正弦波状流路内における振動流の二次元数値解析* (流動パターンと壁面せん断応力)

西 村 龍 夫*¹

Two-Dimensional Numerical Analysis of Oscillatory Flow in a Symmetric Sinusoidal Wavy-Walled Channel (Flow Patterns and Wall Shear Stresses)

Tatsuo NISHIMURA

Oscillatory flow in a two-dimensional symmetric wavy-walled channel is studied by means of a finite element method over wide ranges of flow parameters of the Reynolds and Strouhal numbers. Two-dimensional numerical computations show the variations of flow separation and wall shear stress with time. The fluid motion is found to be most unstable in the limited Strouhal number range of 0.02-0.03 as the Reynolds number increases. That is, time and spatial periodicities of the flow are not established. Steady streaming induced by oscillatory motion is also examined, and the vortex strength for the steady streaming has a peak at this Strouhal number range, independent of the Reynolds number.

Key Words: Fluid Mechanics, Wavy-Walled Channel, Oscillatory Flow, Steady Streaming, Flow Separation, Wall Shear Stress, Numerical Analysis

1. 緒 言

乱流域における流体混合、熱および物質移動促進は工業装置の高性能化および省エネルギー対策として不可欠であるが、最近層流域の移動促進技術も重要視されている。例えば、高粘性流体や高いずり変形で崩壊してしまうような物質を含む混相流体を取扱うような人工臓器、バイオリアクターおよび熱交換器では、低レイノルズ数で、いかに高い移動速度を得るかが問題となっている。

層流域での移動促進法はいくつか提案されているが、Bellhouse ら⁽¹⁾は壁面が波状になった流路内の流れに脈動を印加させ壁面のくぼみ内に停留する循環渦を主流中へ掃き出させて移動促進を図ろうと考え、これを膜型人工肺に適用した。この手法は他の工業装置への応用も可能であり、Sobey⁽²⁾はこの移動促進機構を明らかにするため、二次元正弦波状流路内の流れを数値計算によって検討し、時間平均流量に比べて振動成分の流量がかなり大きい場合(振動流に近い条件)、循環渦の強度が大きくなり、周期的に起こる渦の形成と掃出し過程によって流体混合が促進されることを示

した。さらに著者ら⁽³⁾⁽⁴⁾は、実験によって振動流の操作変数であるレイノルズ数 Re とストローハル数 St を変化させ、流動状態を詳細に調べた。その結果、 Re 数の増加によって流れは二次元から三次元へ遷移し、ある特定の St 数範囲で臨界 Re 数が最小となることを見いだした。三次元流れへの遷移は遠心力の不安定性に関係していると推察され、この理由を明らかにするには三次元流体解析が必要である。しかし現時点では複雑な流路であるため、これを実現することは容易ではない。前報⁽⁴⁾の実験結果より、臨界 Re 数が最小となる St 数範囲は半周期間における流体要素の移動距離に関係することを見いだしている。また Ralph⁽⁵⁾は波状円管内の流れを軸対称として振動流を解析し、ある特定の St 数範囲で時間周期性が破たんすることを示した。そこで二次元流体解析でも特定の St 数範囲で流れが不安定になるのではないかと考え、二次元流体解析によって流れのはく離や壁面せん断応力の挙動を調べた。なお、二次元流体解析はすでに Sobey⁽²⁾が行っているが、本研究で対象とする操作変数範囲は考慮されていない。

2. 数値計算法および計算条件

本研究で用いた数値計算法は渦度と流れ関数を解く

* 原稿受付 平成5年1月18日。

*¹ 正員、山口大学工学部 (〒755 宇部市常盤台 2557)。

Galerkin 有限要素法であり、以前著者ら⁽⁶⁾⁽⁷⁾が脈動流の解析で使ったプログラムを変更したものであり、その解法の詳細は前報に記述してあるので省略する。振動流は次式に示されるように時間に関して正弦波状に変化するものとする。

$$Q_i = Q_p \sin(2\pi t/T) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 Q_p は最大流量、 T は振動流の周期である。振動流を支配する操作変数は Re 数と St 数の二つがある。Sobey⁽²⁾と同様に最小流路間隔の半分を代表長さを選び、 Re 数と St 数を次のように定義する。

$$Re = Q_p / (2\nu) \dots\dots\dots (2)$$

$$St = H_{\min}^2 / (2Q_p T) \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 ν は流体の動粘度、 $H_{\min}$ は流路最小間隔である。

解析領域は前報⁽⁴⁾の実験結果より流れは流路中央面に対して上下対称であったので、図1に示されるように下半分とした。また流路長さは流れの空間的周期性が一波長で満足されるかどうかを確かめるため、2波長分とした。すなわち、流路入口と出口断面は固定境界とし、最初に仮計算して求めた流路中央断面の値を入口と出口に転送し再び計算を行う。そしてこの操作を解が収束するまで繰返し行った。

要素分割は流路の壁近くで細かく、くぼみ中央部で少し粗くしてあり、要素数は1120で、節点数は627

図1 要素分割

である。なお、要素分割の影響は検討していないが、以前、定常流の層流解析⁽⁸⁾⁽⁹⁾にこれと同じ要素分割を用い、実験結果(流線模様、壁面せん断応力分布および圧力損失)と良好な一致を得ている。したがって振動流でも同じ要素分割で、ある程度正確な解が得られると考えている。

振動流の数値計算は計算をどの時点で終わるかが問題であり、一般には時間に関して周期的な解(瞬間渦度と流線)が得られるまで計算することが常とう手段となっている。しかし、その判定では一周期にわたって積分平均して得られる定常二次流れ⁽³⁾が正確に得られないので、各一周ごとに定常二次流れを求め、その流線が変化しなくなるまで計算を行った。計算条件として Re 数は250まで、 St 数は前報⁽⁴⁾の実験結果を考慮して流れが不安定になりそうな範囲(0.01~0.034)とした。

3. 計算結果および考察

低 Re 数域 ($Re < 50$) での流れは、前報⁽⁴⁾の実験結果より、いずれの St 数でも二次元であったので、可視化写真と流線分布とを比較して数値解の妥当性を確認した。図2は一例として流路側面からアルミニウム粉をトレーサとして流れを可視化した写真を示す ($Re=36.5$, $St=0.00987$)。隣接するくぼみ間で流動パターンが等しいので、流れは一波長で空間的周期性を満足し、また上下対称であることもわかる。 $t/T=0.0$ では流体は右から左へ流れていて流量が零になったときの流れを示す。流量が零であるにもかかわらず、各くぼみ内に大きい循環渦が形成されている。 $t/T=0.1$ では流体は逆に左から右へ向かい加速されている

図2 流路側面から観察した流れ模様(アルミニウム粉法)

ときの流れを示す。 $t/T=0.0$ で形成されていた渦は流路の中央面で消失し、渦のない非粘性的な流れに近くなる。 $t/T=0.25$ では最大流量時の流れを示す。流れは壁面からはく離し、くぼみ内に循環渦が形成される。その後流量は減少するが、 $t/T=0.4, 0.45$ の可視化写真に示されるように循環渦は膨張し続ける。 $t/T=0.5$ では再び流量は零となり、流れの向きは逆になるが、 $t/T=0.0$ の場合と等しい循環渦が各くぼみ内に存在する。図3は同一条件下における数値解である。定性的ではあるが、渦の形成、成長および消失過程は実験とよい一致がみられる。図4は対応する壁面渦度分布(壁面せん断応力分布)を示す。流量が零であるかまたは零に近い時間 ($t/T=0.5, 0.0125$) を除いて、いずれも壁面渦度は流路最狭部のやや上流で最大値をもち、流路最大部付近で相対的に小さな値をもつ分布形をなす。なお、この条件下では $t/T=0.25$ における壁面渦度は Re 数の等しい定常流の値とほぼ等しくなっていた。

これらの結果より数値解の妥当性が確認できたので、以下に操作変数の影響について検討する。振動流

図3 流線 ($Re=36, St=0.01$)

図4 壁面渦度分布 ($Re=36, St=0.01$)

は Re 数と St 数に依存するが、特に St 数によって流動パターンは著しく変化することがわかった。図5は代表として $Re=250$ における各 St 数の流線分布を示す。図5の左側に示された最大流量時における $t/T=0.25$ の流線分布より、 St 数が増加すると壁面上に形成される渦の大きさが小さくなる。なお、 $St=0.02$ にみられる流路中央面に存在する渦は半周期前にくぼみ内に形成されていた循環渦が主流中へ掃き出されたもので、他の St 数に比べて $St=0.02$ では渦の残存時間が長いという特徴をもつ。また図5の右側に示された $t/T=0.5$ における流量が零であるときの流線分布より、 St 数の増加によって壁面で形成された循環渦はくぼみ一杯に膨張することができず、減速期に流路中央面で新しく形成される逆回転の渦と共存するようになる。図6は壁面で形成された渦の強度と流れ方向の逆転によってその渦が掃き出されて流路中央面で消失するまでの時間(渦の残存時間)との関係を示す。なお、渦の強度は流量が零である $t/T=0.5$ における渦を形成する流れ関数の最大値とした。渦の強度と渦の残存時間との関係は Re 数や St 数にあまり依存することなく、強い相関が認められる。また、高 Re 数域

図5 各 St 数における流線

図6 渦強度と渦の残存時間

図 7 各 St 数における壁面温度分布

図 8 各 St 数における壁面温度の時間変化

において限定された St 数範囲 ($St=0.02\sim0.0284$) で渦の強度が最大となることがわかる。

図 7 は各 St 数における壁面渦度の Re 数の影響を示す。図 7 の上段に示された $t/T=0.25$ の結果より、いずれの St 数とも Re 数が増加しても壁面渦度が負の値に対応するはく離域はあまり変化していない。これは定常流と異なる点である。特に $St=0.034$ でははく離域は流路最狭部の下流のみに位置する。このように St 数の増加によってはく離域が縮小するのは、前報⁽³⁾ で述べたように支配方程式中の対流項が粘性項に比べてあまり寄与しなくなるためである。壁面渦度の最大値は $St=0.01$, 0.034 では流路最狭部のやや上流に位置し、 Re 数の増加によって増大している。これに対して $St=0.02$ では、 Re 数が低い場合他の St 数と同じ挙動を示すが、 Re 数の増加によって二つのピークが現れる。これは図 5 に示されたように半周期前に壁面で形成された渦が流路中央面に残存するため、その部分で流体が加速されるからである。図 7 の下段に示された $t/T=0.5$ の結果より、いずれの St 数とも Re 数の増加によって、壁面渦度の絶対値は増大するだけで分布形の変化はみられない。分布形はむしろ St 数の影響を強く受ける。すなわち、 $St=0.01$, 0.034 ではそれぞれ $x/\lambda=0.75$, 0.25 に鋭い極小値をもち、一方 $St=0.02$ では値自身は大きくないが、いくつかの極小値をもつ。これは壁面で形成された循環渦の中心位置に関連しており、図 7 に併示されるように渦中心は $St=0.01$ ではくぼみの下流に、 $St=0.02$ では真ん中に、そして $St=0.034$ ではくぼみの上流にそれぞれ位置している。

図 8 は各 St 数における流路最狭部と最大部の壁面渦度の時間変化を示す。 $St=0.01$ の結果より、流路最狭部では Re 数が低い場合流量の時間変化と同様に正

弦波状に変化するが、 Re 数の増加によって正弦波からずれている。特に $Re=250$ では壁面渦度が急激に増加から減少に転じる折れ曲がり点がいくつか現れる。流路最大部では Re 数が低くても壁面渦度の時間変化は正弦波から大きくずれており、 Re 数の増加によってその傾向は著しくなる。すなわち、 Re 数の増加によって壁面渦度の時間変化は流量の変化と対応しなくなるが、 $t/T=0.0\sim0.5$ の壁面渦度は $t/T=0.5\sim1.0$ のそれと符号が異なるだけで絶対値は等しく、時間に関して対称な流れが保たれる。これに対して $St=0.02$ では、流路最狭部、最大部とも Re 数の増加によって壁面渦度の値は増大するが、 $St=0.01$ とは異なり、その時間曲線には大きな変化はみられず、意外に単純である。しかし、 $Re=250$ の結果は他の Re 数とは異なり、時間に関して対称な流れとはなっていない点に注意すべきである。これについては後述する。 $St=0.034$ の結果より、流路最狭部では Re 数の増加によって加速期に二つのピークが現れ、流量が増大しているにもかかわらず、壁面渦度がいったん減少している点が興味深い。この理由ははっきりしないが、流路中央面に残存した渦の影響かもしれない。なぜなら渦が中央面で消失した後、壁面渦度は急激に増大しているからである。一方流路最大部では Re 数が低い場合他の St 数と異なり、壁面渦度は正弦波状に変化する。これは先に述べたように St 数が大きいほど粘性項が支配的になるためである。しかし、 Re 数の増加によってその時間曲線は正弦波から大きくはずれずる。

以上の結果より、振動流では Re 数よりもむしろ St 数によって流れ構造が決まり、また Re 数の増加によって中間の St 数範囲で時間に関して非対称となる特異的な流れを生じることがわかった。このことは、緒言で述べたように特定の St 数範囲で流れが不安定

図 9 時間に関して非対称な流れ ($Re=250$, $St=0.02$)

図 10 時間に関して非対称な流れ ($Re=250$, $St=0.0284$)

になりやすいことを示唆するものであるが、その確証はまだ十分ではない。そこで、さらに検討を加えた。

まず時間に関して非対称な流れについて調べた。図9は $St=0.02$, $Re=250$ における $t/T=0.1, 0.45, 0.6, 0.95$ の流線分布を示す。時間に関して対称な流れではある時刻における流れとそれから半周期経過した流れは方向が逆になるだけで本質的に同一である。これに対して非対称な流れでは、図9の $t/T=0.1$ と 0.6 の結果を比較すればわかるように半周期前と後の流れは異なる。すなわち、流路最狭部より下流の壁面近くの流線は $t/T=0.1$ では壁面より外側に少し湾曲しているが、 $t/T=0.6$ では壁面に沿っている。また流路中央面に残存している渦の強度は $t/T=0.1$ よりも 0.6 のほうが大きい。そのため、 $t/T=0.45$ では中央面に残存していた渦は消失するが、 $t/T=0.95$ では依然として残り、壁面で形成される渦は $t/T=0.45$ の場合より小さい。したがって、半周期前に形成された渦が次の半周期の流れに強く影響を及ぼしていることが明らかである。さらに流線分布を注意深くみると、隣接するくぼみ間で微妙に異なり、特に $t/T=0.95$ では中央に残存している渦は左側のくぼみの方が右側より多少大きくなっている。これは空間的な流れの周期性も破たんしていることを意味する。さらに他の条件でもこのような流れが生じるかどうかを確かめるため、前報⁽⁴⁾の実験において最も規則正しい三次元構造が形成される $St=0.0284$ について計算を行った。その結

果、 $Re=150$ で時間に関して非対称な流れが現れ、しかも $St=0.02$ の場合より隣接するくぼみ間で流線分布は明確に異なっていた。図10に一例として $Re=250$ における $t/T=0.5$ と 1.0 の流線分布を示す。両者を比べると、時間的周期性のみならず空間的周期性も破たんしていることがわかる。したがって $St=0.02\sim 0.03$ の範囲で流れは不安定になりやすいと推察される。

これらの結果は Ralph⁽⁵⁾ が解析した波状円管と類似している。前報⁽⁴⁾の実験と比較すれば流れが最も不安定になりやすい St 数範囲は実験とよく一致しており、二次元解析でも St 数の効果は説明可能である。これに対して Re 数については大幅に異なる。これは前報⁽⁴⁾で述べたように流れの三次元化は遠心力の不安定性によるものであり、本研究では流れを二次元と仮定し、スパン方向の揺らぎの成長を抑えているからである。実際には二次元解析に比べてより低い Re 数で流れが不安定となり三次元に遷移していることから、本研究で用いた流路はスパン方向の揺らぎに対してより不安定になりやすいものと考えられる。したがって、今後三次元流体解析が望まれる。

これまで一周期間における瞬間の流れについて考察したが、滑らかでない流路壁を有する振動流では流れの非線形効果によって Steady Streaming とよばれる定常二次流れが誘起される⁽³⁾。これは一周期間の流れ関数と渦度を積分平均すれば得られる。定常二次流れと熱および物質移動の関係は定量的に明らかにされていないが、最近著者ら⁽¹⁰⁾が行った物質移動とラグランジアン的に流れを可視化した実験より、 St 数が大きい場合 ($St > 0.044$)、渦の形成、掃出し過程は物質移動にはほとんど寄与せず、むしろ定常二次流れが支配的であることを見いだした。しかし St 数が小さい場合 ($St < 0.044$)、渦の形成、掃出し過程によるカオスの混合が支配的となり、定常二次流れが物質移動に

図 11 定常二次流れにおける流線

図 12 定常二次流れにおける渦強度

図 13 定常二次流れにおける壁面温度分布

どのように寄与しているかは不明である。そこで、 St 数の小さい領域における定常二次流れを検討しておくことは移動現象という観点から意義があるものと思われる。

本研究で用いた流路ではいずれの St 数でも低 Re 数域では、図 11(a) に示されるようにくぼみ内に一對の循環渦が形成され壁面近傍では流体は流路最大部から最狭部へ向かって流れる。しかし Re 数の増加によって新しい渦が形成され、その渦模様は St 数に依存することを見いだした。 $St=0.01$ では図 11(b) に示されるように流路最大部付近の壁面側から四つの渦が形成され計 6 個の渦がくぼみ内に存在する。このような渦模様が形成されるのはあまりよく知られていないが、Lyne⁽¹¹⁾ は小さな振幅を有する波状壁の近傍に小さな St 数に対応する大きな流体振動を与えた場合に生じる定常二次流れを摂動法を用いて調べた。その結果、定常二次流れは多重の渦構造からなることを予測した。この渦構造は本研究で得た数値解と類似している。しかし $St=0.034$ では図 11(c) に示されるように最大流路断面付近で二つの渦が形成され、計 4 個の渦が存在する。この渦模様は、以前報告した粘性支配域の結果⁽³⁾ と同様である。渦模様が変化する遷移点は Re 数と St 数とに依存するが、粘性支配域では Re 数と St 数の積で表されるウオームスリ数によって決定されることがわかっている。本流路ではその値は約 4 である。これに対して、これらの中間の St 数 ($St=0.02 \sim 0.03$) では興味深いことに Re 数が増加しても渦の個数は変わらず 2 個のままであった。ただし、他の St 数の結果と異なり、渦模様は流路最大部に関して対称ではなくなった。図 11(d) にその一例を示す。これは

先に述べたように、瞬間の流れが時間に関して非対称となるためである。

これらの結果より、流れが不安定となる St 数範囲を境界として、 St 数が大きい場合と小さい場合では流れ特性が異なることがわかる。流れが不安定となる St 数範囲は前報⁽⁴⁾ の実験で述べたように、半周期間における流体要素の移動距離が波状壁の一波長分にほぼ等しいところに対応している。

図 12 はこれらの渦の中で Re 数が低いときに形成された渦に注目して、渦強度に及ぼす操作変数の影響を示す。 Re 数によって少し異なるが、渦模様が Re 数の増加によって変化しない St 数範囲で渦強度は最大となることがわかる。図 13 は壁面温度分布を示す。 $St=0.01$ ではくぼみ半分の領域で ($x/\lambda=0.0 \sim 0.5$)、壁面温度の符号が 2 回反転している。これは新たに形成された第 2, 第 3 渦のためである。 $St=0.02$ では Re 数の増加によって渦模様は変わらないが、分布形が徐々に変わり、くぼみ半分の領域で二つのピークをもつ傾向にある。なお、 $Re=250$ の結果は一對の渦が等しくないため、壁面温度分布は $x/\lambda=0.5$ に関して点対称ではない点に注意すべきである。 $St=0.034$ の壁面温度分布は、 $St=0.02$ の結果と類似している。

全体的にみれば、流路最狭部ではいずれの St 数および Re 数とも壁面温度は同じ挙動を呈するが、流路最大部付近で操作変数の影響が顕著に現れ、特に $St=0.01$ では他の St 数に比べ値は小さい。したがって、図 12 の渦強度と考え併せれば、 St 数が小さい場合には定常二次流れは熱および物質移動にはあまり寄与しないのではないかとと思われる。

4. 結 言

表する。

文 献

振動流場における正弦波状流路内の流れを二次元数値解析によって検討し、以下の知見を得た。

(1) Re 数の増加によって $St=0.02\sim0.03$ の範囲において流れが不安定になることが見いだされ、この St 数範囲は実験結果とよく一致した。

(2) 流れが不安定となる St 数範囲を境界として、 St 数が大きい場合と小さい場合とでは流れのはく離や壁面せん断応力などの流れ特性が異なることを瞬間の流れと定常二次流れによって示した。

(3) 定常二次流れにおける渦強度は流れが不安定となる St 数範囲で最大となった。

本研究の実施にあたり、村上慎一郎氏のご協力を得た。また本研究の研究費の一部は文部省科学研究費 (No. 03302031) の助成を受けた。ここに記して謝意を

- (1) Bellhouse, B. J., ほか 7 名, *Trans. Am. Soc. Artif. Int. Organs*, **19**(1973), 77.
- (2) Sobey, I. J., *J. Fluid Mech.*, **96**(1980), 1.
- (3) Nishimura, T., ほか 3 名, *Chem. Eng. Sci.*, **44**-10(1989), 2137.
- (4) 西村・ほか 3 名, 機論, **57**-537, B(1991), 1611.
- (5) Ralph, M. E., *J. Fluid Mech.*, **168**(1986)515.
- (6) Nishimura, T., ほか 2 名, *J. Chem. Eng. Jpn.*, **19**-2(1986), 104.
- (7) Nishimura, T., ほか 2 名, *J. Chem. Eng. Jpn.*, **20**-5(1987), 479.
- (8) Nishimura, T., ほか 2 名, *J. Chem. Eng. Jpn.*, **17**-5(1984), 466.
- (9) Nishimura, T., ほか 3 名, *Int. J. Heat Mass Transf.*, **33**-5(1990), 835.
- (10) Nishimura, T., ほか 2 名, *Proc. 2nd JSME-KSME Thermal Eng. Conf.*, **2**(1992), 89.
- (11) Lyne, W. H., *J. Fluid Mech.*, **50**(1971), 33.