境界が著しく異なるので、図 10 中領域 A と領域 B の間に温度の不連続が生じている。しかしこの点での鏡面と拡散面の差異はそれほど大きくない。結晶面の下部で形状が複雑になると両者の差異が大きくなる。本解析例では、拡散面の温度のほうが最大で約 30K 大きくなるのがわかる。この傾向は前報で行ったコネクティングロッドの結果⁽⁹⁾と定性的に一致する。

図 11 は、伝導解析と反復計算によって求めた定常温度分布である。図 11 中には中心線を境に拡散面の場合とシリコンと円筒容器を鏡面にした場合を示している。るつぼの温度分布はどちらの場合も拡散面なので大きな変化がないが、シリコンでは、鏡面の温度分布のほうが低い値となっている。熱伝導の影響で、その差異は図 10 ほど大きくはないが、結晶下部で約 10 K の差異となっているのがわかる。

7. 結 言

軸対称円環要素で構成される任意形状物体に適用可能な、鏡面・乱反射面間の放射伝熱解析法を提示した。本解析法は、著者らの多面体モデルの数値解析法に比

図 11 放射・伝導複合伝熱モデルによる断面内温度分布における鏡面反射の影響

べて格段に計算時間を短縮できる。また、有限要素法などのはん用プログラムパッケージとの整合性も非常によい。

放射光線追跡法を円筒形物体の内面に適用して計算した形態係数は、射出光線分割数の増大によって解析解との誤差は減少する。しかし、方位角方向と天頂角方向の分割数の最適値は前報の多面体の解析と異なる傾向を示す。

拡散面の解析解と本報の数値解の放射伝熱量は良好な一致を示す。特に、円筒面の底面と側面をおのおの 1 要素のみとした場合でも、本数値解は解析解とよい一致を示す。

鏡面反射率を増大させると、放射伝熱量は面形状に依存して増大または減少し、前報のチャンネルの場合のように単調に変化しない。

88 面の円環面要素で構成されるチョコラルスキーシリコン結晶成長モデルの放射伝熱とはん用熱伝導解析を組合せた複合伝熱解析では、結晶面と円筒容器を鏡面としたほうが、面をすべて拡散面とした場合に比べて低い温度を示す。

本数値解析は東北大学流体科学研究所スーパーコンピュータセンターの CRAY-YMP8/8128 および IRIS4D/240GTX を使用し、熱伝導解析には有限要素法はん用解析プログラム ABAQUS とその支援パッ

ページ PATRAN を使用した。また、本研究の一部は、文部省科学研究費[総合研究(A)02302044]の補助を得た。ここに記して謝意を表する。

文 献

- (1) 小竹・ほか5名, 第29回日本伝熱シンポジウム講演集, (1992), 376.
- (2) Dupret, F., ほか4名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, **33**-9 (1990), 1849.
- (3) Srivastava, R. K., ほか2名, *J. Crystal Growth*, **74** (1986), 281.
- (4) Miyahara, S., ほか4名, *J. Crystal Growth*, **99**(1990), 696.
- (5) Atherton, L. J., ほか2名, *J. Crystal Growth*, **84**(1987), 57.
- (6) Sparrow, E. M. and Cess, R. D. (Augmented, ed.), *Radiation Heat Transfer*, (1978), 145, McGraw-Hill.
- (7) 増田, 機論, **44**-383, 2部, (1978), 2402.
- (8) 円山・相原, 機論, **53**-491, B(1987), 2187.
- (9) Maruyama, S., *Numerical Heat Transfer*, **24**-2, (1993), 181.
- (10) 円山, 機論, **57**-535, B(1991), 1084.
- (11) 早坂・ほか5名, 機論, **52**-476, B(1986), 1734.
- (12) Howell, J. R., *Radiation Configuration Factors*, (1982), 79, 165, McGraw-Hill.
- (13) 山本, 日本結晶成長学会誌, **18**-4(1991), 424.